

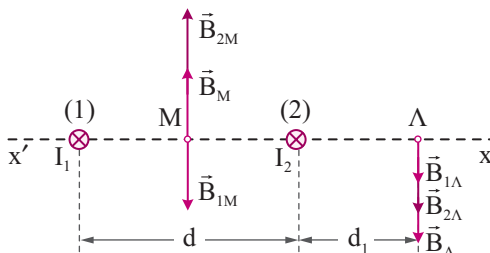
## Απαντήσεις – Λύσεις Θεμάτων Επανάληψης

Κεφάλαιο 5ο Μαγνητικό πεδίο

Κεφάλαιο 6ο Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

### Θέμα 1ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα  $\vec{B}_{1M}$  και  $\vec{B}_{2M}$  των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο M.



Το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_{1M}$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_{1M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{\frac{d}{2}}$  ή  $B_{1M} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

Το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_{2M}$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_{2M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\frac{d}{2}}$  ή  $B_{2M} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

Επειδή είναι  $B_{2M} > B_{1M}$ , το διάνυσμα της συνολικής έντασης  $\vec{B}_M$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο σημείο M έχει την ίδια φορά με το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_{2M}$  και το μέτρο του είναι:  $B_M = B_{2M} - B_{1M}$  ή  $B_M = 12 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

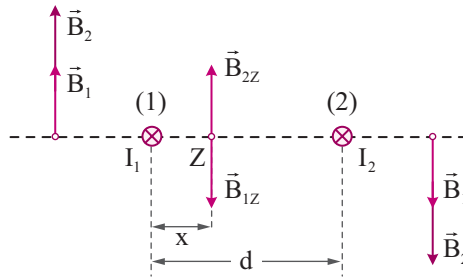
**β.** Τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}_{1A}$  και  $\vec{B}_{2A}$  των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Λ έχουν σχεδιαστεί στο παραπάνω σχήμα. Για τα μέτρα τους ισχύει:  $B_{1A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{d + d_1}$  ή  $B_{1A} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$  και  $B_{2A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d_1}$  ή  $B_{2A} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

Το διάνυσμα της συνολικής έντασης  $\vec{B}_A$  που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο σημείο Λ έχει την ίδια φορά με τα διανύσματα  $\vec{B}_{1A}$  και  $\vec{B}_{2A}$ .

Το μέτρο της συνολικής έντασης  $\vec{B}_A$  που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο σημείο Λ υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_A = B_{1A} + B_{2A}$  ή  $B_A = 20 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

**γ.** Έστω  $\vec{B}_{1Z}$  και  $\vec{B}_{2Z}$  οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Z. Ισχύει:  $\vec{B}_Z = \vec{B}_{1Z} + \vec{B}_{2Z}$  ή  $\vec{0} = \vec{B}_{1Z} + \vec{B}_{2Z}$  ή  $\vec{B}_{1Z} = -\vec{B}_{2Z}$  (1).

Επομένως, οι εντάσεις  $\vec{B}_{1Z}$  και  $\vec{B}_{2Z}$  πρέπει να είναι αντίθετες, δηλαδή να έχουν αντίθετη φορά και ίσα μέτρα. Στο επόμενο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί σε τυχαία σημεία της ευθείας  $x'x$  που βρίσκονται αριστερά του αγωγού (1), ανάμεσα στους δύο αγωγούς και δεξιά του αγωγού (2).

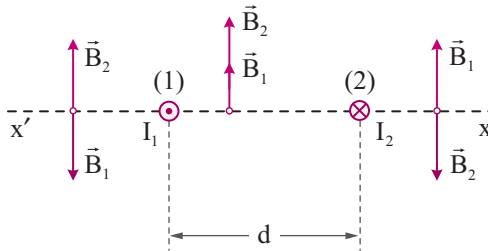


Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα, το σημείο  $Z$  βρίσκεται ανάμεσα στους δύο αγωγούς.

Έστω  $x$  η απόσταση του σημείου  $Z$  από τον αγωγό (1). Από τη σχέση (1) έχουμε:  $B_{1z} = B_{2z}$

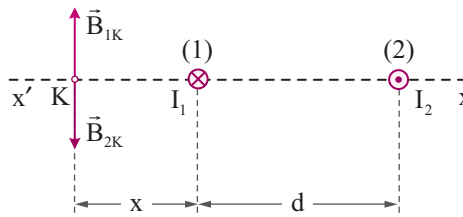
$$\text{ή } \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d-x} \quad \text{ή } \frac{I_1}{I_2} = \frac{x}{d-x} \quad \text{ή } \frac{1}{3} = \frac{x}{d-x} \quad \text{ή } d-x = 3x \quad \text{ή } x = \frac{d}{4} \quad \text{ή } x = 5 \text{ cm.}$$

**δ.** Αν τα ρεύματα που διαρρέουν τους δύο αγωγούς είναι αντίρροπα, τότε όπως προκύπτει από το παρακάτω σχήμα οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί μπορεί να είναι αντίθετες σε σημείο που βρίσκεται αριστερά του αγωγού (1) ή δεξιά του αγωγού (2).



$$\text{Ισχύει: } B_1 = B_2 \quad \text{ή } \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r_2} \quad \text{ή } \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad (2).$$

Επειδή είναι  $I_1 < I_2$ , από τη σχέση (2) προκύπτει ότι  $r_1 < r_2$ . Συνεπώς, το σημείο  $K$  βρίσκεται αριστερά του αγωγού (1).

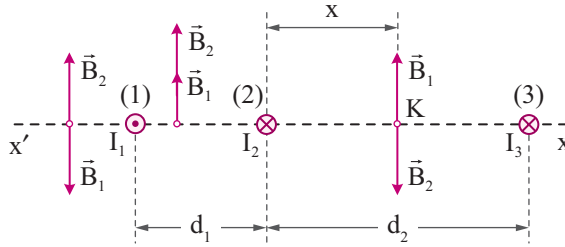


Έστω  $x$  η απόσταση του σημείου  $K$  από τον αγωγό (1). Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{x}{d+x} \quad \text{ή } \frac{1}{3} = \frac{x}{d+x} \quad \text{ή } d+x = 3x \quad \text{ή } x = \frac{d}{2} \quad \text{ή } x = 10 \text{ cm.}$$

## Θέμα 2ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα σε τυχαία σημεία της ευθείας  $x'x$ , τα οποία βρίσκονται αριστερά του αγωγού (1), ανάμεσα στους αγωγούς (1) και (2) και δεξιά του αγωγού (2).



Για να είναι η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) ίση με μηδέν, πρέπει οι εντάσεις  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  να είναι αντίθετες ( $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$ ). Αυτό μπορεί να συμβεί σε σημείο Κ που βρίσκεται αριστερά του αγωγού (1) ή δεξιά του αγωγού (2), όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Στο σημείο Κ ισχύει:  $B_1 = B_2$  ή  $\frac{\mu_0 2I_1}{4\pi r_1} = \frac{\mu_0 2I_2}{4\pi r_2}$  ή  $\frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}$  (1).

Επειδή είναι  $I_1 > I_2$ , από τη σχέση (1) προκύπτει:  $r_1 > r_2$ . Συνεπώς, το σημείο Κ βρίσκεται δεξιά του αγωγού (2). Έστω  $x$  η απόσταση του σημείου Κ από τον αγωγό (2). Από τη σχέση (1) έχουμε:

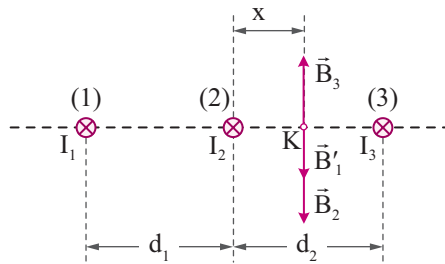
$$\frac{I_1}{r_2} = \frac{d_1 + x}{x} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{d_1 + x}{x} \quad \text{ή} \quad x = d_1 \quad \text{ή} \quad x = 2 \text{ cm.}$$

Δηλαδή το σημείο Κ βρίσκεται στο μέσον της απόστασης μεταξύ των αγωγών (2) και (3).

**β.** Επειδή η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν, το μέτρο της συνολικής έντασης  $\vec{B}_{ολ}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο σημείο Κ είναι ίσο με το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_3$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (3) στο σημείο Κ. Συνεπώς, ισχύει:

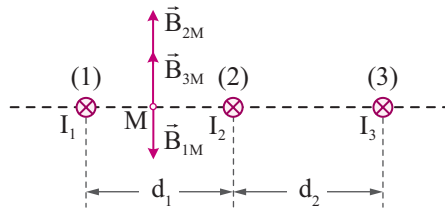
$$B_{ολ} = B_3 \quad \text{ή} \quad B_{ολ} = \frac{\mu_0 2I_3}{4\pi d_2 - x} \quad \text{ή} \quad I_3 = 2 \text{ A.}$$

**γ.** Αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1), τότε το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (1) στο σημείο Κ θα αντιστραφεί χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της. Στο επόμενο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}'_1$ ,  $\vec{B}_2$  και  $\vec{B}_3$  που δημιουργούν οι αγωγοί (1), (2) και (3) αντίστοιχα στο σημείο Κ.



Ισχύει:  $\vec{B}_K = \vec{0}$  ή  $B'_1 + B_2 - B_3 = 0$  ή  $B'_1 + B_2 = B_3$  ή  $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{d_1 + x} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{d_2 - x}$   
 ή  $\frac{I_2}{d_1} + \frac{I_2}{d_1} = \frac{I_3}{d_2 - d_1}$  ή  $\frac{2I_2}{d_1} = \frac{I_3}{d_2 - d_1}$  ή  $I_2 = 1 \text{ A}$ . Συνεπώς, είναι:  $I_1 = 2I_2$  ή  $I_1 = 2 \text{ A}$ .

**δ.** Έστω  $\vec{B}_{1M}$ ,  $\vec{B}_{2M}$  και  $\vec{B}_{3M}$  οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1), (2) και (3) αντίστοιχα στο σημείο M.



Είναι:  $B_{1M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{\frac{d_1}{2}}$  ή  $B_{1M} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .  $B_{2M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\frac{d_1}{2}}$  ή  $B_{2M} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

$B_{3M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{\frac{d_1}{2} + d_2}$  ή  $B_{3M} = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

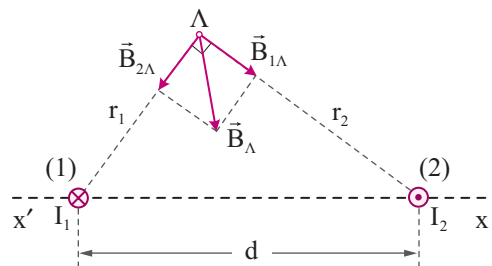
Το μέτρο  $B_M$  της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο σημείο M υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_M = B_{1M} - B_{2M} - B_{3M}$  ή  $B_M = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

### Θέμα 3ο

**α.** Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}_{1\Lambda}$  και  $\vec{B}_{2\Lambda}$  των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Λ.

Είναι:  $B_{1\Lambda} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r_1}$  ή  $B_{1\Lambda} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  και

$B_{2\Lambda} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r_2}$  ή  $B_{2\Lambda} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

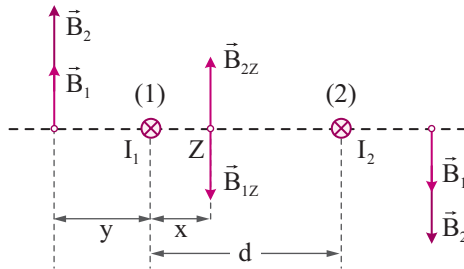


Επειδή τα διανύσματα  $\vec{B}_{1\Lambda}$  και  $\vec{B}_{2\Lambda}$  είναι κάθετα μεταξύ τους, το μέτρο  $\vec{B}_{\Lambda}$  της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο σημείο  $\Lambda$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_{\Lambda} = \sqrt{B_{1\Lambda}^2 + B_{2\Lambda}^2}$  ή  $B_{\Lambda} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

**β.** Είναι:  $d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$  ή  $d = 5 \text{ cm}$ .

Έστω  $\vec{B}_{1Z}$  και  $\vec{B}_{2Z}$  οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο  $Z$ . Ισχύει:  $\vec{B}_Z = \vec{B}_{1Z} + \vec{B}_{2Z}$  ή  $\vec{0} = \vec{B}_{1Z} + \vec{B}_{2Z}$  ή  $\vec{B}_{1Z} = -\vec{B}_{2Z}$  (1).

Επομένως, οι εντάσεις  $\vec{B}_{1Z}$  και  $\vec{B}_{2Z}$  πρέπει να είναι αντίθετες, δηλαδή να έχουν αντίθετη φορά και ίσα μέτρα. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί σε τυχαία σημεία της ευθείας  $x'x$  που βρίσκονται αριστερά του αγωγού (1), ανάμεσα στους δύο αγωγούς και δεξιά του αγωγού (2).



Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα το σημείο  $Z$  βρίσκεται ανάμεσα στους δύο αγωγούς. Έστω  $x$  η απόσταση του σημείου  $Z$  από τον αγωγό (1). Από τη σχέση (1) έχουμε:  $B_{1Z} = B_{2Z}$

$$\text{ή } \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d-x} \quad \text{ή } \frac{I_1}{I_2} = \frac{x}{d-x} \quad \text{ή } 1 = \frac{x}{d-x} \quad \text{ή } d-x = x \quad \text{ή } x = \frac{d}{2} \quad \text{ή } x = 2,5 \text{ cm.}$$

Επομένως, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί είναι ίση με μηδέν σε σημείο  $Z$  που βρίσκεται ανάμεσα στους δύο αγωγούς και απέχει από τον αγωγό (1) απόσταση 2,5 cm.

**γ.** Επειδή είναι  $\vec{B}_1 = 2\vec{B}_2$ , πρέπει οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο αγωγοί να έχουν την ίδια φορά και για τα μέτρα τους να ισχύει:

$$B_1 = 2B_2 \quad \text{ή } \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r_1} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r_2} \quad \text{ή } r_2 = 2r_1 \quad (1).$$

Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα, το σημείο  $\Lambda$  βρίσκεται αριστερά του αγωγού (1). Έστω  $y$  η απόσταση του από τον αγωγό (1). Από τη σχέση (1) έχουμε:

$$d + y = 2y \quad \text{ή } y = d \quad \text{ή } y = 5 \text{ cm.}$$

### Θέμα 4ο

**α.** Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των ευθύγραμμων αγωγών (1) και (2).

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 6 \, \Omega.$$

Η ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή υπολογίζεται από τη σχέση:

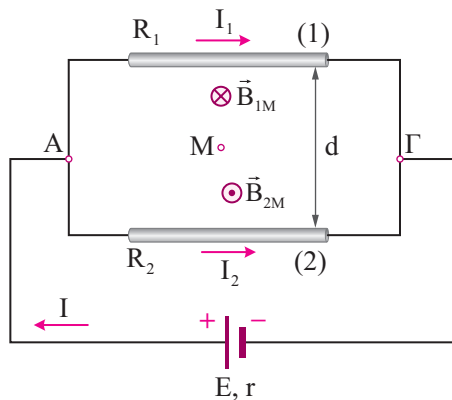
$$I = \frac{E}{R_{1,2} + r} \quad \text{ή} \quad I = 5 \, \text{A}. \quad \text{Η τάση } V_\pi \text{ που επικρατεί στους πόλους της ηλεκτρικής πηγής υπολογίζεται}$$

$$\text{από τη σχέση: } V_\pi = E - Ir \quad \text{ή} \quad V_\pi = 30 \, \text{V}.$$

Έστω  $I_1$  και  $I_2$  οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς τους (1) και (2) αντίστοιχα.

$$\text{Είναι: } I_1 = \frac{V_\pi}{R_1} \quad \text{ή} \quad I_1 = 3 \, \text{A} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_\pi}{R_2} \quad \text{ή} \quad I_2 = 2 \, \text{A}.$$

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}_{1M}$  και  $\vec{B}_{2M}$  των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο  $M$ .



$$\text{Είναι: } B_{1M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{\frac{d}{2}} \quad (1) \quad \text{και} \quad B_{2M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\frac{d}{2}} \quad (2).$$

Επειδή είναι  $I_1 > I_2$ , από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι  $B_{1M} > B_{2M}$ . Επομένως, είναι:

$$B_M = B_{1M} - B_{2M} \quad \text{ή} \quad B_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{\frac{d}{2}} - \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\frac{d}{2}} \quad \text{ή} \quad B_M = \frac{4\mu_0}{4\pi} \frac{(I_1 - I_2)}{d} \quad \text{ή} \quad d = 0,2 \, \text{m}.$$

**γ.** Έστω  $\vec{B}_{1\Lambda}$  και  $\vec{B}_{2\Lambda}$  οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) στο σημείο  $\Lambda$  αντίστοιχα και  $I'_1$  και  $I'_2$  οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς

$$(1) \text{ και } (2) \text{ αντίστοιχα. Ισχύει: } \vec{B}_\Lambda = \vec{0} \quad \text{ή} \quad B_{1\Lambda} - B_{2\Lambda} = 0 \quad \text{ή} \quad B_{1\Lambda} = B_{2\Lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I'_1}{\frac{d'}{2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I'_2}{\frac{d'}{2}}$$

$$\text{ή} \quad I'_1 = I'_2 \quad \text{ή} \quad \frac{V_{ZN}}{R_1} = \frac{V_{ZN}}{R_3} \quad \text{ή} \quad R_3 = R_1 \quad \text{ή} \quad R_3 = 10 \, \Omega.$$

**δ.** Έστω  $R_{1,3}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των ευθύγραμμων αγωγών (1) και (3).

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \quad \text{ή} \quad R_{1,3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \quad \text{ή} \quad R_{1,3} = 5 \, \Omega.$$

Έστω  $R_{εξ}$  η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος.

$$\text{Είναι: } R_{εξ} = R_{1,3} + R_4 \quad \text{ή} \quad R_{εξ} = 8 \, \Omega. \text{ Έστω } I' \text{ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή. Είναι: } I' = \frac{E}{R_{εξ} + r} \quad \text{ή} \quad I' = 4 \, \text{A}.$$

Το μέτρο  $B_K$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_K = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I'}{a}$  ή  $B_K = 4\pi \cdot 10^{-6} \, \text{T}$ .

**ε.** Η τάση  $V_{ZN}$  στα άκρα του συστήματος των αγωγών (1) και (3) υπολογίζεται από τη σχέση:

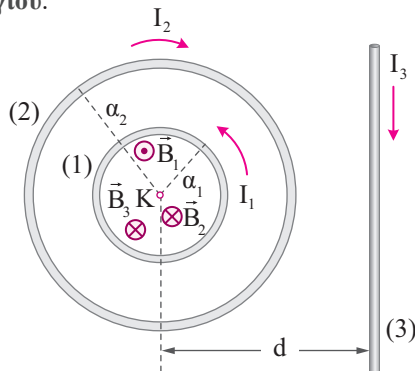
$$V_{ZN} = I' R_{1,3} \quad \text{ή} \quad V_{ZN} = 20 \, \text{V}. \text{ Η ένταση } I'_1 \text{ του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1) υπολογίζεται από τη σχέση: } I'_1 = \frac{V_{ZN}}{R_1} \quad \text{ή} \quad I'_1 = 2 \, \text{A}.$$

Το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_{1\theta}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (1) στο σημείο Θ είναι:

$$B_{1\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I'_1}{d_1} \quad \text{ή} \quad B_{1\theta} = 4 \cdot 10^{-5} \, \text{T}.$$

### Θέμα 5ο

**α.** Έστω  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  και  $\vec{B}_3$  οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1), (2) και (3) αντίστοιχα στο κοινό κέντρο Κ των δύο κυκλικών αγωγών. Το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_1$  είναι κάθετο στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Επειδή, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο κυκλικοί αγωγοί στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν, το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_2$  είναι αντίθετο από το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_1$ . Δηλαδή, το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_2$  είναι κάθετο στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό (2) είναι η ίδια με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.





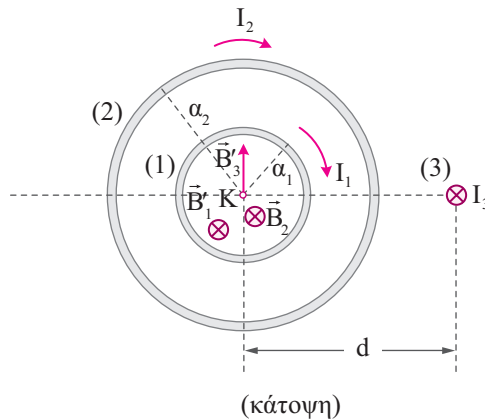
Ισχύει:  $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$  ή  $B_1 = B_2$  ή  $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_2}{\alpha_2}$  ή  $I_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} I_1$  ή  $I_2 = (20/\pi) \text{ A}$ .

**β.** Επειδή η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι κυκλικοί αγωγοί (1) και (2) στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν, η συνολική ένταση  $\vec{B}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί είναι ίση με την ένταση  $\vec{B}_3$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο σημείο Κ ο ευθύγραμμος αγωγός (3) στο σημείο Κ.

Επομένως, η ένταση  $\vec{B}_3$  έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Συνεπώς, η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (3), σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, είναι προς τα κάτω, όπως απεικονίζεται στο προηγούμενο σχήμα.

Είναι:  $B = B_3$  ή  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{d}$  ή  $d = 0,4 \text{ m}$ .

**γ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα  $\vec{B}'_1$ ,  $\vec{B}_2$  και  $\vec{B}'_3$  των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1), (2) και (3) αντίστοιχα στο σημείο Κ, αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό (1) και στρέψουμε τον ευθύγραμμο αγωγό (3) ώστε να γίνει κάθετος στο επίπεδο των δύο κυκλικών αγωγών.



Επειδή οι εντάσεις  $\vec{B}'_1$  και  $\vec{B}_2$  έχουν την ίδια φορά, το μέτρο της συνολικής έντασης  $\vec{B}_{1,2}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) στο σημείο Κ είναι:

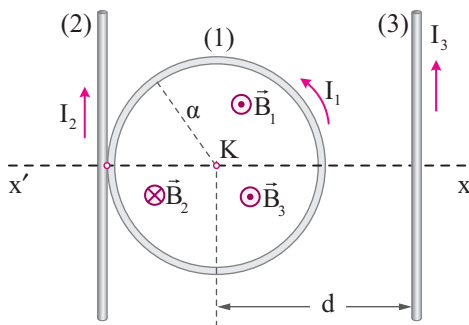
$B_{1,2} = B'_1 + B_2$  ή  $B_{1,2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha_1} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_2}{\alpha_2}$  ή  $B_{1,2} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Το διάνυσμα  $\vec{B}_{1,2}$  έχει την ίδια φορά με τα διανύσματα  $\vec{B}'_1$  και  $\vec{B}_2$ . Το μέτρο της έντασης  $\vec{B}'_3$  είναι:  $B'_3 = B_3$  ή  $B'_3 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Επειδή τα διανύσματα  $\vec{B}_{1,2}$  και  $\vec{B}'_3$  είναι κάθετα μεταξύ τους, το μέτρο της συνολικής έντασης  $\vec{B}_{\text{ολ}}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο σημείο Κ υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_{\text{ολ}} = \sqrt{B_{1,2}^2 + B_3'^2}$  ή  $B_{\text{ολ}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

### Θέμα 6ο

**α.** Το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_2$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός (2) στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι κάθετο στη σελίδα και έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Επειδή η συνολική ένταση  $\vec{B}_{2,3}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι ευθύγραμμοι αγωγοί (2) και (3) στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν, ισχύει:

$$\vec{B}_{2,3} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \quad \text{ή} \quad \vec{0} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \quad \text{ή} \quad \vec{B}_3 = -\vec{B}_2 \quad (1).$$

Επομένως, το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_3$  που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός (3) στο σημείο Κ είναι αντίθετο από το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_2$ . Συνεπώς, το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_3$  είναι κάθετο στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό (3) είναι προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.

Από τη σχέση (1) έχουμε:  $B_2 = B_3$  ή  $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{d}$  ή  $\alpha = \frac{I_2}{I_3} d$  ή  $\alpha = 0,2 \text{ m}$ .

**β.** Επειδή οι εντάσεις  $\vec{B}_2$  και  $\vec{B}_3$  είναι αντίθετες, η συνολική ένταση  $\vec{B}_{ολ}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο σημείο Κ είναι ίση με την ένταση  $\vec{B}_1$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ. Συνεπώς, το διάνυσμα της συνολικής έντασης  $\vec{B}_{ολ}$  είναι κάθετο στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

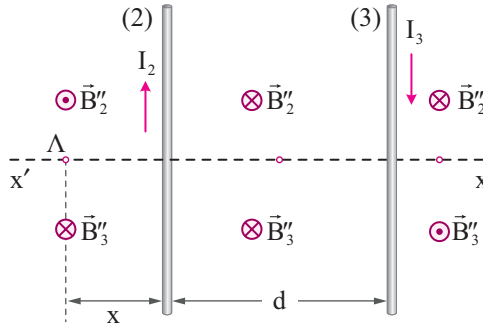
$$\text{Είναι: } B_{ολ} = B_1 \quad \text{ή} \quad B_{ολ} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha} \quad \text{ή} \quad B_{ολ} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

**γ.** Αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό (3), τότε το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}'_3$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (3) στο σημείο Κ θα γίνει κάθετο στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Το μέτρο της έντασης  $\vec{B}'_3$  είναι:  $B'_3 = B_3$ . Επειδή η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν ισχύει:

$$\vec{B}'_{\text{ολ}} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad B_2 + B_3 = B_1 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\alpha} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{d} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha} \quad \text{ή} \quad \frac{I_2}{\alpha} + \frac{I_3}{d} = \frac{\pi I_1}{\alpha} \quad \text{ή} \quad \frac{I_2}{\alpha} + \frac{2I_2}{d} = \frac{\pi I_1}{\alpha}$$

ή  $I_2 = 2,5 \text{ A}$ . Επομένως, είναι:  $I_3 = 2I_2$  ή  $I_3 = 5 \text{ A}$ .

**δ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των εντάσεων  $\vec{B}''_2$  και  $\vec{B}''_3$  των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (2) και (3) αντίστοιχα σε τυχαία σημεία της ευθείας  $x'x$  που βρίσκονται αριστερά του αγωγού (2), ανάμεσα στους αγωγούς (2) και (3) και δεξιά του αγωγού (3).



Επειδή η συνολική ένταση  $\vec{B}'_{\text{ολ}}$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί (2) και (3) είναι ίση με μηδέν, ισχύει:  $\vec{B}'_{\text{ολ}} = \vec{0}$  ή  $\vec{B}''_2 + \vec{B}''_3 = \vec{0}$  ή  $\vec{B}''_2 = -\vec{B}''_3$  ή  $B''_2 = B''_3$

$$\text{ή} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_3}{r_3} \quad \text{ή} \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{r_2}{r_3} \quad \text{ή} \quad r_3 = 2r_2 \quad (2).$$

Επομένως, **το σημείο Λ βρίσκεται αριστερά του αγωγού (2)**. Έστω  $x$  η απόσταση του σημείου  $\Lambda$  από τον αγωγό (2). Από τη σχέση (2) προκύπτει:  $d + x = 2x$  ή  $x = d$  ή  $x = 0,4 \text{ m}$ .

### Θέμα 7ο

**α.** Έστω  $R$  η ωμική αντίσταση του ευθύγραμμου αγωγού. Είναι:  $R = \rho \frac{d}{A}$  ή  $R = 3 \Omega$ .

Η ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I = \frac{E}{R + r} \quad \text{ή} \quad I = 6 \text{ A}. \quad \text{Το μέτρο } B_\Lambda \text{ της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός στο σημείο } \Lambda \text{ υπολογίζεται από τη σχέση: } B_\Lambda = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{d_1} \quad \text{ή} \quad B_\Lambda = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

**β.** Έστω  $R_1$  η ωμική αντίσταση του κυκλικού πλαισίου. Είναι:  $R_1 = \rho \frac{L_1}{A}$  ή  $R_1 = 1 \Omega$ .

Έστω  $R_2$  η ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς. Είναι:  $R_2 = \rho \frac{L_2}{A}$  ή  $R_2 = 2 \Omega$ .

Το πλήθος των σπειρών από τις οποίες αποτελείται το κυκλικό πλαίσιο υπολογίζεται από τη σχέση:  $L_1 = N_1 2\pi a_1$  ή  $N_1 = 10$  σπείρες.

Το πλήθος των σπειρών από τις οποίες αποτελείται το σωληνοειδές υπολογίζεται από τη σχέση:  
 $L_2 = N_2 2\pi a_2$  ή  $N_2 = 500$  σπείρες. Η ένταση  $I'$  του σταθερού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

$$\text{είναι: } I' = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \quad \text{ή } I' = 6 \text{ A.}$$

Το μέτρο  $B_K$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το κυκλικό πλαίσιο στο κέντρο του Κ είναι:  $B_K = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I'}{a_1} N_1$  ή  $B_K = 24\pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

**γ.** Το μέτρο  $B_\Sigma$  της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_\Sigma = \mu_0 I' \frac{N_2}{\ell}$  ή  $B_\Sigma = 24\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$ .

**δ.** Έστω  $R_\Sigma$  η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής.

$$\text{Είναι: } P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \quad \text{ή } R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K} \quad \text{ή } R_\Sigma = 6 \Omega.$$

Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος του κυκλικού πλαισίου και του σωληνοειδούς.

Είναι:  $R_{1,2} = R_1 + R_2$  ή  $R_{1,2} = 3 \Omega$ . Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{εξ}$  του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{1}{R_{εξ}} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_\Sigma}$  ή  $R_{εξ} = \frac{R_{1,2} \cdot R_\Sigma}{R_{1,2} + R_\Sigma}$  ή  $R_{εξ} = 2 \Omega$ .

Έστω  $I''$  η ένταση του σταθερού ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή.

$$\text{Είναι: } I'' = \frac{E}{R_{εξ} + r} \quad \text{ή } I'' = 7,5 \text{ A. Η τάση } V_{ΑΓ} \text{ στα άκρα της θερμικής συσκευής είναι ίση με την}$$

πολική τάση  $V_\pi$  της ηλεκτρικής πηγής. Είναι:  $V_{ΑΓ} = V_\pi$  ή  $V_{ΑΓ} = E - I''r$  ή  $V_{ΑΓ} = 15 \text{ V}$ .

Επειδή είναι  $V_{ΑΓ} > V_K$ , η θερμική συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά. Έστω  $I'_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές. Είναι:  $I'_1 = \frac{V_{ΑΓ}}{R_{1,2}}$  ή  $I'_1 = 5 \text{ A}$ .

Έστω  $B'_\Sigma$  το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς. Είναι:  $B'_\Sigma = \mu_0 I'_1 \frac{N_2}{\ell}$  (1). Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια σπείρα

του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση:  $\Phi = B'_\Sigma A_\Sigma$  ή  $\Phi = \mu_0 I'_1 \frac{N_2}{\ell} A_\Sigma$  (2), όπου  $A_\Sigma$  το εμβαδόν της επιφάνειας κάθε σπείρας του σωληνοειδούς. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση:  $L = \mu_0 \frac{N_2^2}{\ell} A_\Sigma$  (3).

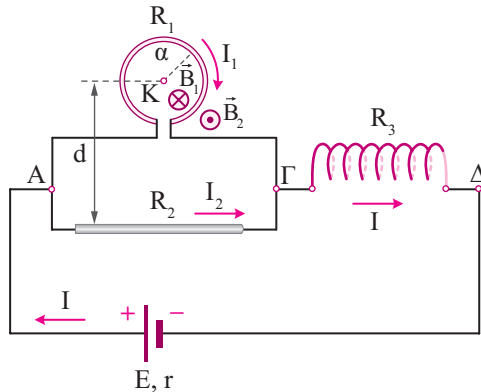
Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε:

$$\frac{\Phi}{L} = \frac{I'_1}{N_2} \quad \text{ή } L = \frac{\Phi N_2}{I'_1} \quad \text{ή } L = 0,02 \text{ H.}$$

### Θέμα 8ο

**α.** Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή.

Είναι:  $B = \mu_0 I \frac{N}{\ell}$  ή  $I = 3 \text{ A}$ .



**β.** Έστω  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  οι εντάσεις του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός και ο ευθύγραμμος αγωγός αντίστοιχα στο κέντρο  $K$  του κυκλικού αγωγού.

Είναι:  $\vec{B}_{1,2} = \vec{0}$  ή  $B_1 = B_2$  ή  $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{d}$  ή  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\alpha}{d\pi}$  ή  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{5}$  (1).

**γ.** Από τη σχέση (1) προκύπτει:  $I_2 = 5I_1$  (2). Είναι:  $I = I_1 + I_2$  ή, λόγω της σχέσης (2):

$I = I_1 + 5I_1$  ή  $I_1 = \frac{I}{6}$  ή  $I_1 = 0,5 \text{ A}$ . Από τη σχέση (2) για  $I_1 = 0,5 \text{ A}$  προκύπτει:  $I_2 = 2,5 \text{ A}$ .

Η τάση  $V_{\text{ΑΓ}}$  στα άκρα του συστήματος του κυκλικού και του ευθύγραμμου αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση:  $V_{\text{ΑΓ}} = I_2 R_2$  ή  $V_{\text{ΑΓ}} = 15 \text{ V}$ .

Η ωμική αντίσταση του κυκλικού αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση:  $R_1 = \frac{V_{\text{ΑΓ}}}{I_1}$  ή  $R_1 = 30 \Omega$ .

Η ισοδύναμη ωμική αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος του κυκλικού και του ευθύγραμμου αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$   $R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  ή  $R_{1,2} = 5 \Omega$ .

Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{\text{εξ}}$  του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος είναι:

$R_{\text{εξ}} = R_{1,2} + R_3$  ή  $R_{\text{εξ}} = 15 \Omega$ . Η ΗΕΔ  $E$  της ηλεκτρικής πηγής υπολογίζεται από τη σχέση:

$I = \frac{E}{R_{\text{εξ}} + r}$  ή  $E = 60 \text{ V}$ .

**δ.** Το νέο σωληνοειδές που τοποθετείται στο κύκλωμα έχει τις μισές σπείρες ( $N' = 500$  σπείρες), το μισό μήκος ( $\ell' = 0,5 \text{ m}$ ) και τη μισή ωμική αντίσταση ( $R'_3 = 5 \Omega$ ) σε σχέση με το αρχικό σωληνοειδές. Η ισοδύναμη ωμική αντίσταση  $R'_{\text{εξ}}$  του εξωτερικού τμήματος του νέου κυκλώματος γίνεται:  $R'_{\text{εξ}} = R_{1,2} + R'_3$  ή  $R'_{\text{εξ}} = 10 \Omega$ . Έστω  $I'$  η ένταση του σταθερού ρεύματος που

διαρρέει την ηλεκτρική πηγή. Είναι:  $I' = \frac{E}{R'_{εξ} + r}$  ή  $I' = 4 \text{ A}$ .

Το μέτρο  $B'$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το νέο σωληνοειδές στο κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση:  $B' = \mu_0 I' \frac{N'}{\ell'}$  ή  $B' = 16\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$ .

ε. Έστω  $I'_1$  και  $I'_2$  οι εντάσεις των σταθερών ρευμάτων που διαρρέουν τον κυκλικό και τον ευθύγραμμο αγωγό αντίστοιχα. Είναι:  $I'_1 = \frac{V'_{ΑΓ}}{R_1}$  (3) και  $I'_2 = \frac{V'_{ΑΓ}}{R_2}$  (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) προκύπτει:

$$\frac{I'_1}{I'_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ή} \quad \frac{I'_1}{I'_2} = \frac{1}{5} \quad \text{ή} \quad I'_2 = 5I'_1 \quad (5). \quad \text{Είναι: } I'_1 + I'_2 = I' \quad \text{ή} \quad 6I'_1 = I' \quad \text{ή} \quad I'_1 = \frac{2}{3} \text{ A}.$$

Από τη σχέση (5) για  $I'_1 = \frac{2}{3} \text{ A}$  προκύπτει:  $I'_2 = \frac{10}{3} \text{ A}$ .

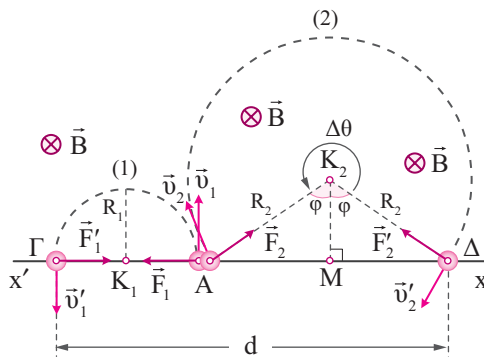
Το μέτρο  $B'_1$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ υπολογίζεται από τη σχέση:  $B'_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I'_1}{\alpha}$  ή  $B'_1 = \frac{2}{3} \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Το μέτρο  $B'_2$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση:  $B'_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I'_2}{d}$  ή  $B'_2 = \frac{2}{3} \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Οι εντάσεις  $\vec{B}'_1$  και  $\vec{B}'_2$  έχουν αντίθετες φορές. Επομένως, η συνολική ένταση  $\vec{B}_K$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν ο κυκλικός και ο ευθύγραμμος αγωγός στο σημείο Κ έχει μέτρο:  $B_K = B'_1 - B'_2$  ή  $B_K = 0$ .

### Θέμα 9ο

α. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι κυκλικές τροχιές που διαγράφουν τα σωματίδια εντός του μαγνητικού πεδίου. Στο ίδιο σχήμα φαίνονται και τα κέντρα  $K_1$  και  $K_2$  των κυκλικών τροχιών που διαγράφουν τα σωματίδια (1) και (2) αντίστοιχα εντός του μαγνητικού πεδίου.



Η ακτίνα  $R_1$  της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου (1) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{B|q_1|} \quad \text{ή} \quad R_1 = 2 \text{ m.} \quad \text{Έστω } R_2 \text{ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου (2). Από το ορθογώνιο τρίγωνο } AMK_2 \text{ που φαίνεται στο σχήμα έχουμε: } \eta\mu\phi = \frac{(AM)}{R_2} \quad \text{ή} \quad (AM) = \frac{R_2}{2}.$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων εξόδου  $\Gamma$  και  $\Delta$  από το μαγνητικό πεδίο των σωματιδίων (1) και (2) αντίστοιχα είναι:  $d = (A\Gamma) + (A\Delta)$  ή  $d = 2R_1 + 2(AM)$  ή  $d = 2R_1 + R_2$  ή  $R_2 = 1 \text{ m.}$

**β.** Το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $R_2 = \frac{m_2 v_2}{B|q_2|}$  ή  $v_2 = 200 \text{ m/s.}$

Έστω  $F_2$  το μέτρο της δύναμης που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο σωματίδιο (2).

Είναι:  $F_2 = Bv_2|q_2|$  ή  $F_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$

**γ.** Έστω  $T_1$  η περίοδος της κίνησης του σωματιδίου (1). Είναι:  $T_1 = \frac{2\pi m_1}{B|q_1|}$  ή  $T_1 = 4\pi \cdot 10^{-2} \text{ s.}$

Έστω  $\Delta t_1$  το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου (1) εντός του μαγνητικού πεδίου.

Είναι:  $\Delta t_1 = \frac{T_1}{2}$  ή  $\Delta t_1 = 2\pi \cdot 10^{-2} \text{ s.}$  Έστω  $T_2$  η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σωματιδίου

(2) είναι:  $T_2 = \frac{2\pi m_2}{B|q_2|}$  ή  $T_2 = \pi \cdot 10^{-2} \text{ s.}$

Η γωνία  $\Delta\theta$  που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου (2) στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  της κίνησής του εντός του μαγνητικού πεδίου είναι:  $\Delta\theta = 2\pi - 2\phi$  ή  $\Delta\theta = \frac{5\pi}{3} \text{ rad.}$

Επειδή το σωματίδιο (2) εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση εντός του μαγνητικού πεδίου, ισχύει:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi}{T_2} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta\theta}{2\pi} T_2 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{5\pi}{6} \cdot 10^{-2} \text{ s.}$$

Η χρονική διαφορά με την οποία εξέρχονται τα δύο σωματίδια από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$$\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{7\pi}{6} \cdot 10^{-2} \text{ s.}$$

**δ.** Έστω  $s_1$  το μήκος της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο (1) εντός του μαγνητικού πεδίου.

Είναι:  $s_1 = v_1 \Delta t_1$  ή  $s_1 = 2\pi \text{ m.}$  Έστω  $s_2$  το μήκος της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο (2) εντός του μαγνητικού πεδίου. Είναι:  $s_2 = v_2 \Delta t_2$  ή  $s_2 = \frac{5\pi}{3} \text{ m.}$

**ε.** Οι φορείς των δυνάμεων Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα δύο σωματίδια διέρχονται κάθε χρονική στιγμή από τα κέντρα των κυκλικών τροχιών που διαγράφουν.

Επομένως, οι ζητούμενοι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής των δύο σωματιδίων είναι:

$$\frac{d\vec{L}_1}{dt} = \Sigma \vec{\tau}_1 \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{L}_1}{dt} = \vec{0} \quad \text{και} \quad \frac{d\vec{L}_2}{dt} = \Sigma \vec{\tau}_2 \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{L}_2}{dt} = \vec{0}.$$

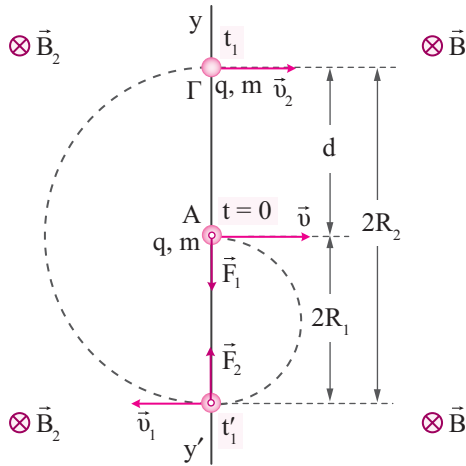
### Θέμα 10ο

**α.** Έστω  $R_1$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1). Είναι:

$$R_1 = \frac{mv}{B_1|q|} \quad (1). \text{ Έστω } R_2 \text{ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (2).}$$

Είναι:  $R_2 = \frac{mv}{B_2|q|} \quad (2)$ . Επειδή είναι  $B_1 > B_2$ , από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι  $R_2 > R_1$ .

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η τροχιά που διαγράφει το σωματίδιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ .



**β.** Έστω  $T_1$  η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1). Είναι:

$$T_1 = \frac{2\pi m}{B_1|q|}. \text{ Το χρονικό διάστημα } \Delta t_1 \text{ της κίνησης του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή } t = 0$$

έως τη χρονική στιγμή  $t'_1$  στην οποία εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο (2) για πρώτη φορά μετά τη

$$\text{χρονική στιγμή } t = 0 \text{ είναι: } \Delta t_1 = \frac{T_1}{2} \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{\pi m}{B_1|q|}.$$

Έστω  $T_2$  η περίοδος της κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (2). Είναι:  $T_2 = \frac{2\pi m}{B_2|q|}$ .

Το χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  της κίνησης του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή  $t'_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο (2) για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή

$$t = 0 \text{ είναι: } \Delta t_2 = \frac{T_2}{2} \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{\pi m}{B_2|q|}.$$

$$\text{Είναι: } t_1 = \Delta t_1 + \Delta t_2 \text{ ή } t_1 = \frac{\pi m}{|q|} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right) \text{ ή } \frac{|q|}{m} = \frac{\pi(B_1 + B_2)}{B_1 B_2 t_1} \text{ ή } \frac{|q|}{m} = 10^4 \text{ C/kg.}$$



**γ.** Όπως προκύπτει από το σχήμα, η απόσταση μεταξύ των σημείων Α και Γ είναι:

$$d = 2R_2 - 2R_1 \quad \text{ή} \quad d = 2 \frac{mv}{|q|} \left( \frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1} \right) \quad \text{ή} \quad d = \frac{2mv}{|q|} \cdot \frac{B_1 - B_2}{B_1 B_2} \quad \text{ή} \quad v = \frac{d|q|B_1 B_2}{2m(B_1 - B_2)}$$

ή  $v = 1.000 \text{ m/s}$ .

**δ.** Από τις σχέσεις (1) και (2) με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών προκύπτει αντίστοιχα:  $R_1 = 0,1 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,2 \text{ m}$ .

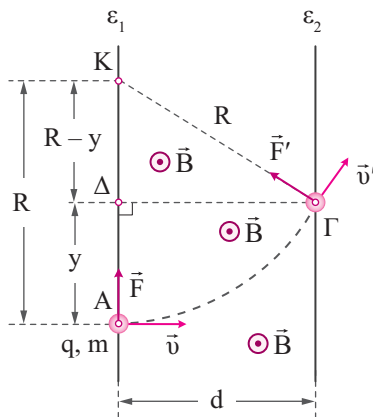
**ε.** Επειδή το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου παραμένει σταθερό, ισχύει:  $s = v\Delta t$  ή  $\Delta t = 15\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Το χρονικό διάστημα  $\Delta t'$  μεταξύ δύο διαδοχικών εισόδων του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1) είναι:  $\Delta t' = t_1$  ή  $\Delta t' = 3\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

Έστω  $N$  το πλήθος των εισόδων του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1) μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Είναι:  $N = \frac{\Delta t}{\Delta t'}$  ή  $N = 5$ .

Δηλαδή, τη χρονική στιγμή  $t_2$  το σωματίδιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο (1) για πέμπτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Έστω  $y$  η ζητούμενη κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από το σημείο Α. Είναι:  $y = Nd$  ή  $y = 1 \text{ m}$ .

### Θέμα 11ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το κέντρο  $K$  της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο, το οποίο είναι το σημείο τομής των φορέων των δυνάμεων Lorentz  $\vec{F}$  και  $\vec{F}'$  που ασκούνται στο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα.



Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $K\Delta\Gamma$  που φαίνεται στο σχήμα έχουμε:  $R^2 = (R - y)^2 + d^2$

$$\text{ή} \quad R^2 = R^2 + y^2 - 2Ry + d^2 \quad \text{ή} \quad 2Ry = y^2 + d^2 \quad \text{ή} \quad R = \frac{y^2 + d^2}{2y} \quad \text{ή} \quad R = 0,5 \text{ m}.$$

**β.** Με βάση την κατεύθυνση της δύναμης Lorentz  $\vec{F}$  που ασκείται στο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο στο σημείο Α και τον κανόνα του δεξιού χεριού, προκύπτει ότι το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό. Η τιμή του φορτίου του σωματιδίου προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$R = \frac{mv}{B|q|} \quad \text{ή} \quad |q| = \frac{mv}{BR} \quad \text{ή} \quad q = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

**γ.** Το μέτρο της δύναμης Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο σωματίδιο κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι σταθερό. Επομένως, το ζητούμενο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι:

$$\left| \frac{dp}{dt} \right| = \Sigma F \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = F \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = Bv|q| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = 4 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

Από το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του σωματιδίου εντός του μαγνητικού πεδίου έχουμε:  $W_{\Sigma F} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$  ή  $W_{\Sigma F} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$  ή  $W_F = 0$ .

**δ.** Για να διαγράψει το σωματίδιο ημικύκλιο εντός του μαγνητικού πεδίου, πρέπει να ισχύει:

$$R \leq d \quad \text{ή} \quad \frac{mv}{B|q|} \leq d \quad \text{ή} \quad B \geq \frac{mv}{qd} \quad \text{ή} \quad B \geq \frac{10}{3} \text{ T.}$$

Επομένως, η ελάχιστη τιμή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου για την οποία το σωματίδιο διαγράφει ημικύκλιο κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησής του μέσα σε αυτό είναι:

$B_{\text{min}} = \frac{10}{3} \text{ T}$ . Επομένως, για να διαγράψει το σωματίδιο ημικύκλιο εντός του μαγνητικού πεδίου, η ελάχιστη αύξηση του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$\Delta B = B_{\text{min}} - B \quad \text{ή} \quad \Delta B = \frac{4}{3} \text{ T.}$$

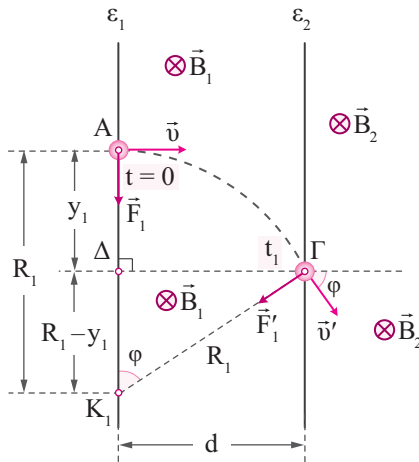
## Θέμα 12ο

**α.** Το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησής του στα δύο μαγνητικά πεδία παραμένει σταθερό. Έστω  $R_1$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (1). Είναι:  $R_1 = \frac{mv}{B_1|q|}$  ή  $R_1 = 0,2 \text{ m}$ .

Έστω  $R_2$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (2). Είναι:  $R_2 = \frac{mv}{B_2|q|}$  ή  $R_2 = 0,4 \text{ m}$ .

**β.** Στο σχήμα 1 απεικονίζεται η κυκλική τροχιά που διαγράφει το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (1) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία εξέρχεται από αυτό για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , καθώς και το κέντρο της  $K_1$ .

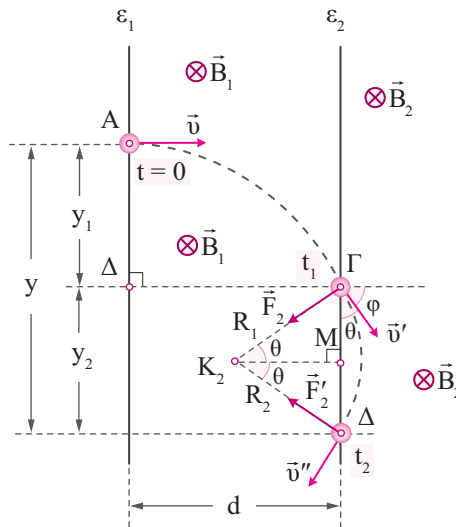
Έστω  $y_1$  η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική οριζόντια διεύθυνση της κίνησής του τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Από το ορθογώνιο  $K_1\Delta\Gamma$  που φαίνεται στο σχήμα έχουμε:



Σχήμα 1

$$R_1^2 = (R_1 - y_1)^2 + d^2 \quad \text{ή} \quad R_1 - y_1 = \sqrt{R_1^2 - d^2} \quad \text{ή} \quad y_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - d^2} \quad \text{ή} \quad y_1 = 0,1 \text{ m.}$$

Στο σχήμα 2 απεικονίζεται η κυκλική τροχιά που διαγράφει το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (2) από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  στην οποία εξέρχεται από αυτό για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , καθώς και το κέντρο της  $K_2$ .



Σχήμα 2

Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $K_1\Delta\Gamma$  που φαίνεται στο σχήμα 1 προκύπτει ότι:

$$\eta\mu\varphi = \frac{d}{R_1} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

Η οξεία γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η ταχύτητα  $\vec{v}'$  με την οποία εισέρχεται το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (2) τη χρονική στιγμή  $t_1$  με το όριο  $\varepsilon_2$  είναι:  $\theta = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \text{ rad}$  ή  $\theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .

Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $\Gamma\text{M}\text{K}_2$  που φαίνεται στο σχήμα 2 έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{(\Gamma\text{M})}{\text{R}_2} \quad \text{ή} \quad (\Gamma\text{M}) = 0,2 \text{ m.}$$

Έστω  $\Delta$  το σημείο του ορίου  $\varepsilon_2$  από το οποίο εξέρχεται το σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο (2) τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Είναι:  $(\Gamma\Delta) = 2 (\Gamma\text{M})$  ή  $(\Gamma\Delta) = 0,4 \text{ m}$ . Όπως προκύπτει από το σχήμα (2), η κατακόρυφη απόκλιση  $y$  του σωματιδίου από την αρχική οριζόντια διεύθυνση της κίνησής του τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:  $y = y_1 + y_2$  ή  $y = y_1 + (\Gamma\Delta)$  ή  $y = 0,5 \text{ m}$ .

**γ.** Έστω  $\Delta t_1$  το χρονικό διάστημα κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$  είναι:

$\Delta\varphi_1 = \varphi$  ή  $\Delta\varphi_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ . Έστω  $T_1$  η περίοδος και  $\omega_1$  το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (1).

$$\text{Είναι: } \omega_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi}{T_1} = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{2\pi} T_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{1}{3} \frac{\pi m}{B_1 |q|} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

Έστω  $\Delta t_2$  το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (2) από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  είναι:  $\Delta\varphi_2 = 2\theta$  ή  $\Delta\varphi_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ . Έστω  $T_2$  η περίοδος και  $\omega_2$  το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο (2).

$$\text{Είναι: } \omega_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi}{T_2} = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{2\pi} T_2 \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \frac{1}{3} \frac{\pi m}{B_2 |q|} \quad \text{ή} \quad t_2 = 2\pi \cdot 10^{-3} \text{ s.}$$

**δ.** Επειδή το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου παραμένει σταθερό, το μήκος  $s$  της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:

$$s = vt_2 \quad \text{ή} \quad s = 0,2\pi \text{ m.}$$

### Θέμα 13ο

**α.** Το σωματίδιο (3) εκτελεί ελικοειδή κίνηση μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Έστω  $R$  η ακτίνα της έλικας της κίνησής του. Είναι:  $R = \frac{mv_3}{Bq} \eta\mu\varphi$  ή  $R = \frac{0,2}{\pi} \sqrt{3} \text{ m}$ .

Έστω  $\beta$  το βήμα της έλικας. Είναι:  $\beta = \frac{2\pi m}{Bq} v_3 \sigma\upsilon\nu\varphi$  ή  $\beta = 0,4 \text{ m}$ .

**β.** Έστω  $T_3$  περίοδος της ελικοειδούς κίνησης του σωματιδίου (3).

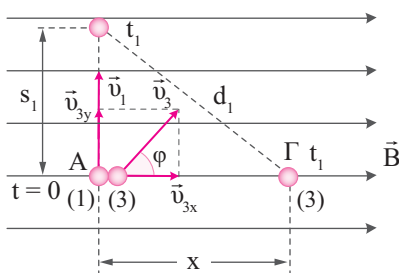
Είναι:  $T_3 = \frac{2\pi m}{Bq}$  ή  $T_3 = 8\pi \cdot 10^{-2} \text{ s}$ . Η χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$t_1 = NT$  ή  $t_1 = 10 T$  ή  $t_1 = 0,8\pi$  s. Έστω  $s_3$  το μήκος της τροχιάς που έχει διανύσει το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Είναι:  $s_3 = v_3 t_1$  ή  $s_3 = 8$  m.

**γ.** Επειδή το σωματίδιο (1) είναι αφόρτιστο, δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο.

Επομένως, το σωματίδιο (1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Έστω  $s_1$  το διάστημα που έχει διανύσει το σωματίδιο (1) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Είναι:  $s_1 = v_1 t_1$  ή  $s_1 = 3$  m.

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία το σωματίδιο (3) έχει ολοκληρώσει τη δέκατη περιστροφή του τέμνει τη δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης Α σε σημείο Γ, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αναλύουμε την ταχύτητα  $\vec{v}_3$  σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες  $\vec{v}_{3x}$  και  $\vec{v}_{3y}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω  $x$  η οριζόντια απόσταση που διανύει το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Είναι:  $x = v_{3x} \cdot t_1$  ή  $x = v_3 \sin\varphi \cdot t_1$  ή  $x = 4$  m.

Όπως προκύπτει από το σχήμα, η απόσταση  $d_1$  μεταξύ των σωματιδίων (1) και (3) τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:  $d_1 = \sqrt{s_1^2 + x^2}$  ή  $d_1 = 5$  m.

**δ.** Επειδή το σωματίδιο (2) εκτοξεύεται στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο.

Επομένως, το σωματίδιο (2) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου. Είναι:  $s_2 = v_2 t_2$  ή  $t_2 = 1,2\pi$  s.

Έστω  $N'$  το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Είναι:  $t_2 = N'T_3$  ή  $N' = 15$  περιστροφές.

Επομένως, τη χρονική στιγμή  $t_2$  το σωματίδιο (3) τέμνει τη δυναμική γραμμή του πεδίου που διέρχεται από το σημείο Α.

Έστω  $x'$  η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Είναι:  $x' = v_{3x} \cdot t_2$  ή  $x' = v_3 \sin\varphi \cdot t_2$  ή  $x' = 6$  m.

Η απόσταση  $d_2$  μεταξύ των σωματιδίων (2) και (3) τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:

$$d_2 = s_2 + x' \quad \text{ή} \quad d_2 = 12 \text{ m.}$$

ε. Έστω  $s'_2$  το διάστημα που έχει διανύσει το σωματίδιό (2) και  $x''$  η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

Είναι:  $d = s'_2 + x''$  ή  $d = v_2 t_3 + v_{3x} t_3$  ή  $d = v_2 t_3 + v_3 \sin \phi t_3$  ή  $t_3 = 1,6 \pi$  s.

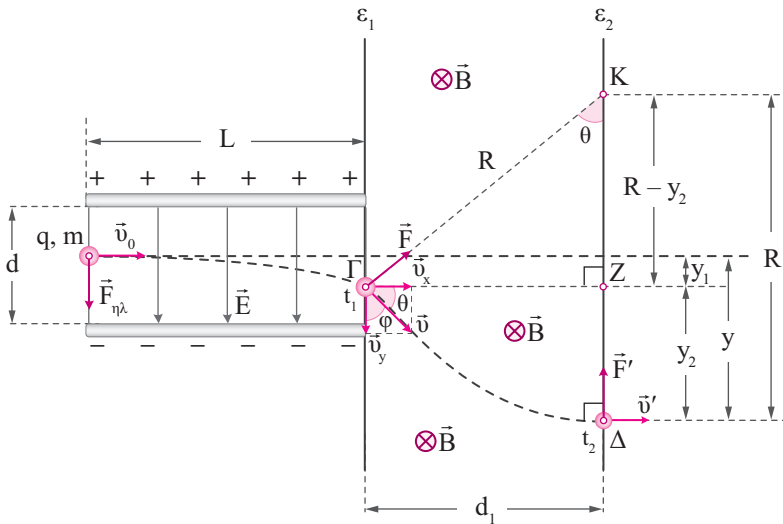
Έστω  $N''$  το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί το σωματίδιο (3) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Είναι:  $N'' = \frac{t_3}{T_3}$  ή  $N'' = 20$  περιστροφές.

### Θέμα 14ο

α. Το μέτρο  $E$  της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$E = \frac{V}{d}$  ή  $E = 10^3$  V/m. Έστω  $F_{\eta\lambda}$  το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο σωματίδιο. Είναι:  $F_{\eta\lambda} = qE$  ή  $F_{\eta\lambda} = 1,6 \cdot 10^{-16}$  N.

Το μέτρο  $a$  της επιτάχυνσης που αποκτά το σωματίδιο κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησής του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο υπολογίζεται από τη σχέση:  $\Sigma F = ma$  ή  $F_{\eta\lambda} = ma$  ή  $a = 10^{11}$  m/s<sup>2</sup>. Αναλύουμε την ταχύτητα  $\vec{v}$  σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες  $\vec{v}_x$  και  $\vec{v}_y$ , όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Είναι:  $v_x = v_0$  ή  $v_x = 10^5$  m/s. Η χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$L = v_0 t_1$  ή  $t_1 = \sqrt{3} \cdot 10^{-6}$  s. Επομένως, είναι:  $v_y = a t_1$  ή  $v_y = \sqrt{3} \cdot 10^5$  m/s.

Το μέτρο της ταχύτητας  $v$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  ή  $v = 2 \cdot 10^5$  m/s.

Η οξεία γωνία  $\phi$  που σχηματίζει η ταχύτητα  $\vec{v}$  με το κατακόρυφο όριο  $\epsilon_1$  υπολογίζεται από τη

σχέση:  $\epsilon\phi\phi = \frac{v_x}{v_y}$  ή  $\epsilon\phi\phi = \frac{\sqrt{3}}{3}$  ή  $\phi = \frac{\pi}{6}$  rad.

**β.** Έστω  $R$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Στο σχήμα φαίνεται το κέντρο  $K$  της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου, το οποίο είναι το σημείο τομής των φορέων των δυνάμεων Lorentz  $\vec{F}$  και  $\vec{F}'$  που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο σωματίδιο στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  αντίστοιχα. Από το σημείο  $\Gamma$  φέρουμε κάθετη προς το όριο  $\varepsilon_2$ , η οποία το τέμνει στο σημείο  $Z$ . Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $KZ\Gamma$  που φαίνεται στο σχήμα έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{d_1}{R} \quad \text{ή} \quad R = \frac{d_1}{\eta\mu\theta} \quad \text{ή} \quad R = \frac{d_1}{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} \quad \text{ή} \quad R = \frac{d_1}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad \text{ή} \quad R = 0,2 \text{ m.}$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$R = \frac{mv}{Bq} \quad \text{ή} \quad B = \frac{mv}{Rq} \quad \text{ή} \quad B = 10^{-2} \text{ T.}$$

**γ.** Έστω  $y_1$  η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική οριζόντια διεύθυνσή του τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:  $y_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2$  ή  $y_1 = 0,15 \text{ m}$ .

Έστω  $y_2$  η απόσταση μεταξύ των σημείων  $Z$  και  $\Delta$ . Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $KZ\Gamma$  έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{R - y_2}{R} \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{R - y_2}{R} \quad \text{ή} \quad y_2 = R\left(1 - \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\right) \quad \text{ή} \quad y_2 = 0,1 \text{ m.}$$

Επομένως η κατακόρυφη απόκλιση  $y$  του σωματιδίου από την αρχική οριζόντια διεύθυνσή του τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:  $y = y_1 + y_2$  ή  $y = 0,25 \text{ m}$ .

**δ.** Έστω  $\Delta t$  το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ , είναι ίση με  $\theta$ . Έστω  $T$  η περίοδος της κυκλικής κίνησης

$$\text{του σωματιδίου. Είναι: } \omega = \frac{\theta}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{\frac{\pi}{2} - \varphi}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{1}{6} \frac{2\pi m}{Bq} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-6} \text{ s.}$$

Το μήκος  $s$  της τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι:

$$s = v\Delta t \quad \text{ή} \quad s = \frac{\pi}{15} \text{ m.}$$

### Θέμα 15ο

**α.** Το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου δεν μεταβάλλεται κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησής του από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Η ακτίνα της ελικοειδούς κίνησής που εκτελεί το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (4) δίνεται από τη σχέση:

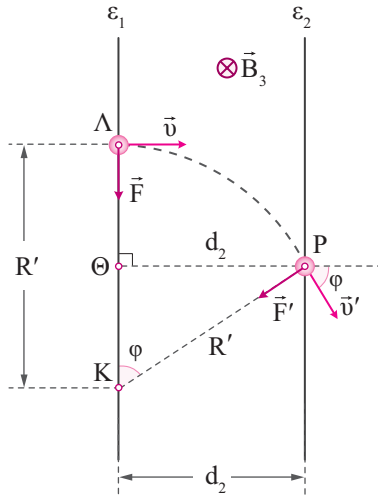
$$R = \frac{mv'}{B_4|q|} \eta\mu\varphi \quad \text{ή} \quad R = \frac{mv_0}{B_4|q|} \eta\mu\varphi \quad (1).$$

Το βήμα της έλικας δίνεται από τη σχέση:  $\beta = \frac{2\pi m}{B_4|q|} v_0 \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (2).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:  $\frac{R}{\beta} = \frac{\varepsilon\varphi\varphi}{2\pi} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\varphi = \sqrt{3} \quad \text{ή} \quad \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$

**β.** Έστω  $N$  το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί το σωματίδιο στο μαγνητικό πεδίο (4) από τη χρονική στιγμή  $t_3$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Είναι:  $N = \frac{d_3}{\beta}$  ή  $N = 10$  περιστροφές.

**γ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί το κέντρο  $K$  της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο (3), το οποίο είναι το σημείο τομής των φορέων των δυνάμεων Lorentz  $\vec{F}$  και  $\vec{F}'$  που δέχεται το σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο (3) στα σημεία εισόδου του  $\Lambda$  και εξόδου  $P$  από αυτό, αντίστοιχα.



Έστω  $R'$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο (3). Από το ορθογώνιο τρίγωνο  $K\Theta P$  που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα προκύπτει:

$$\eta\mu\phi = \frac{d_2}{R'} \quad \text{ή} \quad R' = 0,2 \text{ m.} \quad \text{Ισχύει: } R' = \frac{mv}{B_3|q|} \quad \text{ή} \quad R' = \frac{mv_0}{B_3|q|} \quad (3).$$

Επειδή κατά τη χρονική διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο φίλτρο ταχυτήτων δεν εκτρέπεται από την ευθύγραμμη πορεία του, ισχύει:  $v = \frac{E}{B_2}$  ή  $v_0 = \frac{E}{B_2}$  (4).

$$\text{Από τη σχέση (3) λόγω της σχέσης (4) έχουμε: } R' = \frac{mE}{B_2 B_3 |q|} \quad \text{ή} \quad R' = \frac{mE}{B_2^2 |q|} \quad (5).$$

$$\text{Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (4) έχουμε: } R = \frac{mE}{B_2 B_4 |q|} \eta\mu\phi \quad (6).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (5) και (6) έχουμε: } \frac{R'}{R} = \frac{B_4}{B_2 \eta\mu\phi} \quad \text{ή} \quad B_2 = 1 \text{ T.}$$



Επομένως, είναι:  $B_3 = B_2$  ή  $B_3 = 1 \text{ T}$ .

Από τη σχέση (5) έχουμε:  $\frac{|q|}{m} = \frac{E}{B_2^2 R'}$  ή  $\frac{|q|}{m} = 10^4 \text{ C/kg}$ .

**δ.** Από τη σχέση (4) προκύπτει:  $v_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

Επειδή το σωματίδιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο (1) από το μέσον Μ της πλευράς ΖΔ και εξέρχεται από το μέσον Ν της πλευράς ΓΔ, η τροχιά που διαγράφει μέσα στο μαγνητικό πεδίο (1) είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο την κορυφή Δ. Έστω  $R_1$  η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο (1).

Είναι:  $R_1 = \frac{\alpha}{2}$  ή  $\frac{mv_0}{B_1 q} = \frac{\alpha}{2}$  ή  $\alpha = \frac{2mv_0}{B_1 q}$  ή  $\alpha = 0,2 \text{ m}$ .

**ε.** Έστω  $\Delta t_1$  το χρονικό διάστημα και  $T_1$  η περίοδος της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο (1). Είναι:  $\Delta t_1 = \frac{T_1}{4}$  ή  $\Delta t_1 = \frac{\pi m}{2B_1 q}$  ή  $\Delta t_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μέσα στο φίλτρο ταχυτήτων.

Έστω  $\Delta t_2$  το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο φίλτρο των ταχυτήτων.

Είναι:  $\Delta t_2 = \frac{d_1}{v_0}$  ή  $\Delta t_2 = 10^{-4} \text{ s}$ . Έστω  $\Delta t_3$  το χρονικό διάστημα και  $T_2$  η περίοδος της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο (3). Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_3$  είναι:  $\Delta\theta = \varphi$  ή  $\Delta\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .

Είναι:  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_3}$  ή  $\frac{2\pi}{T_2} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_3}$  ή  $\Delta t_3 = \frac{\Delta\theta}{2\pi} T_2$  ή  $\Delta t_3 = \frac{\pi m}{3B_3 q}$  ή  $\Delta t_3 = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

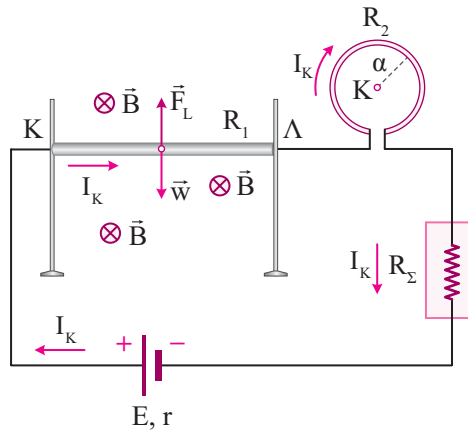
Έστω  $\Delta t_4$  το χρονικό διάστημα και  $T_3$  η περίοδος της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο (4). Είναι:  $\Delta t_4 = NT_3$  ή  $\Delta t_4 = N \frac{2\pi m}{B_4 q}$  ή  $\Delta t_4 = 40\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

Επομένως, η χρονική στιγμή  $t_4$  είναι:  $t_4 = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4$  ή  $t_4 = \left( \frac{487\pi}{12} + 1 \right) \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

## Θέμα 16ο

**α.** Το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ έχει φορά από το άκρο του Κ προς το άκρο του Λ, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\vec{F}_L + \vec{w} = 0$  ή  $\vec{F}_L = -\vec{w}$  (1).

Επομένως, η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι αντίθετη του βάρους του  $\vec{w}$ , όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.



Συνεπώς, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η ένταση  $\vec{B}$  του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Έστω  $R_\Sigma$  η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής.

$$\text{Είναι: } P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \quad \text{ή} \quad R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K} \quad \text{ή} \quad R_\Sigma = 10 \, \Omega.$$

Επειδή η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με την ένταση  $I_K$  του ρεύματος κανονικής λειτουργίας της θερμικής συσκευής.

$$\text{Είναι: } I_K = \frac{V_K}{R_\Sigma} \quad \text{ή} \quad I_K = 10 \, \text{A}. \text{ Από τη σχέση (1) έχουμε: } F_L = w \quad \text{ή} \quad BI_K \ell = mg \quad \text{ή} \quad B = 1 \, \text{T}.$$

**β.** Έστω  $B_K$  το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του  $K$ . Είναι:  $B_K = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_K}{\alpha}$  ή  $B_K = 4\pi \cdot 10^{-6} \, \text{T}$ .

**γ.** Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_K = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_\Sigma + r} \quad \text{ή} \quad E = I_K(R_1 + R_2 + R_\Sigma + r) \quad \text{ή} \quad E = 300 \, \text{V}.$$

**δ.** Επειδή χρησιμοποιήσαμε ολόκληρο το μήκος του σύρματος από το οποίο ήταν κατασκευασμένος ο κυκλικός αγωγός για να κατασκευάσουμε το κυκλικό πλαίσιο, η ωμική αντίσταση του κυκλικού πλαισίου είναι ίση με την ωμική αντίσταση  $R_2$  του κυκλικού αγωγού. Επομένως, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δεν μεταβάλλεται, οπότε δεν μεταβάλλεται και η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό  $KL$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Επειδή στον αγωγό  $KL$  ασκούνται ξανά οι ίδιες δυνάμεις, συνεχίζει να ισορροπεί οριζόντιος χωρίς να συγκρατείται. Έστω  $L$  το μήκος του σύρματος από το οποίο ήταν κατασκευασμένος ο κυκλικός αγωγός. Είναι:  $L = 2\pi a$  (1). Για την ακτίνα  $a'$  του κυκλικού πλαισίου ισχύει:  $L = N2\pi a'$  (2).

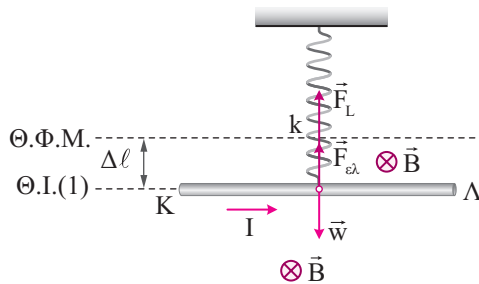
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:  $2\pi a = N2\pi a'$  ή  $a' = 0,1 \, \text{m}$ .

Το μέτρο  $B'$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το κυκλικό πλαίσιο στο κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση:  $B' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_K}{\alpha'} \text{ N}$  ή  $B' = \pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$ .

### Θέμα 17ο

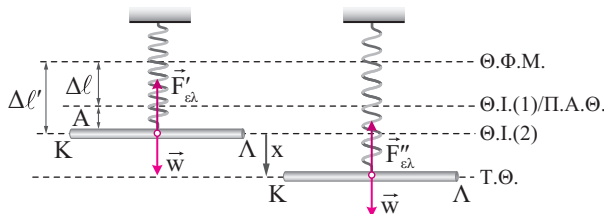
**α.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι το βάρος του  $\vec{w}$ , η δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  από το ελατήριο και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το βάρος  $\vec{w}$  του αγωγού ΚΛ και η δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  που δέχεται από το ελατήριο έχουν αντίθετη φορά. Τα μέτρα τους υπολογίζονται από τις σχέσεις:  $w = mg$  ή  $w = 40 \text{ N}$  και  $F_{ελ} = k\Delta\ell$  ή  $F_{ελ} = 10 \text{ N}$ .

Επειδή είναι  $w > F_{ελ}$ , για να ισορροπεί ο αγωγός ΚΛ πρέπει η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που δέχεται από το ομογενές μαγνητικό πεδίο να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  που δέχεται από το ελατήριο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, **το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ έχει φορά από το άκρο του Κ προς το άκρο του Λ**. Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $w - F_{ελ} - F_L = 0$  ή  $w = F_L + F_{ελ}$  ή  $w = BI\ell + F_{ελ}$  ή  $I = 30 \text{ A}$ .

**β.** Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά ο αγωγός ΚΛ ταλαντώνεται γύρω από τη θέση ισορροπίας (2) [Θ.Ι.(2)] που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Στη Θ.Ι.(2) ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $w - F_{ελ}' = 0$  ή  $w = F_{ελ}'$  ή  $w = k\Delta\ell'$  (1).

Στην τυχαία θέση που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα ισχύει:  $\Sigma F = w - F_{ελ}''$

ή  $\Sigma F = w - k(\Delta\ell' + x)$  ή  $\Sigma F = w - k\Delta\ell' - kx$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $\Sigma F = -kx$ .

Επομένως, ο αγωγός ΚΛ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = k$ .

**γ.** Το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του αγωγού ΚΛ είναι:  $A = \Delta\ell' - \Delta\ell$  (2).

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι:  $\Delta\ell' = 0,4$  m. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (2) προκύπτει:  $A = 0,3$  m. Η γωνιακή συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:  $D = m\omega^2$  ή  $\omega = 5$  rad/s.

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του αγωγού ΚΛ από τη θέση ισορροπίας (2) είναι της μορφής:  $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$  (2). Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x = +A$ . Επομένως, από τη σχέση (2) για  $t = 0$  και  $x = +A$  προκύπτει:  $\eta\mu\varphi_0 = 1$  ή  $\eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2}$  (3). Επειδή ισχύει:

$0 \leq \varphi_0 < 2\pi$  rad, από τη σχέση (3) προκύπτει:  $\varphi_0 = (\pi/2)$  rad.

Η τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του. Επομένως, είναι:

$$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{επ}} \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = Bv\ell \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = B\ell\omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = 1,5 \sigma\upsilon\nu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

**δ.** Έστω  $\Delta\ell_1$  η επιμήκυνση του ελατηρίου τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το ελατήριο είναι  $F_{\text{ελ}(t)} = 50$  N για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Είναι:  $F_{\text{ελ}(t)} = k\Delta\ell_1$  ή  $\Delta\ell_1 = 0,5$  m.

Επειδή είναι  $\Delta\ell_1 > \Delta\ell'$ , ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  διέρχεται από μία θέση που βρίσκεται κάτω από τη θέση ισορροπίας (2) κινούμενος με αρνητική ταχύτητα ( $v < 0$ ).

Η απομάκρυνση  $x_1$  του αγωγού ΚΛ από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του [Θ.Ι (2)] τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:  $x_1 = -0,1$  m. Έστω  $v_1$  η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ έχουμε:

$$E = K + U \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 \quad \text{ή} \quad v_1 = -\sqrt{2} \text{ m/s.} \quad \text{Ο ζητούμενος ρυθμός υπολογίζεται}$$

$$\text{από τη σχέση: } \frac{dK}{dt} = \Sigma Fv \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = -Dx_1v_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = -10\sqrt{2} \text{ J/s.}$$

## Θέμα 18ο

**α.** Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αγωγών ΚΛ και ΜΝ.

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 4 \Omega.$$

Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή. Είναι:  $I = \frac{E}{R_{1,2} + r}$  ή  $I = 6$  A.

Η πολική τάση  $V_\pi$  της ηλεκτρικής πηγής υπολογίζεται από τη σχέση:  $V_\pi = E - Ir$  ή  $V_\pi = 24$  V.

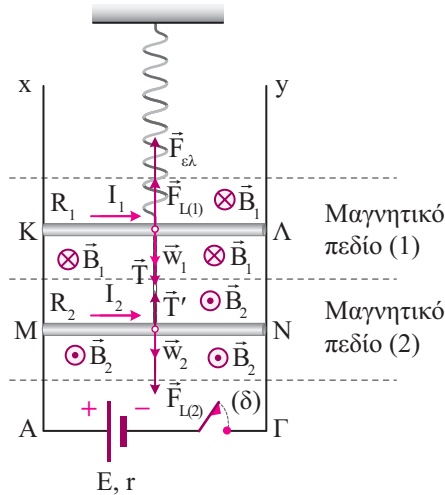
Έστω  $I_1$  και  $I_2$  οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς ΚΛ και ΜΝ αντίστοιχα.

$$\text{Είναι: } I_1 = \frac{V_\pi}{R_1} \quad \text{ή} \quad I_1 = 4 \text{ A} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_\pi}{R_2} \quad \text{ή} \quad I_2 = 2 \text{ A.}$$

Έστω  $F_{L(1)}$  και  $F_{L(2)}$  τα μέτρα των δυνάμεων Laplace που ασκούνται στους αγωγούς ΚΛ και ΜΝ από τα μαγνητικά πεδία (1) και (2) αντίστοιχα.

Είναι:  $F_{L(1)} = BI_1\ell$  ή  $F_{L(1)} = 4 \text{ N}$  και  $F_{L(2)} = BI_2\ell$  ή  $F_{L(2)} = 2 \text{ N}$ .

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στους αγωγούς ΚΛ και ΜΝ.



Από την ισορροπία του συστήματος των δύο αγωγών έχουμε:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

ή  $w_1 + w_2 + F_{L(2)} + T - F_{L(1)} - F_{ελ} - T' = 0$  ή  $m_1g + m_2g + F_{L(2)} = F_{L(1)} + F_{ελ}$  ή  $F_{ελ} = 0$ .

Επομένως, το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Η δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο είναι:  $U_{ελ} = 0$ .

**γ.** Στη νέα θέση ισορροπίας [Θ.Ι. (2)] γύρω από την οποία εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση το σύστημα των αγωγών ΚΛ και ΜΝ ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $w_1 + w_2 - F'_{ελ} = 0$  ή  $m_1g + m_2g = k\Delta\ell$  ή  $\Delta\ell = 0,02 \text{ m}$ . Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σύστημα των αγωγών ΚΛ και ΜΝ είναι:  $A = \Delta\ell = 0,02 \text{ m}$ .

**δ.** Στην τυχαία θέση με απομάκρυνση  $x$  ( $x > 0$ ) πάνω από τη νέα θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο αγωγών [Θ.Ι. (2)] ισχύει:  $\Sigma F_{MN} = -D_2x$  ή  $T_2 - w_2 = -D_2x$  ή  $T_2 = m_2g - m_2\omega^2x$  ή  $T_2 = m_2g - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2}x$  ή  $T_2 = 1 - 50x$  (S.I.) (1).

Το νήμα χαλαρώνει όταν  $T = 0$ . Από τη σχέση (1) για  $T = 0$  προκύπτει:  $x = +0,02 \text{ m}$ .

Επειδή είναι  $x = +A$ , το νήμα μόλις που δεν χαλαρώνει κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος των δύο αγωγών.

### Θέμα 19ο

**α.** Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος του αγωγού ΚΛ και του αντιστάτη  $R_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ή  $R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  ή  $R_{1,2} = 3 \Omega$ . Έστω  $I$  η ένταση του

ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή. Είναι:  $I = \frac{E}{R_{1,2} + r}$  ή  $I = 10 \text{ A}$ .

Η τάση  $V_\pi$  στους πόλους της ηλεκτρικής πηγής υπολογίζεται από τη σχέση:

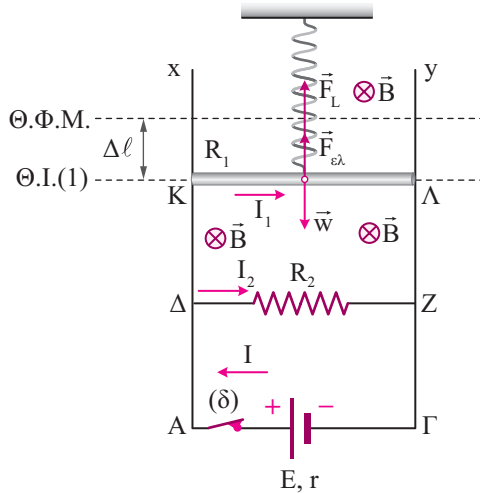
$V_\pi = E - Ir$  ή  $V_\pi = 30 \text{ V}$ . Έστω  $I_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ.

Είναι:  $I_1 = \frac{V_\pi}{R_1}$  ή  $I_1 = 2,5 \text{ A}$ .

**β.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι το βάρος του  $\vec{w}$ , η δύναμη  $\vec{F}_{\epsilon\lambda}$  από το ελατήριο και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Είναι:  $w = mg$  ή  $w = 10 \text{ N}$  και  $F_{\epsilon\lambda} = k\Delta\ell$  ή  $F_{\epsilon\lambda} = 5 \text{ N}$ .

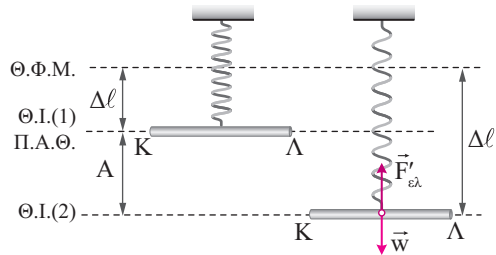
Επειδή είναι  $w > F_{\epsilon\lambda}$ , για να ισορροπεί ο αγωγός ΚΛ πρέπει η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που δέχεται από το ομογενές μαγνητικό πεδίο να είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η ένταση  $\vec{B}$  του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $w - F_L - F_{\epsilon\lambda} = 0$

ή  $w = F_L + F_{\epsilon\lambda}$  ή  $mg = BI_1\ell + k\Delta\ell$  ή  $B = 1 \text{ T}$ .

**γ.** Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά παύει να ασκείται στον αγωγό ΚΛ η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  και ο αγωγός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από νέα θέση ισορροπίας [Θ.Ι.(2)], ενώ η αρχική θέση ισορροπίας του [Θ.Ι.(1)] γίνεται η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.



Έστω  $\Delta\ell'$  η επιμήκυνση του ελατηρίου στη Θ.Ι.(2) του αγωγού ΚΛ.

Είναι:  $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$  ή  $w - F'_{ελ} = 0$  ή  $mg = k\Delta\ell'$  ή  $\Delta\ell' = 0,1 \text{ m}$ .

Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα, το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του αγωγού ΚΛ είναι:

$A = \Delta\ell' - \Delta\ell$  ή  $A = 0,05 \text{ m}$ . Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:  $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$  (1). Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x = +A$ . Από τη σχέση (1) για

$t = 0$  και  $x = +A$  προκύπτει:  $\eta\mu\varphi_0 = 1$  ή  $\eta\mu\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  (2).

Επειδή ισχύει:  $0 \leq \varphi_0 < 2\pi \text{ rad}$ , από τη σχέση (2) προκύπτει:  $\varphi_0 = (\pi/2) \text{ rad}$ . Η γωνιακή συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης του αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:  $D = m\omega^2$  ή  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ .

Επομένως, η σχέση (1) γράφεται:  $x = 0,05\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$  (S.I.).

**δ.** Έστω  $\Delta\ell_1$  η επιμήκυνση του ελατηρίου τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Είναι:  $U_{ελ} = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2$  ή  $\Delta\ell_1 = 0,1 \text{ m}$ .

Επειδή είναι  $\Delta\ell_1 = \Delta\ell'$ , ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του [Θ.Ι.(2)]. Επομένως, το μέτρο  $v_1$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:  $v_1 = v_{\max}$  ή  $v_1 = \omega A$  ή  $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$ .

Το μέτρο  $F_L$  της δύναμης Laplace που δεχόταν ο αγωγός ΚΛ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο στη Θ.Ι.(1) είναι:  $F_L = BI_1\ell$  ή  $F_L = 5 \text{ N}$ .

Από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά ο αγωγός ΚΛ δέχεται μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  που είναι ίση με τη δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που δεχόταν από το ομογενές μαγνητικό πεδίο στη Θ.Ι.(1). Επομένως, ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του [Θ.Ι.(1)]. Έστω  $E$  η ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά έχουμε:

$E = K + U$  ή  $E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kA^2$  ή  $E = 0,25 \text{ J}$ .

## Θέμα 20ό

**α.** Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κυκλικό πλαίσιο δίνεται από τη σχέση:  $E_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  ή  $E_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$  ή  $E_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta B}{\Delta t} A$  (1).

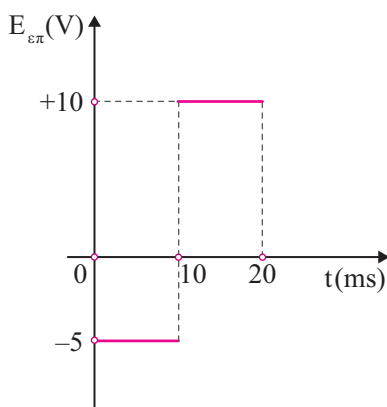
Σύμφωνα με τη σχέση (1), η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή  $E_{\varepsilon\pi(1)}$  που αναπτύσσεται στο κυκλικό πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 10$  ms είναι:

$$E_{\varepsilon\pi(1)} = -10 \frac{(1-0,5)T}{10^{-2} \text{ s}} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi(1)} = -5 \text{ V.}$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1), η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή  $E_{\varepsilon\pi(2)}$  που αναπτύσσεται στο κυκλικό πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t = 10$  ms έως τη χρονική στιγμή  $t = 20$  ms είναι:

$$E_{\varepsilon\pi(2)} = -10 \frac{(0-1)T}{10^{-2} \text{ s}} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi(2)} = +10 \text{ V.}$$

Στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με τον χρόνο.



**β.** Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi(1)}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 10$  ms υπολογίζεται από τη σχέση:

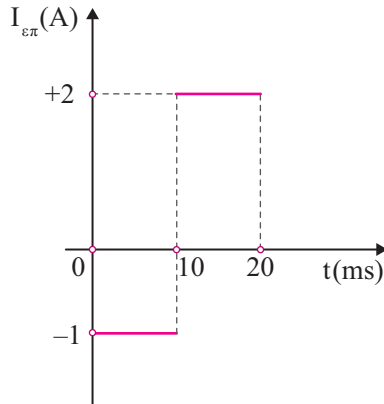
$$I_{\varepsilon\pi(1)} = \frac{E_{\varepsilon\pi(1)}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi(1)} = -1 \text{ A.}$$

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi(2)}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t = 10$  ms έως τη χρονική στιγμή  $t = 20$  ms υπολογίζεται από τη σχέση:

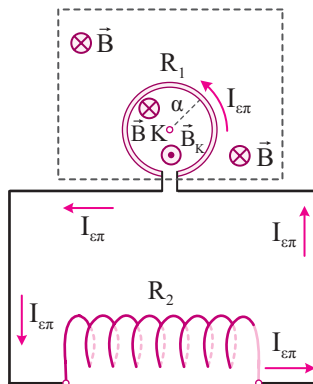
$$I_{\varepsilon\pi(2)} = \frac{E_{\varepsilon\pi(2)}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi(2)} = +2 \text{ A.}$$

Στο διάγραμμα του επόμενου σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτησης με τον χρόνο.



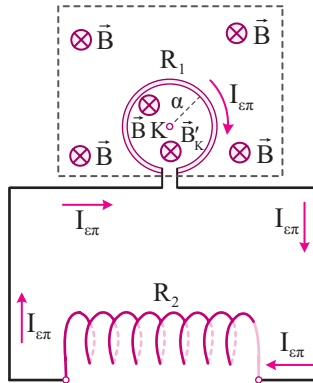


**γ.** Επειδή τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  ms το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκεται το κυκλικό πλαίσιο αυξάνεται, η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνειά του αυξάνεται. Επομένως, το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_1$  αντιτίθεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής δημιουργώντας στο κυκλικό πλαίσιο μαγνητικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκεται. Δηλαδή, η ένταση  $\vec{B}_K$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το κυκλικό πλαίσιο στο κέντρο του  $K$  τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι κάθετη στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, οπότε η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι αντίθετη από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Επειδή τη χρονική στιγμή  $t_2 = 15$  ms το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκεται το κυκλικό πλαίσιο μειώνεται, η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνειά του μειώνεται. Επομένως, το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_2$  αντιτίθεται στη μείωση της μαγνητικής ροής δημιουργώντας στο κυκλικό πλαίσιο μαγνητικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν την ίδια φορά με τη φορά των

δυναμικών γραμμών του ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο βρίσκεται. Δηλαδή, η ένταση  $\vec{B}'_K$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το κυκλικό πλαίσιο στο κέντρο του Κ τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι κάθετη στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, οπότε η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κυκλικό πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι ίδια με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



**δ.** Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές τη χρονική στιγμή  $t_2 = 15 \text{ ms}$  είναι ίση με  $I_{\varepsilon\pi(2)}$ . Επομένως, το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_\Sigma$  του ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς τη χρονική στιγμή  $t_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B_\Sigma = \mu_0 I_{\varepsilon\pi(2)} \frac{N_2}{\ell} \quad \text{ή} \quad B_\Sigma = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

**ε.** Το επαγωγικό φορτίο  $q_{\varepsilon\pi}$  που μετατοπίζεται στο κύκλωμα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20 \text{ ms}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$q_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad q_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta(BA)}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad q_{\varepsilon\pi} = -N_1 \frac{\Delta BA}{R_1 + R_2}$$

$$\text{ή} \quad q_{\varepsilon\pi} = -10 \frac{(0 - 0,5) \text{ T}}{5 \Omega} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad q_{\varepsilon\pi} = +10^{-2} \text{ C.}$$

Έστω  $|q_{\varepsilon\pi(1)}|$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού του πλαισίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ ms}$ . Είναι:

$$|q_{\varepsilon\pi(1)}| = N_1 \frac{|\Delta\Phi_1|}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(1)}| = N_1 \frac{|\Delta B|A}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(1)}| = 10 \frac{|(1 - 0,5) \text{ T}|}{5 \Omega} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(1)}| = 10^{-2} \text{ C.}$$

Έστω  $|q_{\varepsilon\pi(2)}|$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού του πλαισίου από τη χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ ms}$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20 \text{ ms}$ . Είναι:  $|q_{\varepsilon\pi(2)}| = N_1 \frac{|\Delta\Phi_2|}{R_{\text{ολ}}}$

$$\text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(2)}| = N_1 \frac{|\Delta B|A}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(2)}| = 10 \frac{|(0 - 1) \text{ T}|}{5 \Omega} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad |q_{\varepsilon\pi(2)}| = 2 \cdot 10^{-2} \text{ C.}$$

Το συνολικό επαγωγικό φορτίο  $|q_{\text{επ(ολ)}}|$  που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού του πλαισίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20 \text{ ms}$  είναι:

$$|q_{\text{επ(ολ)}}| = |q_{\text{επ(1)}}| + |q_{\text{επ(2)}}| \quad \text{ή} \quad |q_{\text{επ(ολ)}}| = 3 \cdot 10^{-2} \text{ C.}$$

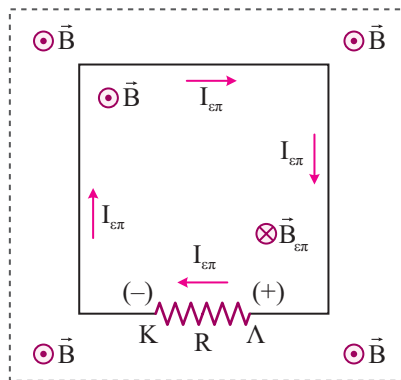
Έστω  $N$  το πλήθος των ελεύθερων ηλεκτρονίων που διέρχονται από μια διατομή του αγωγού του πλαισίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20 \text{ ms}$ .

$$\text{Είναι: } |q_{\text{επ(ολ)}}| = Ne \quad \text{ή} \quad N = \frac{q_{\text{επ(ολ)}}}{e} \quad \text{ή} \quad N = \frac{3}{16} \cdot 10^{18} \text{ ηλεκτρόνια.}$$

### Θέμα 21ο

**α.** Η επαγωγική τάση  $E_{\text{επ}}$  που αναπτύσσεται στα άκρα  $K$  και  $\Lambda$  του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ}} = N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$  ή  $E_{\text{επ}} = N \left| \frac{d(BA_1)}{dt} \right|$  ή  $E_{\text{επ}} = N \left| \frac{dB}{dt} \right| A_1$  ή  $E_{\text{επ}} = N \left| \frac{dB}{dt} \right| \alpha^2$  ή  $E_{\text{επ}} = 8 \text{ V}$ .

Υποθέτουμε ότι τα άκρα  $K$  και  $\Lambda$  του πλαισίου συνδέονται με τα άκρα ενός αντιστάτη ωμικής αντίστασης  $R$ , ώστε να δημιουργείται κλειστό κύκλωμα. Στην περίπτωση αυτή, το πλαίσιο λειτουργεί ως ηλεκτρική πηγή και το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο πλαίσιο τέτοιο, ώστε, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, να αντιτίθεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου. Επομένως, σε αυτήν την περίπτωση, το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο έχει φορά από το σημείο  $\Lambda$  προς το σημείο  $K$  μέσω του αντιστάτη  $R$ , ώστε οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο πλαίσιο να έχουν αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης  $\vec{B}$ .



Επομένως, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα  $K$  και  $\Lambda$  του πλαισίου, όταν είναι ανοικτό, έχει τον θετικό της πόλο (+) στο άκρο  $\Lambda$  και τον αρνητικό της πόλο (-) στο άκρο  $K$  του πλαισίου.

**β.** Έστω  $R_{\Sigma}$  η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής.

$$\text{Είναι: } P_K = \frac{V_K^2}{R_{\Sigma}} \quad \text{ή} \quad R_{\Sigma} = \frac{V_K^2}{P_K} \quad \text{ή} \quad R_{\Sigma} = 2 \, \Omega.$$

Η ωμική αντίσταση  $R_{\pi}$  του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση:  $R_{\pi} = \rho \frac{L}{A}$  (2), όπου  $L$  το μήκος του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πλαίσιο. Είναι:  $L = N \cdot 4a$  ή  $L = 80 \text{ m}$ .

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει:  $R_{\pi} = 0,8 \, \Omega$ .

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\pi} + R_{\Sigma} + R_1} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ A}.$$

**γ.** Έστω  $V_{\Sigma}$  η τάση στα άκρα της θερμικής συσκευής. Είναι:  $V_{\Sigma} = I_{\varepsilon\pi} R_{\Sigma}$  ή  $V_{\Sigma} = 4 \text{ V}$ .

Επειδή ισχύει  $V_{\Sigma} = V_K$ , η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά.

**δ.** Η τάση  $V_{\pi}$  στα άκρα του πλαισίου είναι ίση με την τάση στα άκρα του συστήματος της θερμικής συσκευής και του αντιστάτη  $R_1$ . Συνεπώς, ισχύει:  $V_{\pi} = I_{\varepsilon\pi} (R_1 + R_{\Sigma})$  ή  $V_{\pi} = 6,4 \text{ V}$ .

## Θέμα 22ο

**α.** Το μέτρο  $E_{\varepsilon\pi}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τετράγωνο

$$\text{πλαίσιο υπολογίζεται από τη σχέση: } E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{d(BA)}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{dB}{dt} \right| A$$

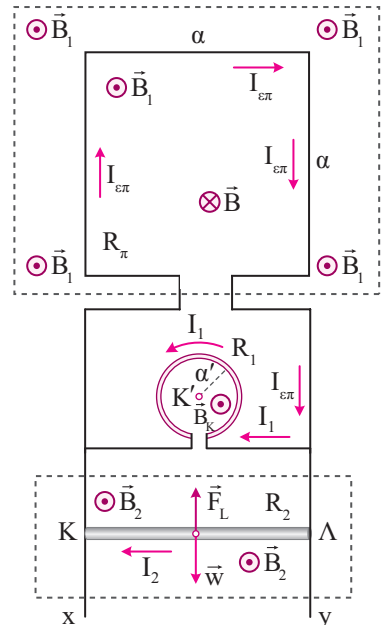
$$\text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{dB}{dt} \right| \alpha^2 \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = 1,2 \text{ V}.$$

**β.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το μαγνητικό πεδίο (2). Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \vec{F}_L + \vec{w} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \vec{F}_L = -\vec{w} \quad (1).$$

Δηλαδή, η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο (2) είναι αντίθετη του βάρους του  $\vec{w}$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ έχει φορά από το σημείο Λ προς το σημείο Κ μέσω του αγωγού ΚΛ. Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος του κυκλικού αγωγού και του ευθύγραμμου αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 0,2 \, \Omega.$$



Έστω  $I_{\varepsilon\pi}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το τετράγωνο πλαίσιο.

Είναι:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2} + R_{\pi}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = 3 \text{ A}$ . Έστω  $V_{\pi}$  η τάση στα άκρα του τετράγωνου πλαισίου.

Είναι:  $V_{\pi} = E_{\varepsilon\pi} - I_{\varepsilon\pi}R_{\pi}$  ή  $V_{\pi} = 0,6 \text{ V}$ . Έστω  $I_2$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

ΚΛ. Είναι:  $I_2 = \frac{V_{\pi}}{R_2}$  ή  $I_2 = 1 \text{ A}$ .

**γ.** Από τη σχέση (1) έχουμε:  $w = F_L$  ή  $mg = B_2 I_2 \ell$  ή  $m = 0,1 \text{ kg}$ .

**δ.** Όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα, η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το τετράγωνο πλαίσιο είναι η ίδια με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Επομένως, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το επαγωγικό ρεύμα στο τετράγωνο πλαίσιο έχουν αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς μαγνητικού πεδίου (1). Επειδή, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα αντιτίθεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου, **το μέτρο της έντασης  $\vec{B}_1$  αυξάνεται.**

**ε.** Έστω  $I_1$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό.

Είναι:  $I_1 = \frac{V_{\pi}}{R_1}$  ή  $I_1 = 2 \text{ A}$ .

Η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό είναι αντίθετη από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Επομένως, **το διάνυσμα της έντασης  $\vec{B}_K$  του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ είναι κάθετο στη σελίδα και έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.** Το μέτρο της

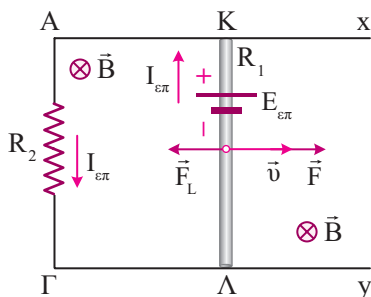
έντασης  $\vec{B}_K$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $B_K = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I_1}{\alpha}$  ή  $B_K = 4\pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

### Θέμα 23ο

**α.** Έστω  $E_{\varepsilon\pi}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ) στην οποία η ράβδος κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v$ . Είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = BvL$  (1). Έστω  $I_{\varepsilon\pi}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t$ .

Είναι:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_1 + R_2}$  (2).

Στο επόμενο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t$ .



Το μέτρο της δύναμης Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στη ράβδο ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $F_L = BI_{\epsilon\pi}L$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $F_L = \frac{B^2vL^2}{R_1 + R_2}$  (3).

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στην οποία η ράβδος ΚΛ αρχίζει να κινείται από την ηρεμία ( $\vec{v}_0 = \vec{0}$ ), η δύναμη Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο είναι ίση με μηδέν. Επομένως, τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η ράβδος ΚΛ, υπό τη δράση της δύναμης  $\vec{F}$ , αρχίζει να επιταχύνεται. Επειδή η ράβδος ΚΛ επιταχύνεται, το μέτρο  $v$  της ταχύτητάς της αυξάνεται, οπότε, σύμφωνα με τη σχέση (3), το μέτρο  $F_L$  της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma\vec{F}$  που ασκείται στη ράβδο ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι:  $\Sigma F = F - F_L$  (4).

Επειδή το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  παραμένει σταθερό και το μέτρο της δύναμης Laplace  $\vec{F}_L$  αυξάνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (4), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στη ράβδο ΚΛ μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν. Συνεπώς, τη χρονική στιγμή  $t_1$  η ράβδος ΚΛ αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ισχύει:  $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$  ή  $F - F_L = 0$  ή  $F = F_L$  ή, λόγω της σχέσης (3):

$$F = \frac{B^2v_{op}L^2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 8 \text{ m/s.}$$

**β.** Έστω  $I_{\epsilon\pi(op)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Από τη σχέση (2) για  $I_{\epsilon\pi} = I_{\epsilon\pi(op)}$  και  $v = v_{op}$  προκύπτει:  $I_{\epsilon\pi(op)} = \frac{Bv_{op}L}{R_1 + R_2}$  ή  $I_{\epsilon\pi(op)} = 2 \text{ A}$ .

Η τάση  $V_{ΚΛ}$  στα άκρα της ράβδου ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $V_{ΚΛ} = E_{\epsilon\pi(op)} - I_{\epsilon\pi(op)}R_1$  ή  $V_{ΚΛ} = Bv_{op}L - I_{\epsilon\pi(op)}R_1$  ή  $V_{ΚΛ} = 10 \text{ V}$ .

**γ.** Από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά στη ράβδο ΚΛ ασκείται μόνο η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο  $\alpha$  της επιβράδυνσης της ράβδου ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας την ίδια χρονική στιγμή.

Δηλαδή, ισχύει:  $\alpha = \left| \frac{dv}{dt} \right| = 4 \text{ m/s}^2$ .

Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής τη χρονική στιγμή  $t_2$  έχουμε:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F_L = ma$  ή  $\frac{B^2 L^2 v_1}{R_1 + R_2} = ma$  ή  $v_1 = 4 \text{ m/s}$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt}$  ή  $\frac{dK}{dt} = -F_L \frac{dx}{dt}$  ή  $\frac{dK}{dt} = -F_L \cdot v_1$  ή  $\frac{dK}{dt} = -mav_1$   
ή  $\frac{dK}{dt} = -8 \text{ J/s}$ .

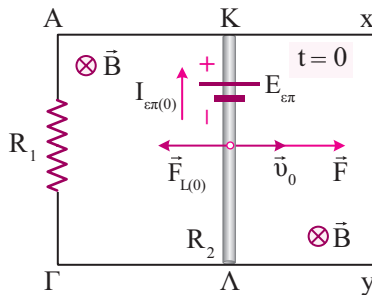
**δ.** Έστω  $Q_{ολ}$  η συνολική θερμότητα Joule που εκλύεται από τους αντιστάτες του κυκλώματος από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:  $|\Delta K| = Q_{ολ}$  ή  $\left| \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_{op}^2 \right| = Q_{ολ}$  ή  $Q_{ολ} = 12 \text{ J}$ .

**ε.** Έστω  $q_{επ}$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή της ράβδου ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

Είναι:  $q_{επ} = \frac{|\Delta \Phi|}{R_{ολ}}$  ή  $q_{επ} = \frac{B\Delta A}{R_1 + R_2}$  ή  $q_{επ} = \frac{BLs}{R_1 + R_2}$  ή  $q_{επ} = 2 \text{ C}$ .

## Θέμα 24ο

**α.** Έστω  $E_{επ(0)}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Είναι:  $E_{επ(0)} = Bv_0L$  ή  $E_{επ(0)} = 10 \text{ V}$ .



Η ένταση  $I_{επ(0)}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι:

$I_{επ(0)} = \frac{Bv_0L}{R_1 + R_2}$  ή  $I_{επ(0)} = 2 \text{ A}$ . Το μέτρο  $F_{L(0)}$  της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ

από το μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι:  $F_{L(0)} = BI_{επ(0)}L$  ή  $F_{L(0)} = 2 \text{ N}$ .

Επειδή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι:  $F_{L(0)} > F$ , ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο ΣF της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ )

στην οποία κινείται με ταχύτητα  $\bar{v}$  είναι:  $\Sigma F = F_L - F$  ή  $\Sigma F = BI_{επ}L - F$

ή  $\Sigma F = B \frac{E_{επ}}{R_1 + R_2} L - F$  ή  $\Sigma F = B \frac{BvL}{R_1 + R_2} L - F$  ή  $\Sigma F = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2} - F$  (1).

Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ μειώνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (2), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν. Από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά ο αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $\bar{v}_{op}$ . Έστω  $a$  το μέτρο της επιβράδυνσης του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$ . Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:  $\Sigma F = ma$  ή  $a = \frac{\Sigma F}{m}$  (2).

Επειδή το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται συνεχώς, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (2), το μέτρο  $a$  της επιβράδυνσης του αγωγού ΚΛ μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν. Επομένως, η κίνηση που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ είναι ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση που μειώνεται συνεχώς κατά μέτρο μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\bar{v}_{op}$ .

**β.** Το μέτρο της οριακής ταχύτητας  $\bar{v}_{op}$  του αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{B^2 L^2 v_{op}}{R_1 + R_2} - F = 0 \quad \text{ή} \quad v_{op} = \frac{F(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 5 \text{ m/s.}$$

**γ.** Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη  $\vec{F}$  προσφέρει ενέργεια στον αγωγό ΚΛ είναι  $\frac{dW_F}{dt} = 8 \text{ J/s}$ .

$$\text{Είναι:} \quad \frac{dW_F}{dt} = \frac{F dx}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dW_F}{dt} = F v_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 8 \text{ m/s.}$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του αγωγού ΚΛ την παραπάνω χρονική στιγμή είναι:

$$\left| \frac{dp}{dt} \right| = \Sigma F \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1):} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = \frac{B^2 L^2 v_1}{R_1 + R_2} - F \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

**δ.** Έστω  $I_{\varepsilon\pi(op)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

$$\text{Είναι:} \quad I_{\varepsilon\pi(op)} = \frac{B v_{op} L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi(op)} = 1 \text{ A.} \quad \text{Είναι:} \quad q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi(op)} \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2 \text{ s.}$$

Η θερμότητα Joule που εκλύεται από τον αντιστάτη  $R_1$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι:

$$Q_{R_1} = I_{\varepsilon\pi(op)}^2 R_1 \Delta t \quad \text{ή} \quad Q_{R_1} = 6 \text{ J.}$$

## Θέμα 25ο

**α.** Η χρονική εξίσωση του μέτρου  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:

$v = v_0 + at$  ή  $v = 3t$  (S.I.) (1). Η χρονική εξίσωση του μέτρου  $E_{\varepsilon\pi}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:

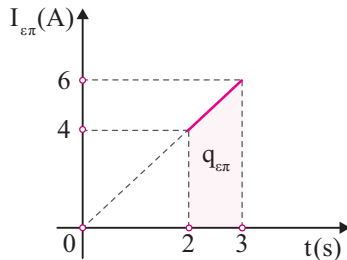
$E_{\varepsilon\pi} = BvL$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $E_{\varepsilon\pi} = 6t$  (S.I.) (2). Η χρονική εξίσωση της έντασης  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (2):} \quad I_{\varepsilon\pi} = 2t \text{ (S.I.) (3).}$$



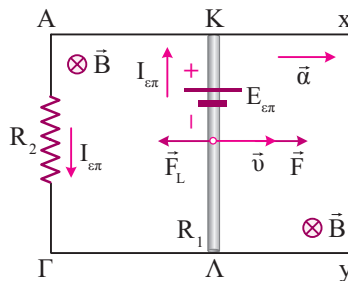
**β.** Επειδή, σύμφωνα με τη σχέση (3), η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται γραμμικά σε συνάρτηση με τον χρόνο, ο ρυθμός μεταβολής  $\frac{dI_{\varepsilon\pi}}{dt}$  της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι σταθερός και ίσος με τον συντελεστή του χρόνου  $t$  στη σχέση (3). Δηλαδή, είναι:  $\frac{dI_{\varepsilon\pi}}{dt} = +2 \text{ A/s}$ .

**γ.** Στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Το επαγωγικό φορτίο  $q_{\varepsilon\pi}$  που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού ΚΛ στη χρονική διάρκεια του τρίτου δευτερολέπτου της κίνησής του είναι αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν που φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Δηλαδή, είναι:  $q_{\varepsilon\pi} = \frac{4+6}{2} \cdot 1 \text{ C}$  ή  $q_{\varepsilon\pi} = 5 \text{ C}$ .

**δ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι η εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το μαγνητικό πεδίο. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής τη χρονική στιγμή  $t$  έχουμε:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F - F_L = ma$  ή  $F = BI_{\varepsilon\pi}L + ma$  ή, λόγω της σχέσης (3):  $F = 3 + 4t$  (S.I.) (4).

Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

Από τη σχέση (1), για  $v = v_1$  και  $t = t_1 = 2 \text{ s}$  προκύπτει:  $v_1 = 6 \text{ m/s}$ .

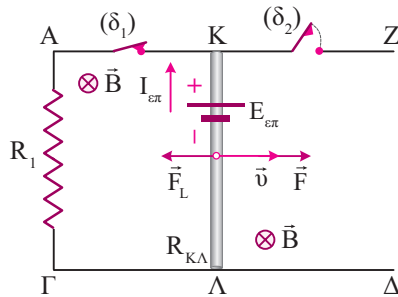
Έστω  $F_1$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Από τη σχέση (4), για  $F = F_1$  και  $t = t_1 = 2 \text{ s}$  προκύπτει:  $F_1 = 11 \text{ N}$ .

Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη  $\vec{F}$  προσφέρει ενέργεια στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dW_F}{dt} = \frac{F_1 dx}{dt}$  ή  $\frac{dW_F}{dt} = F_1 v_1$  ή  $\frac{dW_F}{dt} = 66 \text{ J/s}$ .

ε. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  έχουμε:  $W_F = \Delta K + Q$  ή  $W_F = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} + Q$  ή  $W_F = 0 - 0 + Q$  ή  $W_F = Q$  ή  $W_F = 20 \text{ J}$ .

### Θέμα 26ο

α. Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $E_{\varepsilon\pi} = BvL$  (1).

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{\text{κλ}}}$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_1 + R_{\text{κλ}}}$  (2).

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι η δύναμη  $\vec{F}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο, η οποία αντιτίθεται στην κίνησή του.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $F_L = BI_{\varepsilon\pi}L$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $F_L = \frac{B^2 v L^2}{R_1 + R_{\text{κλ}}}$  (3).

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(1)}$  ισχύει:

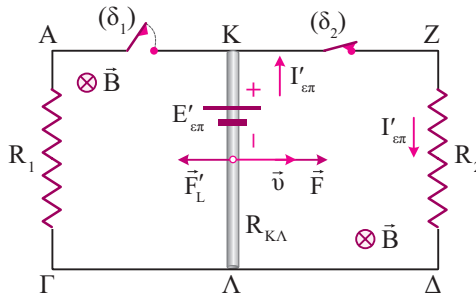
$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $F - F_L = 0$  ή  $F = F_L$  ή, λόγω της σχέσης (3):

$$F = \frac{B^2 v_{\text{op}} L^2}{R_1 + R_{\text{κλ}}} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}} = \frac{F(R_1 + R_{\text{κλ}})}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(1)} = 20 \text{ m/s}.$$

**β.** Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση  $I'_{\text{επ}}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I'_{\text{επ}} = \frac{Bv_{\text{οπ}(1)}L}{R_{\text{ΚΛ}} + R_2} \quad \text{ή} \quad I'_{\text{επ}} = 2,5 \text{ A.} \quad \text{Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα ΚΖΔΛΚ}$$

τη χρονική στιγμή  $t_1$  αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ) έχει τη φορά που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Το μέτρο  $\vec{F}'_L$  της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F'_L = BI'_{\text{επ}}L \quad \text{ή} \quad F'_L = 2,5 \text{ N.}$$

Επειδή τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), ισχύει:  $F > F'_L$ , ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο  $a$  της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F - F'_L = ma$  ή  $\alpha = 3 \text{ m/s}^2$ .

**γ.** Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά δίνεται από τη σχέση:

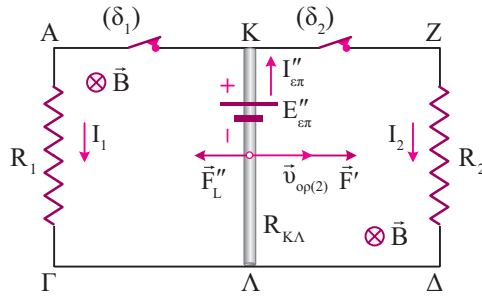
$$\Sigma F = F - F'_L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - BI'_{\text{επ}}L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - B \frac{Bv'L}{R_2 + R_{\text{ΚΛ}}}L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - \frac{B^2L^2v'}{R_2 + R_{\text{ΚΛ}}} \quad (4).$$

Επειδή από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά το μέτρο  $v'$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ αυξάνεται συνεχώς, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (4), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή  $t_2$  γίνεται ίσο με μηδέν. Επομένως, τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ αποκτά νέα οριακή ταχύτητα  $v_{\text{οπ}(2)}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_2$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (4):} \quad F - \frac{B^2L^2v_{\text{οπ}(2)}}{R_2 + R_{\text{ΚΛ}}} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{οπ}(2)} = \frac{F(R_2 + R_{\text{ΚΛ}})}{B^2L^2}$$

$$\text{ή} \quad v_{\text{οπ}(2)} = 32 \text{ m/s.}$$

**δ.** Από τη χρονική στιγμή  $t_3$  [αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ )] και μετά το κύκλωμα διαμορφώνεται, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.



Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος των αντιστάτων  $R_1$  και  $R_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ή  $R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  ή  $R_{1,2} = 2 \Omega$ .

Η ένταση  $I''_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I''_{\varepsilon\pi} = \frac{E''_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad I''_{\varepsilon\pi} = \frac{B v_{\text{op}(2)} L}{R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}} \quad \text{ή} \quad I''_{\varepsilon\pi} = 8 \text{ A.}$$

Έστω  $F'$  το νέο μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ. Επειδή ο αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα, ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $F' = F''_L$  ή  $F' = B I''_{\varepsilon\pi} L$  ή  $F' = 8 \text{ N}$ .

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:  $\pi = \frac{F' - F}{F} \cdot 100\%$  ή  $\pi = 100\%$ .

Η τάση  $V_{\text{ΚΛ}}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_{\text{ΚΛ}} = E''_{\varepsilon\pi} - I''_{\varepsilon\pi} R_{\text{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = B v_{\text{op}(2)} L - I''_{\varepsilon\pi} R_{\text{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = 16 \text{ V.}$$

Έστω  $I_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$ . Είναι:  $I_1 = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R_1}$  ή  $I_1 = \frac{16}{3} \text{ A}$ .

Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα Joule από τον αντιστάτη ωμικής αντίστασης  $R_1$

υπολογίζεται από τη σχέση:  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{R_1} = I_1^2 R_1$  ή  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{R_1} = \frac{256}{3} \text{ J/s}$ .

**ε.** Έστω  $Q_{\text{ολ}}$  το συνολικό ποσό θερμότητας που αποδίδεται από το κύκλωμα προς το περιβάλλον, λόγω φαινομένου Joule, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_4$  έως τη χρονική στιγμή  $t_5$ . Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:  $Q_{R_{\text{ολ}}} = |\Delta K|$  ή  $Q_{\text{ολ}} = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}}$

$$\text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = \frac{1}{2} m v_{\text{op}(2)}^2 - 0 \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 256 \text{ J.}$$

Έστω  $dQ_{R_{1,2}}$  και  $dQ_{R_{\text{ΚΛ}}}$  τα στοιχειώδη ποσά θερμότητας που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_{\text{ΚΛ}}$  αντίστοιχα στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $dt$ .

$$\text{Είναι:} \quad \frac{dQ_{R_{1,2}}}{dQ_{R_{\text{ΚΛ}}}} = \frac{i^2 R_{1,2} dt}{i^2 R_{\text{ΚΛ}} dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dQ_{R_{1,2}}}{dQ_{R_{\text{ΚΛ}}}} = \frac{R_{1,2}}{R_{\text{ΚΛ}}} \quad \text{ή} \quad dQ_{R_{1,2}} = dQ_{R_{\text{ΚΛ}}} \quad (5).$$

Έστω  $Q_{R_{1,2}}$  και  $Q_{R_{ΚΛ}}$  οι θερμότητες Joule που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_{ΚΛ}$  αντίστοιχα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Από τη σχέση (5) προκύπτει:  $Q_{R_{1,2}} = Q_{R_{ΚΛ}}$ .

Είναι:  $Q_{ολ} = Q_{R_{1,2}} + Q_{R_{ΚΛ}}$  ή  $Q_{ολ} = 2Q_{R_{1,2}}$  ή  $Q_{R_{1,2}} = 128 \text{ J}$ .

Έστω  $dQ_{R_1}$  και  $dQ_{R_2}$  τα στοιχειώδη ποσά θερμότητας που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $dt$ . Επειδή στα άκρα των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$  επικρατεί κάθε χρονική στιγμή η ίδια τάση  $V_{ΚΛ}$ , ισχύει:

$$\frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{i_1^2 R_1 dt}{i_2^2 R_2 dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{\left(\frac{V_{ΚΛ}}{R_1}\right)^2 R_1}{\left(\frac{V_{ΚΛ}}{R_2}\right)^2 R_2} \quad \text{ή} \quad \frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ή} \quad dQ_{R_1} = 2Q_{R_2} \quad (6).$$

Έστω  $Q_{R_1}$  και  $Q_{R_2}$  οι θερμότητες Joule που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $Q_{R_{1,2}} = Q_{R_1} + Q_{R_2}$  ή  $Q_{R_{1,2}} = 3Q_{R_2}$  ή  $Q_{R_2} = \frac{128}{3} \text{ J}$ .

Έστω  $q_{επ}$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού ΚΛ στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Από τη σχέση (6) προκύπτει:  $Q_{R_1} = 2Q_{R_2}$ .

$$\text{Είναι: } q_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \quad \text{ή} \quad q_{επ} = \frac{B\Delta A}{R_{1,2} + R_{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad q_{επ} = \frac{BL\Delta x}{R_{1,2} + R_{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad q_{επ} = 16 \text{ C}.$$

Έστω  $dq_1$  και  $dq_2$  τα στοιχειώδη επαγωγικά φορτία που διέρχονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $dt$ .

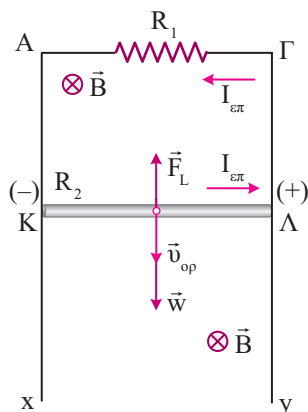
$$\text{Είναι: } \frac{dq_1}{dq_2} = \frac{i_1 dt}{i_2 dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dq_1}{dq_2} = \frac{\frac{V_{ΚΛ}}{R_1}}{\frac{V_{ΚΛ}}{R_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{dq_1}{dq_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ή} \quad dq_1 = 2dq_2 \quad (7).$$

Έστω  $q_1$  και  $q_2$  τα επαγωγικά φορτία που διέρχονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Από τη σχέση (7) προκύπτει:  $q_1 = 2q_2$ .

$$\text{Είναι: } q_{επ} = q_1 + q_2 \quad \text{ή} \quad q_{επ} = 3q_2 \quad \text{ή} \quad q_2 = \frac{16}{3} \text{ C}.$$

## Θέμα 27ο

**α.** Στο επόμενο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad w - F_L = 0 \quad \text{ή} \quad mg = BI_{\varepsilon\pi} L \quad \text{ή} \quad mg = B \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} L \quad \text{ή} \quad mg = B \frac{Bv_{op}L}{R_1 + R_2} L$$

$$\text{ή} \quad mg = \frac{B^2 v_{op} L^2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 30 \text{ m/s.}$$

**β.** Η τάση  $V_{\text{ΚΛ}}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  ισούται με την τάση στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$  την ίδια χρονική στιγμή. Είναι:  $V_{\text{ΚΛ}} = V_{R_1}$  ή  $V_{\text{ΚΛ}} = I_{\varepsilon\pi} R_1$  ή  $V_{\text{ΚΛ}} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} R_1$

$$\text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = \frac{Bv_{op}L}{R_1 + R_2} R_1 \quad \text{ή} \quad V_{\text{ΚΛ}} = 10 \text{ V.}$$

**γ.** Έστω  $I'_{\varepsilon\pi}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_2$  και  $v$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ την ίδια χρονική στιγμή.

Είναι:  $\frac{dQ_{R_1}}{dt} = I'^2_{\varepsilon\pi} R_1$  ή  $I'_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ A}$ . Το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή

$$t_2 \text{ είναι: } I'_{\varepsilon\pi} = \frac{E'_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I'_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad v = 12 \text{ m/s.}$$

Έστω  $\Sigma F'$  το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Είναι:  $\Sigma F' = w - F'_L$  ή  $\Sigma F' = mg - BI'_{\varepsilon\pi} L$  ή  $\Sigma F' = 3 \text{ N}$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$  υπολογίζεται

$$\text{από τη σχέση: } \frac{dK}{dt} = \Sigma F' v \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = 36 \text{ J/s.}$$

**δ.** Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ , είναι:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi} = \frac{Bv_{op}L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi} = 5 \text{ A. Έστω } Q_{R_1} \text{ και } Q_{R_2} \text{ οι θερμότητες Joule που εκλύονται}$$

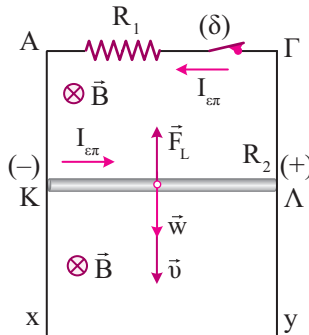
από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

Είναι:  $Q_{R_1} = I_{\varepsilon\pi}^2 R_1 \Delta t$  ή  $Q_{R_1} = 20 \text{ J}$  και  $Q_{R_2} = I_{\varepsilon\pi}^2 R_2 \Delta t$  ή  $Q_{R_2} = 40 \text{ J}$ .

### Θέμα 28ο

**α.** Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ακριβώς πριν από το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ), ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ελεύθερη πτώση. Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  ακριβώς πριν το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχουμε:  $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w$  ή  $\frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = mgh$  ή  $v_1 = \sqrt{2gh}$  ή  $v_1 = 30 \text{ m/s}$ .

Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t_1 < t < t_2$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Το μέτρο  $E_{\varepsilon\pi}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $E_{\varepsilon\pi} = BvL$ .

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_1 + R_2}$  (1).

Έστω  $I'_{\varepsilon\pi}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$  αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Από τη σχέση (1) για  $I_{\varepsilon\pi} = I'_{\varepsilon\pi}$  και  $v = v_1$  προκύπτει:

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{Bv_1 L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I'_{\varepsilon\pi} = 3 \text{ A.}$$

Έστω  $F'_L$  το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Είναι:  $F'_L = BI'_{\varepsilon\pi} L$  ή  $F'_L = 3 \text{ N}$ .

Έστω  $a$  το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Είναι:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F'_L - w = ma$  ή  $a = \frac{F'_L - mg}{m}$  ή  $a = 5 \text{ m/s}^2$ .

**β.** Επειδή τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι  $F'_L > w$ , ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$  αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $\Sigma F = F_L - w$  ή  $\Sigma F = BI_{\text{επ}}L - mg$  ή, λόγω της σχέσης (1):

$$\Sigma F = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2} - mg \quad (2).$$

Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ μειώνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (2) το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται και τη χρονική  $t_2$  γίνεται ίσο με μηδέν. Τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $v_{\text{op}}$ . Έστω  $a$  το μέτρο της επιβράδυνσης του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$ . Από τον

$$\text{θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε: } \Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad a = \frac{\Sigma F}{m} \quad (3).$$

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι το μέτρο της επιβράδυνσης του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή  $t_2$  γίνεται ίσο με μηδέν. Επομένως, η κίνηση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση που μειώνεται κατά μέτρο.

**γ.** Τη χρονική στιγμή  $t_2$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (2):} \quad \frac{B^2 L^2 v_{\text{op}}}{R_1 + R_2} - mg = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{B^2 L^2 v_{\text{op}}}{R_1 + R_2} = mg$$

$$\text{ή} \quad v_{\text{op}} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}} = 20 \text{ m/s.}$$

**δ.** Έστω  $v_2$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του είναι  $\left| \frac{dp}{dt} \right| = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ .

$$\text{Ισχύει: } \left| \frac{dp}{dt} \right| = \Sigma F \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (2):} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = \frac{B^2 L^2 v_2}{R_1 + R_2} - mg \quad \text{ή} \quad v_2 = 25 \text{ m/s.}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ την παραπάνω χρονική στιγμή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -\frac{w dy}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -mgv_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -50 \text{ J/s.}$$

**ε.** Έστω  $I_{\text{επ(ορ)}}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Από τη σχέση (1) για  $I_{\text{επ}} = I_{\text{επ(ορ)}}$

$$\text{και } v = v_{\text{op}} \text{ προκύπτει: } I_{\text{επ(ορ)}} = \frac{Bv_{\text{op}}L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I_{\text{επ(ορ)}} = 2 \text{ A. Είναι: } Q_{R_1} = I_{\text{επ(ορ)}}^2 R_1 \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,5 \text{ s.}$$

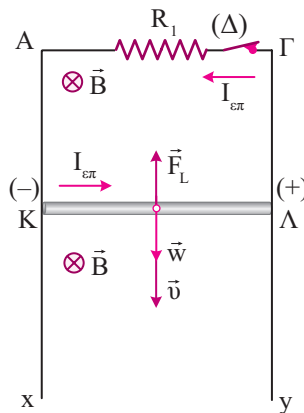
Έστω  $q_{\text{επ}}$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού ΚΛ στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $q_{\text{επ}} = I_{\text{επ(ορ)}} \Delta t$  ή  $q_{\text{επ}} = 1 \text{ C.}$



### Θέμα 29ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $0 < t < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ . Το μέτρο  $E_{\text{επ}}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ}} = BvL$  (1).

Η ένταση  $I_{\text{επ}}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_1 + R_2}$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $I_{\text{επ}} = \frac{BvL}{R_1 + R_2}$  (2).



Έστω  $I_{\text{επ}(0)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

Από τη σχέση (2) για  $I_{\text{επ}} = I_{\text{επ}(0)}$  και  $v = v_0$  προκύπτει:  $I_{\text{επ}(0)} = \frac{Bv_0L}{R_1 + R_2}$  ή  $I_{\text{επ}(0)} = 3 \text{ A}$ .

Έστω  $F_{L(0)}$  το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Είναι:  $F_{L(0)} = BI_{\text{επ}(0)}L$  ή  $F_{L(0)} = 6 \text{ N}$ .

Επειδή είναι  $F_{L(0)} > w$ , το μέτρο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma F_{(0)}$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι:  $\Sigma F_{(0)} = F_{L(0)} - w$  ή  $\Sigma F_{(0)} = 4 \text{ N}$ . Έστω  $a$  το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Είναι:  $\Sigma F_{(0)} = ma$  ή  $a = 20 \text{ m/s}^2$ .

**Η φορά τη επιτάχυνσης  $\vec{a}$  του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι αντίθετη από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας  $\vec{v}_0$ .**

**β.** Επειδή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $F_{L(0)} > w$ , ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να επιβραδύνεται.

Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι:  $\Sigma F = F_L - w$  ή  $\Sigma F = BI_{\text{επ}}L - mg$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $\Sigma F = \frac{B^2vL^2}{R_1 + R_2} - mg$  (3).

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (3):} \quad \frac{B^2 v_{op} L^2}{R_1 + R_2} - mg = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{B^2 v_{op} L^2}{R_1 + R_2} = mg$$

$$\text{ή} \quad v_{op} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 4 \text{ m/s.}$$

**γ.** Έστω  $I_{\varepsilon\pi(op)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Από τη σχέση (2) για  $I_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi(op)}$

$$\text{και } v = v_{op} \text{ προκύπτει: } I_{\varepsilon\pi(op)} = \frac{B v_{op} L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi(op)} = 1 \text{ A.}$$

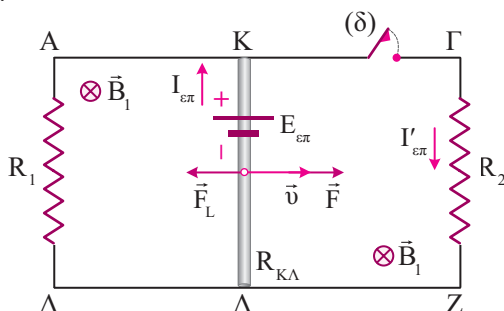
Η θερμότητα  $Q_{R_1}$  που εκλύεται από τον αντιστάτη  $R_1$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $Q_{R_1} = I_{\varepsilon\pi(op)}^2 R_1 \Delta t$  ή  $Q_{R_1} = 2 \text{ J}$ .

**δ.** Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  (αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη  $\Delta$ ) και μετά το κύκλωμα είναι ανοικτό και δεν διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα, οπότε ο αγωγός ΚΛ κινείται μόνο υπό τη δράση του βάρους του  $\vec{w}$ . Έστω  $v'$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Από το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$  έχουμε:  $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w$  ή  $\frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_{op}^2 = mgh_1$  ή  $v' = 5 \text{ m/s}$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού τη χρονική στιγμή  $t_3$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt}$  ή  $\frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F dy}{dt}$  ή  $\frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F v'$  ή  $\frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = mg v'$  ή  $\frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = 10 \text{ J/s}$ .

### Θέμα 30ό

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ).



Έστω  $E_{\varepsilon\pi}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$ . Είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = B_1 v L$  (1). Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{K\Lambda}} \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1):} \quad I_{\varepsilon\pi} = \frac{B_1 v L}{R_1 + R_{K\Lambda}} \quad (2).$$

Το μέτρο  $F_L$  της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $F_L = B_1 I_{επ} L$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $F_L = \frac{B_1^2 v L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}}$  (3).

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ ξεκινά να κινείται από την ηρεμία ( $\vec{v}_0 = \vec{0}$ ), η δύναμη Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο είναι ίση με μηδέν. Επομένως, ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , υπό τη δράση της δύναμης  $\vec{F}$ , αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $\Sigma F = F - F_L$  ή  $\Sigma F = F - \frac{B_1^2 v L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}}$  (4).

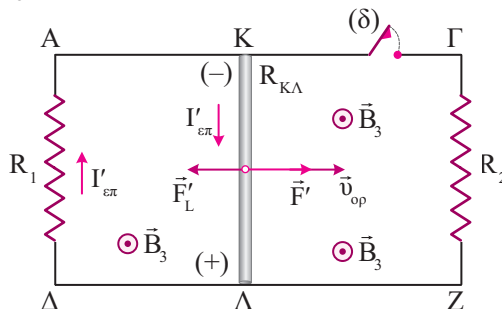
Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ αυξάνεται συνεχώς, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (4), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν. Συνεπώς, από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ κινείται συνεχώς με σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$ . Έστω  $\alpha$  το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ). Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:  $\Sigma F = ma$  ή  $\alpha = \frac{\Sigma F}{m}$  (5).

Σύμφωνα με τη σχέση (5), το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή  $t_1$  μηδενίζεται. Συνεπώς, ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που ελαττώνεται συνεχώς κατά μέτρο. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\Sigma F = 0$  ή, λόγω της σχέσης (4):

$$F - \frac{B_1^2 v_{op} L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} = 0 \quad \text{ή} \quad F = \frac{B_1^2 v_{op} L^2}{R_1 + R_{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 4 \text{ m/s.}$$

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t'$  ( $t_2 < t' < t_3$ ).

Έστω  $E'_{επ}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό ΚΛ και  $I'_{επ}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ .



Επειδή ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$  συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$ , ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $F' - F'_L = 0$  ή  $F' = F'_L$  ή  $F' = B_3 I'_{\epsilon\pi} L$

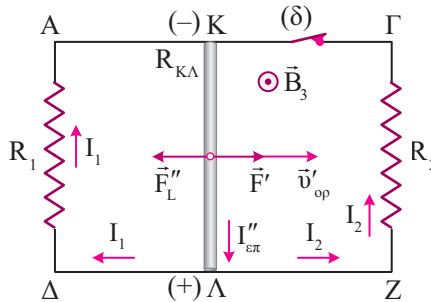
$$\text{ή } F' = B_3 \frac{E'_{\epsilon\pi}}{R_1 + R_{\kappa\lambda}} L \quad \text{ή } F' = B_3 \frac{B_3 v_{op} L}{R_1 + R_{\kappa\lambda}} L \quad \text{ή } F' = \frac{B_3^2 L^2 v_{op}}{R_1 + R_{\kappa\lambda}} \quad \text{ή } F' = 0,8 \text{ N.}$$

γ. Έστω  $\Delta x$  η μετατόπιση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

$$\text{Είναι: } q_{\epsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή } q_{\epsilon\pi} = \frac{B_3 \Delta A}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή } q_{\epsilon\pi} = \frac{B_3 L \Delta x}{R_1 + R_{\kappa\lambda}} \quad \text{ή } \Delta x = 1 \text{ m.}$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:  $W_{F'} = \Delta K + Q$  ή  $F' \Delta x = Q$  ή  $Q = 0,8 \text{ J}$ .

δ. Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό ΚΛ καθώς και οι φορές των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά νέα οριακή ταχύτητα  $\vec{v}'_{op}$ .



Ο αγωγός ΚΛ αποκτά τη νέα οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}'_{op}$  τη χρονική στιγμή στην οποία η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται γίνεται ξανά ίση με μηδέν.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή } F' - F'_L = 0 \quad \text{ή } F' = F'_L \quad \text{ή } F' = B_3 I''_{\epsilon\pi} L \quad \text{ή } F' = B_3 \frac{B_3 v'_{op} L}{R_{\text{ολ}}} L$$

$$\text{ή } F' = \frac{B_3^2 L^2 v'_{op}}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή } v'_{op} = \frac{F' R_{\text{ολ}}}{B_3^2 L^2} \quad (5).$$

Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$  υπολογίζεται από τη

$$\text{σχέση: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή } R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή } R_{1,2} = 1 \Omega. \text{ Η ισοδύναμη αντίσταση } R_{\text{ολ}} \text{ ολόκληρου}$$

του κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση:  $R_{\text{ολ}} = R_{1,2} + R_{\kappa\lambda}$  ή  $R_{\text{ολ}} = 4 \Omega$ .

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (5) προκύπτει:  $v'_{op} = 3,2 \text{ m/s}$ .

Η τάση  $V$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V = I''_{\epsilon\pi} R_{1,2} \quad \text{ή } V = \frac{B_3 v'_{op} L}{R_{\text{ολ}}} R_{1,2} \quad \text{ή } V = 0,8 \text{ V.}$$

Έστω  $I_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$ .

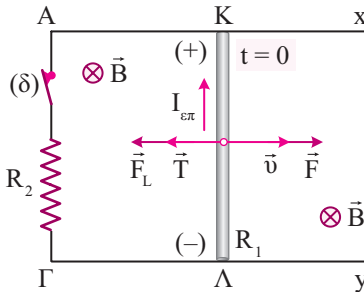
$$\text{Ισχύει: } I_1 = \frac{V}{R_1} \quad \text{ή } I_1 = 0,4 \text{ A.}$$

Έστω  $I_2$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$ .

$$\text{Ισχύει: } I_2 = \frac{V}{R_2} \quad \text{ή } I_2 = 0,4 \text{ A.}$$

### Θέμα 31ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Το μέτρο  $E_{\text{επ}}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ}} = BvL$  (1). Η ένταση  $I_{\text{επ}}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_1 + R_2} \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1): } I_{\text{επ}} = \frac{BvL}{R_1 + R_2} \quad (2).$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  είναι η εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$ , η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το μαγνητικό πεδίο και η τριβή ολίσθησης  $\vec{T}$  από τους αγωγούς Αx και Γy, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο δίνεται από τη σχέση:  $F_L = BI_{\text{επ}}L$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $F_L = \frac{B^2vL^2}{R_1 + R_2}$  (3).

Το μέτρο ΣF της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:

$$\Sigma F = F - T - F_L \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (3): } \Sigma F = F - T - \frac{B^2vL^2}{R_1 + R_2} \quad (4).$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $v_{\text{op}(1)}$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή } \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (4): } F - T - \frac{B^2v_{\text{op}}L^2}{R_1 + R_2} = 0 \quad \text{ή } v_{\text{op}(1)} = \frac{(F - T)(R_1 + R_2)}{B^2L^2}$$

$$\text{ή } v_{\text{op}(1)} = 12 \text{ m/s.}$$

**β.** Από τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη (δ), έως τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 6 \text{ s}$  το κύκλωμα είναι ανοικτό και δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε ο αγωγός ΚΛ δεν

δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι η δύναμη  $\vec{F}$  και η τριβή ολίσθησης  $\vec{T}$ . Επειδή είναι  $F > T$ , ο αγωγός στο χρονικό διάστημα  $\Delta t = t_2 - t_1$  επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{\alpha}$ . Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{\alpha} \quad \text{ή} \quad F - T = m\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{F - T}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \text{ m/s}^2.$$

Έστω  $v'$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

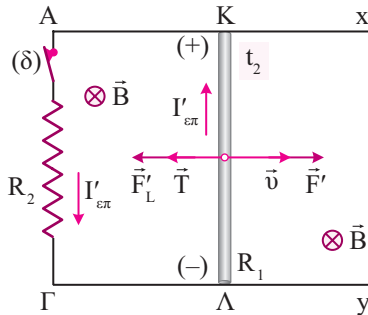
$$\text{Είναι: } v' = v_{\text{οπ}(t)} + \alpha \Delta t \quad \text{ή} \quad v' = v_{\text{οπ}(t)} + \alpha(t_2 - t_1) \quad \text{ή} \quad v' = 24 \text{ m/s}.$$

Τη χρονική στιγμή  $t_2$  στην οποία κλείνουμε ξανά τον διακόπτη (δ), ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να δέχεται ξανά δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, η οποία αντιτίθεται στην κίνησή του. Έστω  $F'_L$  το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ).

$$\text{Είναι: } F'_L = BI'_{\text{επ}}L \quad \text{ή} \quad F'_L = B \frac{Bv'L}{R_1 + R_2} L \quad \text{ή} \quad F'_L = \frac{B^2 L^2 v'}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad F'_L = 4 \text{ N}.$$

Τη χρονική στιγμή  $t_2$  το μέτρο της εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}$  που δέχεται ο αγωγός ΚΛ γίνεται:

$$F' = F + \frac{25}{100} F \quad \text{ή} \quad F' = 5 \text{ N}.$$



Επειδή είναι  $F'_L + T > F'$  ο αγωγός ΚΛ αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_2$  να επιβραδύνεται. Έστω  $\alpha'$  το μέτρο της επιβράδυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = m\vec{\alpha}' \quad \text{ή} \quad F'_L + T - F' = m\alpha' \quad \text{ή} \quad \alpha' = 1 \text{ m/s}^2.$$

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ), είναι:  $\left| \frac{dv}{dt} \right| = \alpha' \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dv}{dt} \right| = 1 \text{ m/s}^2.$

**γ.** Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$  ο αγωγός ΚΛ επιβραδύνεται. Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$  δίνεται από τη σχέση:  $\Sigma F = F_L + T - F' \quad \text{ή} \quad \Sigma F = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2} + T - F' \quad (5).$

Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ μειώνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (5), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται, οπότε μειώνεται

και το μέτρο  $a$  της επιβράδυνσής του  $\left(\alpha = \frac{\Sigma F}{m}\right)$ . Τη χρονική στιγμή  $t_3$  η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΚΛ γίνεται ίση με μηδέν και ο αγωγός αποκτά νέα οριακή ταχύτητα  $\bar{v}_{op(2)}$ . Επομένως, από τη χρονική στιγμή  $t_2$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$  ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που ελαττώνεται συνεχώς κατά μέτρο. Τη χρονική στιγμή  $t_3$  ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\Sigma F = 0$  ή, λόγω της σχέσης (5):

$$\frac{B^2 L^2 v_{op(2)}}{R_1 + R_2} + T - F' = 0 \quad \text{ή} \quad v_{op(2)} = \frac{(F' - T)(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{op(2)} = 18 \text{ m/s.}$$

**δ.** Έστω  $\Delta x$  η μετατόπιση του αγωγού ΚΛ στο χρονικό διάστημα  $\Delta t'$ , από τη χρονική στιγμή  $t_3$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Είναι:  $Q_T = T\Delta x$  ή  $Q_T = T v_{op(2)} \Delta t'$  ή  $\Delta t' = 0,5 \text{ s}$ .

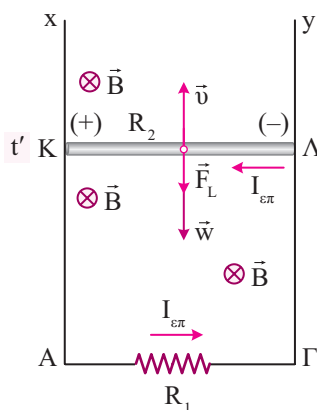
Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi(op)}$  που διαρρέει το κύκλωμα από τη χρονική στιγμή  $t_3$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$  είναι:

$$I_{\varepsilon\pi(op)} = \frac{B v_{op(2)} L}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad I_{\varepsilon\pi(op)} = 3 \text{ A.}$$

Έστω  $Q'_{R_{\text{ολ}}}$  η ζητούμενη θερμότητα Joule. Είναι:  $Q'_{R_{\text{ολ}}} = I_{\varepsilon\pi(op)}^2 (R_1 + R_2) \Delta t$  ή  $Q'_{R_{\text{ολ}}} = 27 \text{ J}$ .

### Θέμα 32ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t'$  ( $t' < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα επάνω με ταχύτητα  $\bar{v}$ . Το μέτρο  $E_{\varepsilon\pi}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t'$  είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = BvL$ .



Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t'$  δίνεται

από τη σχέση:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_1 + R_2}$ .

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t'$  είναι το βάρος του  $\vec{w}$ , η δύναμη  $\vec{F}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma\vec{F}$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη τυχαία χρονική στιγμή  $t'$  δίνεται από τη σχέση:

$$\Sigma F = F - w - F_L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - mg - BI_{\text{επ}}L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - mg - \frac{B^2L^2v}{R_1 + R_2} \quad (1).$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(t)}$  ισχύει:  $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$  ή  $\Sigma F = 0$  ή, λόγω της σχέσης (1):

$$F - mg - \frac{B^2L^2v_{\text{op}(t)}}{R_1 + R_2} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(t)} = \frac{(F - mg)(R_1 + R_2)}{B^2L^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(t)} = 8 \text{ m/s}.$$

**β.** Από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ δέχεται το βάρος του  $\vec{w}$  και τη δύναμη Laplace από το ομογενές μαγνητικό πεδίο, η οποία συνεχίζει να αντιτίθεται στην κίνησή του. Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού τη χρονική στιγμή  $t$  στην οποία το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του αγωγού ΚΛ είναι  $\left| \frac{dp}{dt} \right| = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ .

$$\text{Είναι: } \left| \frac{dp}{dt} \right| = \Sigma F' \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = w + F'_L \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = mg + \frac{B^2L^2v_1}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt}$  ή  $\frac{dK}{dt} = -\frac{\Sigma F dy}{dt}$  ή  $\frac{dK}{dt} = -\Sigma F'v_1$  ή  $\frac{dK}{dt} = -3 \text{ J/s}$ .

**γ.** Το επαγωγικό φορτίο  $q_{\text{επ}}$  που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$q_{\text{επ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{\text{ολ}}} \quad \text{ή} \quad q_{\text{επ}} = \frac{B\Delta A}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad q_{\text{επ}} = \frac{BLh}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad q_{\text{επ}} = 0,5 \text{ C}.$$

Έστω  $Q_{R_{\text{ολ}}}$  η συνολική θερμότητα Joule που εκλύεται από τους αντιστάτες του κυκλώματος από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Λόγω της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η μείωση της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ ( $|\Delta K|$ ) στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  μετατρέπεται σε αύξηση της βαρυτικής δυναμικής του ενέργειας ( $\Delta U_{\text{βαρ}}$ ) και σε θερμότητα Joule ( $Q_{R_{\text{ολ}}}$ ) επάνω στους αντιστάτες του κυκλώματος στο ίδιο χρονικό διάστημα. Δηλαδή, είναι:  $|\Delta K| = \Delta U_{\text{βαρ}} + Q_{R_{\text{ολ}}}$  ή  $K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = \Delta U_{\text{βαρ}} + Q_{R_{\text{ολ}}}$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_{\text{op}(t)}^2 - 0 = mgh + Q_{\text{ολ}} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 1,2 \text{ J}.$$

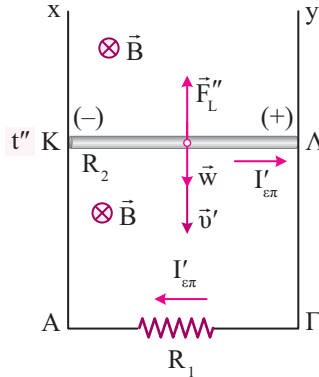
**δ.** Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  και μετά ο αγωγός κινείται επιταχυνόμενος προς τα κάτω. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t''$  ( $t_2 < t'' < t_3$ ) είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L''$  από το μαγνητικό πεδίο η οποία είναι κατακόρυφη με



φορά προς τα πάνω. Το μέτρο  $\Sigma F''$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t''$  στην οποία κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα  $\vec{v}'$  είναι:

$$\Sigma F'' = w - F_L'' \quad \text{ή} \quad \Sigma F'' = mg - BI'_{\epsilon\pi} L \quad \text{ή} \quad \Sigma F'' = mg - B \frac{E'_{\epsilon\pi}}{R_1 + R_2} L \quad \text{ή} \quad \Sigma F'' = mg - B \frac{Bv'L}{R_1 + R_2} L$$

$$\text{ή} \quad \Sigma F'' = mg - \frac{B^2 L^2 v'}{R_1 + R_2} \quad (2).$$



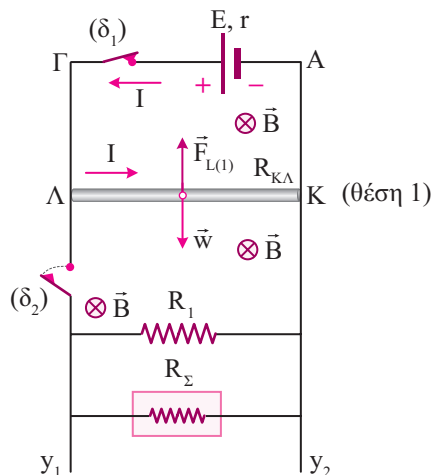
Τη χρονική στιγμή  $t_3$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά νέα οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{οπ}(2)}$  ισχύει:

$\Sigma \vec{F}'' = \vec{0}$  ή  $\Sigma F'' = 0$  ή, λόγω της σχέσης (2):

$$mg - \frac{B^2 L^2 v_{\text{οπ}(2)}}{R_1 + R_2} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{οπ}(2)} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{οπ}(2)} = 4 \text{ m/s}.$$

### Θέμα 33ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν ο διακόπτης ( $\delta_1$ ) είναι κλειστός και ο διακόπτης ( $\delta_2$ ) είναι ανοικτός.



Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Είναι:  $I = \frac{E}{R_{\text{ΚΛ}} + r}$  ή  $I = 3 \text{ A}$ .

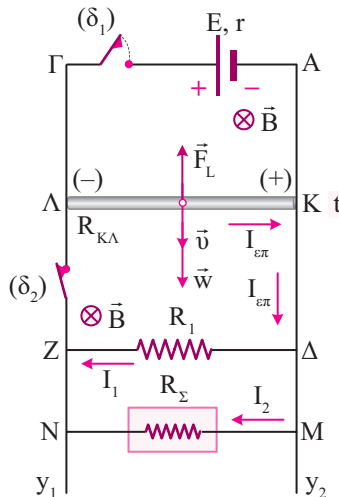
Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_{L(1)}$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \vec{F}_{L(1)} + \vec{w} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \vec{F}_{L(1)} = -\vec{w}.$$

Δηλαδή, η δύναμη Laplace  $\vec{F}_{L(1)}$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι αντίθετη του βάρους του  $\vec{w}$ . Επομένως, η δύναμη Laplace  $\vec{F}_{L(1)}$  είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Επειδή η δύναμη Laplace  $\vec{F}_{L(1)}$  είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, τότε, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η ένταση  $\vec{B}$  του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στη σελίδα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Από τη σχέση (1) έχουμε:

$$F_{L(1)} = w \quad \text{ή} \quad BIL = mg \quad \text{ή} \quad B = 1 \text{ T}.$$

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και οι φορές των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται ανάμεσα στις θέσεις (1) και (3).



Το μέτρο  $E_{\text{επ}}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ}} = BvL$  (1).

Έστω  $R_{\Sigma}$  η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής. Τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της θερμικής συσκευής είναι  $P_{\text{κ}} = 6 \text{ W}$  και  $V_{\text{κ}} = 6 \text{ V}$ . Είναι:  $P_{\text{κ}} = \frac{V_{\text{κ}}^2}{R_{\Sigma}}$  ή  $R_{\Sigma} = 6 \Omega$ .

Έστω  $R_{1,\Sigma}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος του αντιστάτη  $R_1$  και της θερμικής συσκευής.

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,\Sigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_\Sigma} \quad \text{ή} \quad R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} \quad \text{ή} \quad R_{1,\Sigma} = 2 \, \Omega.$$

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}}}$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{BvL}{R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}}}$  (2).

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο της δύναμης Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $F_L = BI_{\varepsilon\pi}L$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $F_L = \frac{B^2L^2v}{R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}}}$  (3).

Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:  $\Sigma F = w - F_L$  ή, λόγω της σχέσης (3):  $\Sigma F = mg - \frac{B^2L^2v}{R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}}}$  (4).

Τη χρονική στιγμή στην οποία ανοίγουμε τον διακόπτη ( $\delta_1$ ) και, ταυτόχρονα, κλείνουμε τον διακόπτη ( $\delta_2$ ), ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω επιταχυνόμενος, οπότε το μέτρο  $v$  της ταχύτητάς του αρχίζει να αυξάνεται. Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ αυξάνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (4), το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται και τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από τη θέση (3) γίνεται ίσο με μηδέν. Συνεπώς, τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός ΚΛ διέρχεται από τη θέση (3) αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα  $v_{\text{op}}$ . Επομένως, **η κίνηση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία αποκτά την οριακή του ταχύτητα είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που ελαττώνεται κατά μέτρο ( $a = \Sigma F/m$ ).**

Τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (4):}$$

$$mg - \frac{B^2L^2v_{\text{op}}}{R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}}} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}} = \frac{mg(R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}})}{B^2L^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}} = 12 \text{ m/s.}$$

**γ.** Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από τη θέση (2). Είναι:  $v_1 = \frac{v_{\text{op}}}{2}$  ή  $v_1 = 6 \text{ m/s}$ .

Έστω  $\Sigma F_1$  το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από τη θέση (2). Από τη σχέση (4) για  $\Sigma F = \Sigma F_1$  και  $v = v_1$  προκύπτει:

$\Sigma F = 1,5 \text{ N}$ . Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του αγωγού ΚΛ την παραπάνω χρονική

στιγμή είναι:  $\left| \frac{dp}{dt} \right| = \Sigma F$  ή  $\left| \frac{dp}{dt} \right| = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ .

δ. Έστω  $I_{op}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία αποκτά την οριακή του ταχύτητα. Από τη σχέση (2) για  $I = I_{op}$  και  $v = v_{op}$  προκύπτει

$$\text{ότι: } I_{op} = \frac{Bv_{op}L}{R_{1,2} + R_{\kappa\lambda}} \quad \text{ή } I_{op} = 3 \text{ A.}$$

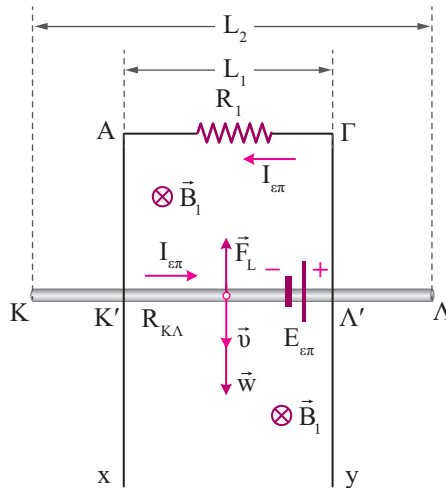
Η τάση  $V_{\kappa\lambda}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή στην οποία αποκτά την οριακή του ταχύτητα είναι:  $V_{\kappa\lambda} = I_{op}R_{1,2}$  ή  $V_{\kappa\lambda} = 6 \text{ V}$ .

Η τάση  $V_{\Sigma}$  στα άκρα της θερμικής συσκευής είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ. Επομένως, τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:  $V_{\Sigma} = V_{\kappa\lambda}$  ή  $V_{\Sigma} = 6 \text{ V}$ .

Επειδή την παραπάνω χρονική στιγμή είναι  $V_{\Sigma} = V_{\kappa}$ , η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά.

### Θέμα 34ο

α. Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $0 < t < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Το μέτρο  $E_{\varepsilon\pi}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τμήμα Κ'Λ' του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = B_1 v L_1$  (1).

Έστω  $R_{\kappa'\lambda'}$  η ωμική αντίσταση του τμήματος Κ'Λ' του αγωγού ΚΛ. Είναι:  $R_{\kappa'\lambda'} = \frac{\rho L_1}{A}$  (2).

Η ωμική αντίσταση του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:  $R_{\kappa\lambda} = \frac{\rho L_2}{A}$  (3).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε:

$$\frac{R_{\kappa'\lambda'}}{R_{\kappa\lambda}} = \frac{L_1}{L_2} \quad \text{ή} \quad R_{\kappa'\lambda'} = \frac{R_{\kappa\lambda}}{2} \quad \text{ή} \quad R_{\kappa'\lambda'} = 2 \Omega.$$

Η ένταση  $I_{\text{επ}}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_1 + R_{K'\Lambda}}$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $I_{\text{επ}} = \frac{B_1 v L_1}{R_1 + R_{K'\Lambda}}$  (4).

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο (1).

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:

$$\Sigma F = w - F_L \quad \text{ή} \quad \Sigma F = mg - B_1 I_{\text{επ}} L_1 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (4):} \quad \Sigma F = mg - \frac{B_1^2 L_1^2 v}{R_1 + R_{K'\Lambda}} \quad (5).$$

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω επιταχυνόμενος.

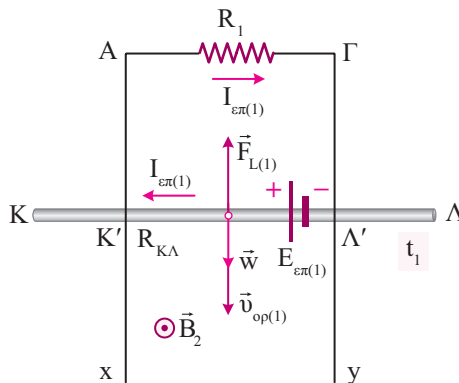
Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ αυξάνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (5) το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν, οπότε ο αγωγός ΚΛ αποκτά οριακή ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(1)}$ . Επομένως, η κίνηση που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που μειώνεται κατά μέτρο ( $a = \Sigma F/m$ ).

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(1)}$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 0 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (5):} \quad mg - \frac{B_1^2 L_1^2 v_{\text{op}(1)}}{R_1 + R_{K'\Lambda}} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(1)} = \frac{mg(R_1 + R_{K'\Lambda})}{B_1^2 L_1^2}$$

ή  $v_{\text{op}(1)} = 10 \text{ m/s}$ .

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδο του αγωγού ΚΛ στο μαγνητικό πεδίο (2).



Έστω  $E_{\text{επ}(1)}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τμήμα Κ'Λ' του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο (2). Είναι:  $E_{\text{επ}(1)} = B_2 v_{\text{op}(1)} L_1$  ή  $E_{\text{επ}(1)} = 40 \text{ V}$ . Έστω  $I_{\text{επ}(1)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδο του αγωγού ΚΛ στο μαγνη-

τικό πεδίο (2). Είναι:  $I_{\varepsilon\pi(1)} = \frac{E_{\varepsilon\pi(1)}}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi(1)} = 10 \text{ A}$ .

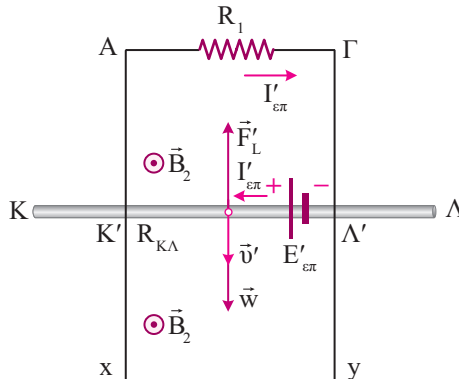
Έστω  $F_{L(1)}$  το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο (2). Είναι:  $F_{L(1)} = B_2 I_{\varepsilon\pi(1)} L_1$  ή  $F_{L(1)} = 40 \text{ N}$ .

Έστω  $a$  το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο (2).

Είναι:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F_{L(1)} - w = ma$  ή  $\alpha = \frac{F_{L(1)} - mg}{m}$  ή  $\alpha = 30 \text{ m/s}^2$ .

**γ.** Επειδή τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδο του αγωγού ΚΛ στο μαγνητικό πεδίο (2), είναι  $F_{L(1)} > w$  ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να επιβραδύνεται.

Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή, η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ μια τυχαία χρονική στιγμή  $t'$  ( $t_1 < t < t_2$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}'$ .



Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο αγωγός ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t'$

δίνεται από τη σχέση:  $\Sigma F = F'_L - w$  ή  $\Sigma F = B_2 I'_{\varepsilon\pi} L_1 - mg$  ή  $\Sigma F = B_2 \frac{B_2 v' L_1}{R_1 + R_{K'A'}} L_1 - mg$

ή  $\Sigma F = \frac{B_2^2 L_1^2 v'}{R_1 + R_{K'A'}} - mg$  (6).

Επειδή το μέτρο  $v'$  του αγωγού ΚΛ μειώνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (6) το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_2$  γίνεται ίσο με μηδέν. Τη χρονική στιγμή  $t_2$  ο αγωγός ΚΛ αποκτά νέα οριακή ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{οπ}(2)}$ .

Επομένως, τη χρονική  $t_2$  ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\Sigma F = 0$  ή, λόγω της σχέσης (6):

$\frac{B_2^2 L_1^2 v_{\text{οπ}(2)}}{R_1 + R_{K'A'}} - mg = 0$  ή  $v_{\text{οπ}(2)} = \frac{mg(R_1 + R_{K'A'})}{B_2^2 L_1^2}$  ή  $v_{\text{οπ}(2)} = 2,5 \text{ m/s}$ .

**δ.** Έστω  $I_{\text{επ(ορ)}}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Είναι:  $I_{\text{επ(ορ)}} = \frac{E_{\text{επ(ορ)}}}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $I_{\text{επ(ορ)}} = \frac{B_2 v_{\text{ορ(2)}} L_1}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $I_{\text{επ(ορ)}} = 2,5 \text{ A}$ .

Η ζητούμενη θερμότητα είναι:  $Q_{R_{\omega}} = I_{\text{επ(ορ)}}^2 (R_1 + R_{K'A'}) \Delta t$  ή  $Q_{R_{\omega}} = 50 \text{ J}$ .

Έστω  $q_{\text{επ}}$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του τμήματος  $K'A'$  του αγωγού ΚΛ στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $q_{\text{επ}} = I_{\text{επ(ορ)}} \Delta t$  ή  $q_{\text{επ}} = 5 \text{ C}$ .

Έστω  $N$  το πλήθος των ηλεκτρονίων που διέρχονται από μια διατομή του τμήματος  $K'A'$  του αγωγού ΚΛ στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $q_{\text{επ}} = Ne$  ή  $N = \frac{5}{16} \cdot 10^{20}$  ηλεκτρόνια.

**ε.** Ο αγωγός ΚΛ στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ακριβώς πριν εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο (2), επιταχύνεται, οπότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται και το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο (1) αυξάνεται.

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ακριβώς πριν ο αγωγός ΚΛ εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο (2), το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο (1) είναι μέγιστο. Έστω  $F_L''$  το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο (1) τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ακριβώς πριν εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο (2).

Είναι:  $F_L'' = B_1 I_{\text{επ}}'' L_1$  ή  $F_L'' = B_1 \frac{B_1 v_{\text{ορ(t)}} L_1}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $F_L'' = 5 \text{ N}$ .

Επομένως, στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ , ακριβώς πριν εισέλθει ο αγωγός ΚΛ στο μαγνητικό πεδίο (2), το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο (1) δεν μπορεί να γίνει ίσο με 20 N. Όμως, στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά την είσοδο του αγωγού ΚΛ στο μαγνητικό πεδίο (2) έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο (2), μπορεί να γίνει ίσο με 20 N.

Έστω  $v_2$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t''$  στην οποία το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο (2) είναι  $F_{L(2)} = 20 \text{ N}$ .

Είναι:  $F_{L(2)} = B_2 I_{\text{επ(2)}} L_1$  ή  $F_{L(2)} = B_2 \frac{B_2 v_2 L_1}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $F_{L(2)} = \frac{B_2^2 L_1^2 v_2}{R_1 + R_{K'A'}}$  ή  $v_2 = 5 \text{ m/s}$ .

Έστω  $\Sigma F_2$  το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t''$ . Από τη σχέση (6) για  $\Sigma F = \Sigma F_2$  και  $v' = v_2$  προκύπτει:  $\Sigma F_2 = 10 \text{ N}$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t''$  είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = \frac{-\Sigma F_2 dy}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = -\Sigma F_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = -50 \text{ J/s}.$$

### Θέμα 35ο

**α.** Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αντιστάτων  $R_1$  και  $R_2$ .

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 5 \, \Omega.$$

Η χρονική εξίσωση του μέτρου  $v$  της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:

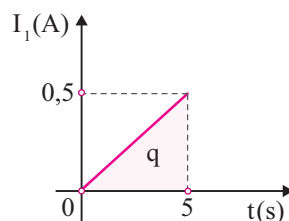
$v = at$  ή  $v = 2t$  (S.I.) (1). Η χρονική εξίσωση της έντασης  $I_{\text{επ}}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}} \quad \text{ή} \quad I_{\text{επ}} = \frac{BvL}{R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}} \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1): } I_{\text{επ}} = 0,2t \text{ (S.I.) (2).}$$

**β.** Η χρονική εξίσωση της τάσης  $V_{\text{ΚΛ}}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:  $V_{\text{ΚΛ}} = I_{\text{επ}} R_{1,2}$ , ή, λόγω της σχέσης (2):  $V_{\text{ΚΛ}} = t$  (S.I.) (3).

**γ.** Η χρονική εξίσωση της έντασης  $I_1$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  δίνεται από τη σχέση:  $I_1 = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R_1}$ , ή, λόγω της σχέσης (3):  $I_1 = 0,1t$  (S.I.).

Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  σε συνάρτηση με τον χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s. Το ζητούμενο επαγωγικό φορτίο  $q_{\text{επ}}$  ισούται αριθμητικά με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν που φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Είναι:  $q_{\text{επ}} = \frac{0,5 \cdot 5}{2}$  C ή  $q_{\text{επ}} = 1,25$  C.



**δ.** Η χρονική εξίσωση της δύναμης  $\vec{F}$  προκύπτει από τη σχέση:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F - F_L = ma \quad \text{ή} \quad F = BI_{\text{επ}}L + ma \quad \text{ή} \quad F = 0,2t + 2 \text{ (S.I.) (4).}$$

Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Από τη σχέση (1) για  $v = v_1$  και  $t = t_1 = 5$  s προκύπτει:  $v_1 = 10$  m/s.

Έστω  $F_1$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Από τη σχέση (4) για  $F = F_1$  και

$t = t_1 = 5$  s προκύπτει:  $F_1 = 3$  N. Η ισχύς  $P_F$  της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

$$P_F = F_1 \cdot v_1 \quad \text{ή} \quad P_F = 30 \text{ J/s.}$$

**ε.** Τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $v_{\text{op}}$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F_1 - F_L = 0 \quad \text{ή} \quad F_1 = F_L \quad \text{ή} \quad F_1 = BI_{\text{op}}L \quad \text{ή} \quad F_1 = B \frac{Bv_{\text{op}}L}{R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}} v_{\text{op}} \quad \text{ή} \quad F_1 = \frac{B^2 L^2 v_{\text{op}}}{R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}}$$

$$\text{ή} \quad v_{\text{op}} = 30 \text{ m/s.}$$



### Θέμα 36ο

**α.** Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα καθώς και οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στη ράβδο ΚΛ για το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο διακόπτης ( $\delta_2$ ) είναι κλειστός.

Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Είναι:  $I = \frac{E}{R_{\text{ΚΛ}} + r}$  ή  $I = 8 \text{ A}$ .

Επειδή το σώμα Σ ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F_{\text{ελ}} - w_1 - T = 0 \quad \text{ή} \quad F_{\text{ελ}} = w_1 + T$$

$$\text{ή} \quad T = k\Delta\ell - m_1g \quad \text{ή} \quad T = 4 \text{ N}.$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ΚΛ είναι το βάρος της  $\vec{w}_2$ , η τάση του νήματος  $\vec{T}'$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Είναι:  $T' = T$  ή  $T' = 4 \text{ N}$  και  $w_2 = m_2g$  ή  $w_2 = 20 \text{ N}$ .

Επειδή είναι  $w_2 > T'$  και η ράβδος ΚΛ ισορροπεί, η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, οι δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Επειδή η ράβδος ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad w_2 - F_L - T' = 0 \quad \text{ή} \quad w_2 = F_L + T' \quad \text{ή} \quad m_2g = BIL + T' \quad \text{ή} \quad B = 1 \text{ T}.$$

**β.** Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία η ράβδος ΚΛ αποκτά την οριακή της ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad w_2 - F'_L = 0 \quad \text{ή} \quad m_2g = BI'_{\text{ερ}}L \quad \text{ή} \quad m_2g = B \frac{Bv_{\text{οπ}}L}{R_{\text{ΚΛ}} + R}L \quad \text{ή} \quad m_2g = \frac{B^2L^2v_{\text{οπ}}}{R_{\text{ΚΛ}} + R} \quad \text{ή} \quad R = 1 \Omega.$$

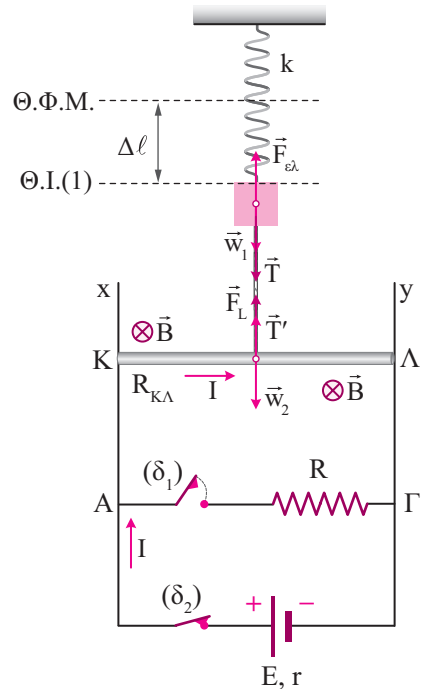
**γ.** Έστω  $v$  το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου ΚΛ τις χρονικές στιγμές στις οποίες ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας είναι  $\frac{dK}{dt} = 120 \text{ J/s}$ . Είναι:

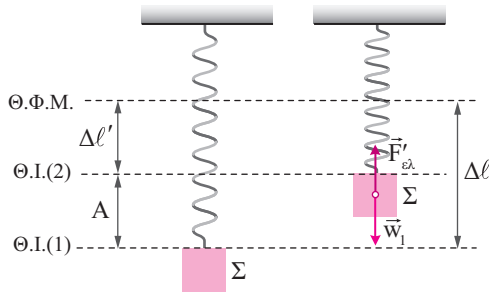
$$\frac{dK}{dt} = \Sigma Fv \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = (w_2 - F'_L)v \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = (m_2g - BI''_{\text{ερ}}L)v \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = \left( m_2g - B \frac{BvL}{R_{\text{ΚΛ}} + R}L \right)v$$

$$\text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = m_2gv - \frac{B^2L^2v^2}{R_{\text{ΚΛ}} + R} \quad \text{ή} \quad \frac{B^2L^2v^2}{R_{\text{ΚΛ}} + R} - m_2gv + \frac{dK}{dt} = 0 \quad \text{ή} \quad 0,8v^2 - 20v + 120 \text{ (S.I.) (1)}.$$

Οι λύσεις της εξίσωσης (1) είναι:  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 15 \text{ m/s}$ .

**δ.** Μετά την κοπή του νήματος, το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας (2) [Θ.Ι.(2)] που απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.





Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ στη Θ.Ι.(2) είναι το βάρος του  $\vec{w}_1$  και η δύναμη  $\vec{F}'_{ελ}$  από το ελατήριο. Έστω  $\Delta\ell'$  η επιμήκυνση του ελατηρίου στη Θ.Ι.(2). Στη Θ.Ι.(2) ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$  ή  $w_1 - F'_{ελ} = 0$  ή  $m_1g = k\Delta\ell'$  ή  $\Delta\ell' = 0,1$  m. Το πλάτος A της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ μετά την κοπή του νήματος είναι:  $A = \Delta\ell - \Delta\ell'$  ή  $A = 0,04$  m. Επειδή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x = +A$ , η αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος Σ είναι:  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  rad.

Η γωνιακή συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης του σώματος Σ υπολογίζεται από τη σχέση:

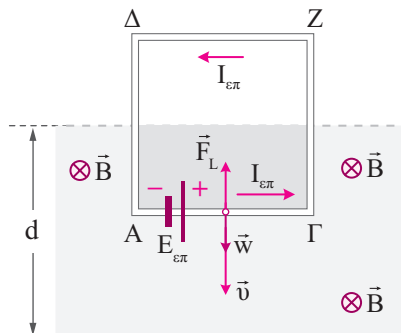
$$D = m\omega^2 \text{ ή } k = m\omega^2 \text{ ή } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ή } \omega = 10 \text{ rad/s.}$$

Η χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \text{ ή } \alpha = -4\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.).}$$

### Θέμα 37ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο καθώς και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που το διαρρέει την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $0 < t < t_1$ ) στην οποία το πλαίσιο κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Η ένταση  $I_{επ}$  του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \text{ ή } I_{επ} = \frac{Bv\alpha}{R} \text{ (1).}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t$  είναι το βάρος του  $\vec{w}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:  $\Sigma F = w - F_L$  ή  $\Sigma F = mg - BI_{\text{επ}}\alpha$  ή, λόγω της σχέσης

$$(1): \Sigma F = mg - \frac{B^2\alpha^2 v}{R} \quad (2).$$

Επειδή το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του πλαισίου αυξάνεται, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (2) το μέτρο  $\Sigma F$  της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το πλαίσιο μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  γίνεται ίσο με μηδέν. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το πλαίσιο αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(1)}$ . Επομένως, η κίνηση που εκτελεί το πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που μειώνεται κατά μέτρο ( $\alpha = \Sigma F/m$ ). Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\Sigma F = 0$  ή, λόγω της σχέσης (2):

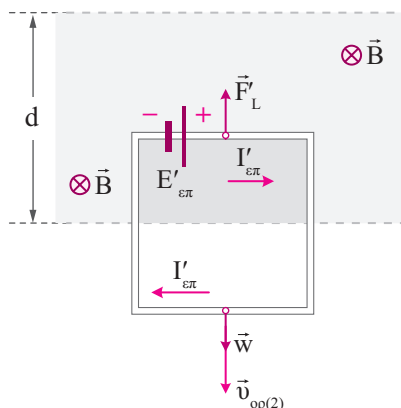
$$mg - \frac{B\alpha^2 v_{\text{op}(1)}}{R} = 0 \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(1)} = \frac{mgR}{B^2\alpha^2} \quad \text{ή} \quad v_{\text{op}(1)} = 5 \text{ m/s}.$$

**β.** Επειδή από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  δεν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου, στο πλαίσιο δεν αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Επομένως, το πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε η μοναδική δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι το βάρος του  $\vec{w}$ . Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του πλαισίου τη χρονική στιγμή  $t_2$ , ακριβώς πριν αρχίσει να εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο. Από το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του πλαισίου από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{op}(1)}^2 = mg(d - \alpha) \quad \text{ή} \quad v_1 = 7 \text{ m/s}.$$

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:  $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_1$  ή  $\frac{dK}{dt} = mgv_1$  ή  $\frac{dK}{dt} = 35 \text{ J/s}$ .

**γ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή και η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο τη χρονική στιγμή  $t_3$  στην οποία αποκτά την νέα οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{\text{op}(2)}$ .



Τη χρονική στιγμή  $t_3$  ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $w - \vec{F}'_L = 0$  ή  $mg = BI'_{\epsilon\pi} \alpha$  ή  $mg = \frac{B^2 \alpha^2 v_{op(2)}}{R}$   
 ή  $v_{op(2)} = 5 \text{ m/s}$ .

**δ.** Στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_3$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ , το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_{op(2)}$ . Η μετατόπιση του πλαισίου στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  είναι:

$$\Delta x = \frac{\alpha}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x = 1 \text{ m. Είνα: } v_{op(2)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,2 \text{ s.}$$

Έστω  $I_{\epsilon\pi(op)}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο από τη χρονική στιγμή  $t_3$

έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Είνα:  $I_{\epsilon\pi(op)} = \frac{E'_{\epsilon\pi}}{R}$  ή  $I_{\epsilon\pi(op)} = \frac{Bv_{op(2)}\alpha}{R}$  (1) ή  $I_{\epsilon\pi(op)} = 2,5 \text{ A}$ .

Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση:  $Q = I_{\epsilon\pi(op)}^2 R \Delta t$  ή  $Q = 5 \text{ J}$ .

### Θέμα 38ο

**α.** Η χρονική εξίσωση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο δίνεται από τη σχέση:  $E_{\epsilon\pi} = E_{\epsilon\pi(max)} \eta \mu(\omega t)$  ή  $E_{\epsilon\pi} = N\omega B A \eta \mu(\omega t)$  ή  $E_{\epsilon\pi} = N\omega B a^2 \eta \mu(\omega t)$   
 ή  $E_{\epsilon\pi} = 40 \eta \mu(20t)$  (S.I.) (1).

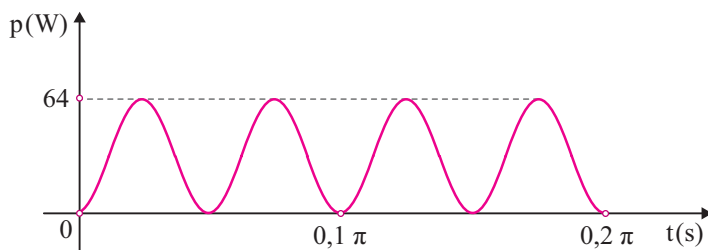
**β.** Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο δίνεται από τη σχέση:

$$i = \frac{E_{\epsilon\pi}}{R_{\pi} + R} \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1): } i = 4 \eta \mu(20t) \text{ (S.I.) (2)}$$

Η χρονική εξίσωση της τάσης  $v_R$  στα άκρα του αντιστάτη ωμικής αντίστασης  $R$  δίνεται από τη σχέση:  $v_R = iR$  ή  $v_R = 16 \eta \mu(20t)$  (S.I.) (3). Η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος  $p$  που καταναλώνει ο αντιστάτης ωμικής αντίστασης  $R$  δίνεται από τη σχέση:  $p = i v_R$  ή, λόγω των σχέσεων (2) και (3):  $p = 64 \eta^2 \mu^2(20t)$  (S.I.).

Η περίοδος  $T$  περιστροφής του πλαισίου είναι:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  ή  $T = 0,1 \pi \text{ s}$ .

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος.



**γ.** Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο είναι:  $I = 4 \text{ A}$ . Η μέση ισχύς  $P$  που καταναλώνει ο αντιστάτης ωμικής αντίστασης  $R$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $P = I_{\epsilon\pi}^2 R$  ή  $P = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R$  ή  $P = \frac{I^2 R}{2}$  ή  $P = 32 \text{ W}$ .

**δ.** Το χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο είναι:  $\Delta t = T$  ή  $\Delta t = 0,1\pi$  s. Η θερμότητα Joule που εκλύεται από το κύκλωμα στο παραπάνω χρονικό διάστημα  $\Delta t$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q = I_{ev}^2 (R_{\pi} + R) \Delta t \quad \text{ή} \quad Q = \left( \frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 (R_{\pi} + R) \Delta t \quad \text{ή} \quad Q = \frac{I^2 (R_{\pi} + R)}{2} \Delta t \quad \text{ή} \quad Q = 8\pi \text{ J.}$$

**ε.** Η εναλλασσόμενη τάση  $v_{\pi}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την τάση  $v_R$  που επικρατεί στα άκρα του αντιστάτη  $R$ . Έστω  $i$  η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο στις χρονικές στιγμές στις οποίες η τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του είναι  $v_{\pi} = +8$  V. Είναι:  $v_{\pi} = v_R$  ή  $v_{\pi} = iR$  ή  $i = +2$  A.

Έστω  $E_{επ}$  η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο τις παραπάνω

χρονικές στιγμές. Είναι:  $i = \frac{E_{επ}}{R + R_{\pi}}$  ή  $E_{επ} = i(R + R_{\pi})$  ή  $E_{επ} = +20$  V. Το μέτρο  $\left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$  του ρυθμού

με τον οποίο μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια σπείρα του πλαισίου υπολο-

γίζεται από τη σχέση:  $E_{επ} = N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$  ή  $\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{|E_{επ}|}{N}$  ή  $\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = 0,1 \text{ Wb/s.}$

### Θέμα 39ο

**α.** Όταν το πλαίσιο είναι ανοικτό, το πλάτος της τάσης  $V_{\pi}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του είναι ίσο με τη μέγιστη τιμή  $E_{επ(max)}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του. Συνεπώς, ισχύει:  $E_{επ(max)} = V_{\pi}$  ή  $N\omega BA = V_{\pi}$  ή  $N\omega B\alpha^2 = V_{\pi}$  ή  $B = \frac{V_{\pi}}{N\omega\alpha^2}$  (1).

Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που επικρατεί στα άκρα του πλαισίου, όταν το πλαίσιο είναι κλειστό, προκύπτει:  $\omega = 20$  rad/s. Επομένως, από τη σχέση (1) για  $\omega = 20$  rad/s προκύπτει:  $B = 1$  T.

**β.** Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που επικρατεί στα άκρα του πλαισίου, όταν στα άκρα του συνδέεται ο αντιστάτης  $R_1$  προκύπτει ότι πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που επικρατεί στα άκρα του πλαισίου είναι  $V'_{\pi} = 10$  V. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που επικρατεί στα άκρα του πλαισίου, όταν στα άκρα του συνδέεται ο αντιστάτης  $R_1$ , είναι ίσο με το πλάτος της τάσης  $V_{R_1}$  που επικρατεί στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$ .

Δηλαδή, ισχύει:  $V'_{\pi} = IR_1$  (2).

Το πλάτος  $I$  της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από

τη σχέση:  $I = \frac{E_{επ(max)}}{R_{ολ}}$  ή  $I = \frac{N\omega B\alpha^2}{R_1 + R_{\pi}}$  (3). Από τη σχέση (2), λόγω της σχέσης (3) προκύπτει ότι:

$$V'_{\pi} = \frac{N\omega B\alpha^2}{R_1 + R_{\pi}} R_1 \quad \text{ή} \quad \frac{R_1}{R_1 + R_{\pi}} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad R_1 + R_{\pi} = 2R_1 \quad \text{ή} \quad R_{\pi} = R_1 \quad (4).$$

Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_1$  δίνεται από τη σχέση:

$$P_{R_1} = I_{\text{ev}}^2 R_1 \quad \text{ή} \quad P_{R_1} = \left( \frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R_1 \quad \text{ή} \quad P_{R_1} = \frac{I^2 R_1}{2} \quad (5).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (5) και (2) προκύπτει:  $\frac{P_{R_1}}{V'_\pi} = \frac{I}{2}$  ή  $I = 5 \text{ A}$ .

Από τη σχέση (2) για  $I = 5 \text{ A}$  προκύπτει:  $R_1 = 2 \Omega$ .

Επομένως, από τη σχέση (4) για  $R_1 = 2 \Omega$  προκύπτει:  $R_\pi = 2 \Omega$ .

**γ.** Έστω  $i$  η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τις χρονικές στιγμές στις οποίες η ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_1$  είναι  $p_{R_1} = 25 \text{ W}$ .

Είναι:  $p_{R_1} = i^2 R_1$  ή  $i = \pm 4 \text{ A}$  (6).

Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$i = \frac{E_{\text{επ}}}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad i = \frac{N\omega B\alpha^2 \eta \mu(\omega t)}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad i = 5 \eta \mu(20t) \text{ (S.I.)} \quad (7).$$

Η σχέση (7), λόγω της σχέσης (6), γράφεται:  $\pm 4 = 5 \eta \mu(20t)$  ή  $\eta \mu(20t) = \pm 0,8$ .

Είναι:  $\eta \mu^2(20t) + \text{συν}^2(20t) = 1$  ή  $\text{συν}^2(20t) = 0,36$  ή  $\text{συν}(20t) = \pm 0,6$  ή  $|\text{συν}(20t)| = 0,6$ .

Η απόλυτη τιμή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από μια σπείρα του πλαισίου τις παραπάνω χρονικές στιγμές υπολογίζεται από τη σχέση:  $|\Phi| = |BA \text{συν}(\omega t)|$  ή  $|\Phi| = B\alpha^2 |\text{συν}(20t)|$

ή  $|\Phi| = 10^{-2} |\text{συν}(20t)|$  ή  $|\Phi| = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$ .

**δ.** Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$  υπολογίζεται από τη

$$\text{σχέση: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 0,5 \Omega.$$

Το πλάτος  $I'$  της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο υπολογίζεται

$$\text{από τη σχέση: } I' = \frac{E_{\text{επ(max)}}}{R_{1,2} + R_\pi} \quad \text{ή} \quad I' = \frac{N\omega B\alpha^2}{R_{1,2} + R_\pi} \quad \text{ή} \quad I' = 8 \text{ A}.$$

Το πλάτος  $V'_\pi$  της τάσης στα άκρα του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$V'_\pi = I' R_{1,2}$  ή  $V'_\pi = 4 \text{ V}$ . Το πλάτος  $I_1$  της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει

τον αντιστάτη  $R_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $I_1 = \frac{V'_\pi}{R_1}$  ή  $I_1 = 2 \text{ A}$ .

Επομένως, η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_1$  είναι:

$$P_{R_1} = I_{\text{ev}(I)}^2 R_1 \quad \text{ή} \quad P_{R_1} = \left( \frac{I_1}{\sqrt{2}} \right)^2 R_1 \quad \text{ή} \quad P_{R_1} = \frac{I_1^2 R_1}{2} \quad \text{ή} \quad P_{R_1} = 4 \text{ W}.$$

## Θέμα 40ό

**α.** Έστω  $R_\Sigma$  η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής.

Είναι:  $P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma}$  ή  $R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K}$  ή  $R_\Sigma = 50 \Omega$ . Η μέγιστη τιμή  $E_{\text{επ(max)}}$  της ηλεκτρεγερτικής δύνα-

μης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο υπολογίζεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ(max)}} = N\omega BA$

ή  $E_{\text{επ(max)}} = 160 \text{ V}$ . Το πλάτος  $I$  της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο υπολογίζεται από τη σχέση:  $I = \frac{E_{\text{επ(max)}}}{R_{\pi} + R_{\Sigma}}$  ή  $I = 1,6 \text{ A}$ . Η ενεργός τιμή  $I_{\text{επ}}$  της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:  $I_{\text{επ}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$  ή  $I_{\text{επ}} = 0,8\sqrt{2} \text{ A}$ .

Η ενεργός τιμή  $V_{\text{επ}}$  της τάσης που επικρατεί στα άκρα της θερμικής συσκευής υπολογίζεται από τη σχέση:  $V_{\text{επ}} = I_{\text{επ}} R_{\Sigma}$  ή  $V_{\text{επ}} = 40\sqrt{2} \text{ V}$ .

Επειδή είναι:  $V_{\text{επ}} < V_K$ , η θερμική συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά.

**β.** Η μέση ισχύς  $P$  που καταναλώνει η θερμική συσκευή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = \frac{V_{\text{επ}}^2}{R_{\Sigma}} \quad \text{ή} \quad P = 64 \text{ W}.$$

**γ.** Η χρονική εξίσωση της έντασης  $i$  του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$i = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\pi} + R_{\Sigma}} \quad \text{ή} \quad i = \frac{N\omega BA \eta \mu(\omega t)}{R_{\pi} + R_{\Sigma}} \quad \text{ή} \quad i = 1,6\eta \mu(40t) \text{ (S.I.)}$$

Η τάση  $v_{\pi}$  στα άκρα του πλαισίου είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την τάση  $v_{R_{\Sigma}}$  στα άκρα της θερμικής συσκευής. Συνεπώς, ισχύει:  $v_{\pi} = v_{R_{\Sigma}}$  ή  $v_{\pi} = iR_{\Sigma}$  ή  $v_{\pi} = 80\eta \mu(40t) \text{ (S.I.)}$ .

**δ.** Για να λειτουργεί κανονικά η θερμική συσκευή, πρέπει η ενεργός τιμή  $V'_{\text{επ}}$  της εναλλασσόμενης τάσης που επικρατεί στα άκρα της να γίνει ίση με την τάση κανονικής λειτουργίας της  $V_K$ . Έστω  $I'$  το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά. Είναι:  $V'_{\text{επ}} = V_K$  ή  $I'_{\text{επ}} R_{\Sigma} = V_K$  ή  $\frac{I'}{\sqrt{2}} R_{\Sigma} = V_K$

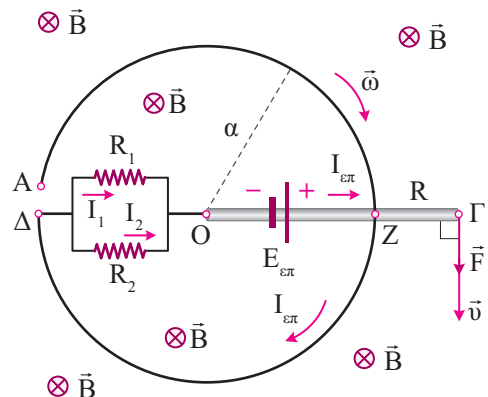
$$\text{ή} \quad I' = 2\sqrt{2} \text{ A. Είναι: } I' = \frac{E'_{\text{επ(max)}}}{R_{\pi} + R_{\Sigma}} \quad \text{ή} \quad E'_{\text{επ(max)}} = I'(R_{\pi} + R_{\Sigma}) \quad \text{ή} \quad N\omega' BA = I'(R_{\pi} + R_{\Sigma})$$

$$\text{ή} \quad \omega' = \frac{I'(R_{\pi} + R_{\Sigma})}{NBA} \quad \text{ή} \quad \omega' = 50\sqrt{2} \text{ rad/s.}$$

### Θέμα 41ο

**α.** Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τμήμα OZ της ράβδου καθώς και οι φορές των επαγωγικών ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος.

Έστω  $E_{\text{επ}}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τμήμα OZ της ράβδου.



Είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} B\omega(OZ)^2$  ή  $E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} B\omega\alpha^2$  ή  $E_{\varepsilon\pi} = 40 \text{ V}$ . Έστω  $R_{OZ}$  η ωμική αντίσταση του τμήματος OZ της ράβδου. Είναι:  $R_{OZ} = \rho \frac{(OZ)}{A}$  ή  $R_{OZ} = \rho \frac{\alpha}{A}$  (1).

Η ωμική αντίσταση της ράβδου δίνεται από τη σχέση:  $R = \rho \frac{L}{A}$  (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:  $\frac{R_{OZ}}{R} = \frac{\alpha}{L}$  ή  $R_{OZ} = 2,5 \Omega$ .

Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$ .

Είναι:  $\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ή  $R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  ή  $R_{1,2} = 7,5 \Omega$ .

Έστω  $I_{\varepsilon\pi}$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο.

Είναι:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2} + R_{OZ}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = 4 \text{ A}$ .

**β.** Το μέτρο της δύναμης Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στη ράβδο από το μαγνητικό πεδίο υπολογίζεται από τη σχέση:  $F_L = BI_{\varepsilon\pi}\alpha$  ή  $F_L = 8 \text{ N}$ .

**γ.** Έστω  $V$  η τάση στα άκρα του συστήματος των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$ .

Είναι:  $V = IR_{1,2}$  ή  $V = 30 \text{ V}$ . Έστω  $I_1$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  είναι:  $I_1 = \frac{V}{R_1}$  ή  $I_1 = 1 \text{ A}$ . Έστω  $\Delta\theta$  η γωνία περιστροφής της ράβδου στο χρονικό

διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $\Delta\theta = N \cdot 2\pi$  ή  $\Delta\theta = 20 \text{ rad}$ .

Επειδή η ράβδος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\bar{\omega}$ , ισχύει:  $\Delta\theta = \omega\Delta t$  ή  $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ .

Έστω  $q_{\varepsilon\pi}$  το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αντιστάτη  $R_1$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $q_{\varepsilon\pi} = I_1\Delta t$  ή  $q_{\varepsilon\pi} = 0,5 \text{ C}$ .

**δ.** Έστω  $I_2$  η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$ .

Είναι:  $I_2 = \frac{V}{R_2}$  ή  $I_2 = 3 \text{ A}$ . Έστω  $Q_{R_2}$  το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αντιστάτη  $R_2$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Είναι:  $Q_{R_2} = I_2^2 R_2 \Delta t$  ή  $Q_{R_2} = 45 \text{ J}$ .

**ε.** Επειδή η ράβδος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, η ισχύς  $P_F$  της δύναμης  $\vec{F}$  ισούται με τη θερμική ισχύ  $P_\theta$  που αναπτύσσεται στο κύκλωμα. Δηλαδή, είναι:

$P_F = P_\theta$  ή  $Fv = I_{\varepsilon\pi}^2 (R_{1,2} + R_{OZ})$  ή  $F\omega L = I_{\varepsilon\pi}^2 (R_{1,2} + R_{OZ})$  ή  $F = 2 \text{ N}$ .

## Θέμα 42ο

**α.** Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ), η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αρχίζει να αυξάνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  σταθεροποιείται στη

μέγιστη τιμή της  $I_o$ . Είναι:  $I_o = \frac{E}{R_\pi + R_1 + r}$  ή  $I_o = 4 \text{ A}$ .

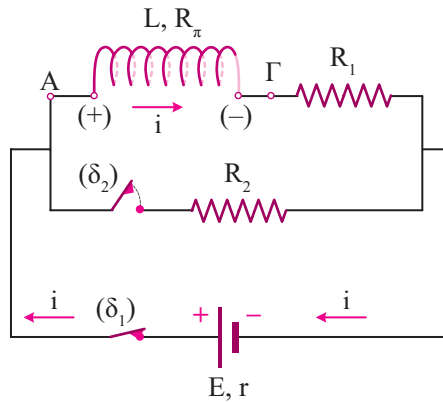


Έστω  $B$  το μέτρο της έντασης του του ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Είναι:  $B = \mu_0 I_0 \frac{N}{\ell}$  (1), όπου  $\ell$  το μήκος του πηνίου.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια σπείρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$  δίνεται από τη σχέση:  $\Phi = BA$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $\Phi = \mu_0 I_0 \frac{N}{\ell} A$  (2), όπου  $A$  το εμβαδόν κάθε σπείρας του πηνίου. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου δίνεται από τη σχέση:  $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$  (3).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε:  $\frac{\Phi}{L} = \frac{I_0}{N}$  ή  $\Phi = \frac{LI_0}{N}$  ή  $\Phi = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$ .

**β.** Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα καθώς και η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή  $E_{\text{AYT}}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t$  ( $0 < t < t_1$ ). Έστω  $i$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$ .



Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  έχουμε:

$$E - ir - |E_{\text{AYT}}| - iR_{\pi} - iR_1 = 0 \quad \text{ή} \quad i = \frac{E - |E_{\text{AYT}}|}{R_{\pi} + R_1 + r} \quad (4).$$

Ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου τη χρονική στιγμή

$$t \text{ είναι: } \frac{dU}{dt} = |E_{\text{AYT}}| \cdot i \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (4) είναι: } \frac{dU}{dt} = |E_{\text{AYT}}| \cdot \frac{E - |E_{\text{AYT}}|}{R_{\pi} + R_1 + r}$$

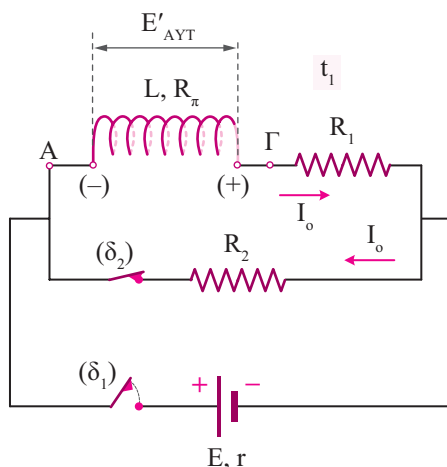
$$\text{ή } |E_{\text{AYT}}|^2 - 30 \cdot |E_{\text{AYT}}| + 225 = 0 \quad (\text{S.I.}) \quad (5). \text{ Η λύση της εξίσωσης (5) είναι: } |E_{\text{AYT}}| = 15 \text{ V}.$$

Έστω  $\frac{di}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική

$$\text{στιγμή } t. \text{ Είναι: } |E_{\text{AYT}}| = L \left| \frac{di}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di}{dt} \right| = 30 \text{ A/s} \quad \text{ή} \quad \frac{di}{dt} = +30 \text{ A/s}.$$

**γ. i.** Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αρχίζει να μειώνεται και τη χρονική στιγμή  $t_2$  μηδενίζεται.

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα καθώς και η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή  $E'_{AYT}$  που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ).



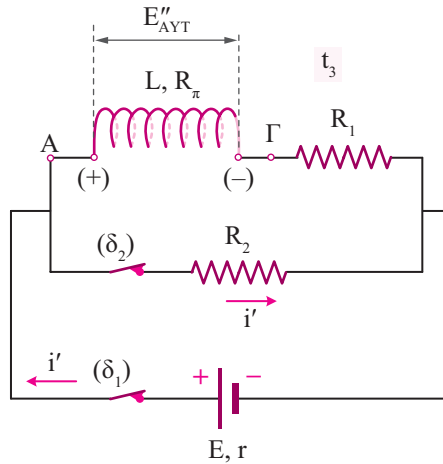
Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), έχουμε:  $|E'_{AYT}| - I_0 R_\pi - I_0 R_1 - I_0 R_2 = 0$  ή  $|E'_{AYT}| = I_0 (R_\pi + R_1 + R_2)$  ή  $|E'_{AYT}| = 32 \text{ V}$ . Έστω  $\frac{di'}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_1$  αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ).

$$\text{Είναι: } |E'_{AYT}| = L \left| \frac{di'}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di'}{dt} \right| = 64 \text{ A/s} \quad \text{ή} \quad \frac{di'}{dt} = -64 \text{ A/s}.$$

**ii.** Έστω  $Q_{ολ}$  η ζητούμενη θερμότητα. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$Q_{ολ} = |\Delta U| \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = U_{αρχ} - U_{τελ} \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = \frac{1}{2} L I_0^2 - 0 \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = 4 \text{ J}.$$

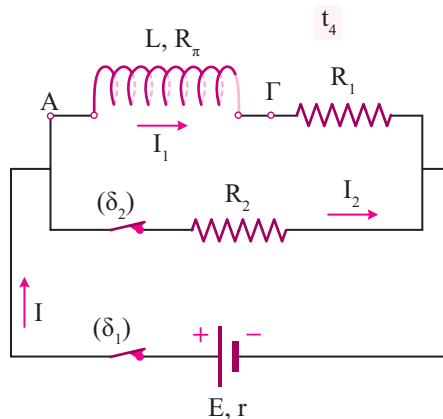
**δ. i.** Τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ), η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο που περιλαμβάνει το πηνίο είναι ίση με μηδέν. Έστω  $i'$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ).



Είναι:  $i' = \frac{E}{R_2 + r}$  ή  $i' = \frac{60}{7}$  A. Έστω  $|E''_{AYT}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ). Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο που περιλαμβάνει το πηνίο και τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  τη χρονική στιγμή  $t_3$  έχουμε:

$$-|E''_{AYT}| + i'R_2 = 0 \quad \text{ή} \quad |E''_{AYT}| = i'R_2 \quad \text{ή} \quad |E''_{AYT}| = \frac{120}{7} \text{ V.}$$

ii. Τη χρονική στιγμή  $t_4$  στην οποία σταθεροποιούνται οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο είναι ίση με μηδέν.



Έστω  $R_{1,\pi}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος του πηνίου και του αντιστάτη  $R_1$ .

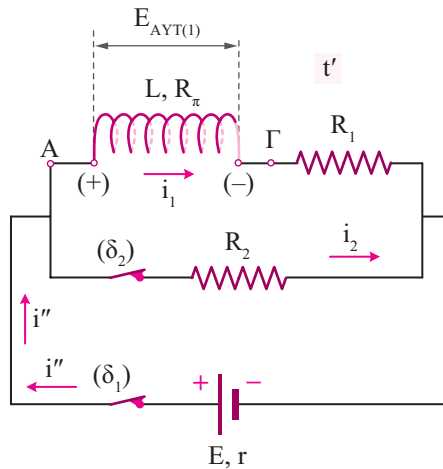
Είναι:  $R_{1,\pi} = R_1 + R_\pi$  ή  $R_{1,\pi} = 6 \Omega$ . Έστω  $R_{εξ}$  η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος. Είναι:  $\frac{1}{R_{εξ}} = \frac{1}{R_{1,\pi}} + \frac{1}{R_2}$  ή  $R_{εξ} = \frac{R_{1,\pi} \cdot R_2}{R_{1,\pi} + R_2}$  ή  $R_{εξ} = 1,5 \Omega$ .

Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή τη χρονική στιγμή  $t_4$ .

Είναι:  $I = \frac{E}{R_{\varepsilon\xi} + r}$  ή  $I = 10 \text{ A}$ . Έστω  $V_{\pi}$  η πολική τάση της πηγής τη χρονική στιγμή  $t_4$ .

Είναι:  $V_{\pi} = E - Ir$  ή  $V_{\pi} = 15 \text{ V}$ . Έστω  $I_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Είναι:  $I_1 = \frac{V_{\pi}}{R_{1,\pi}}$  ή  $I_1 = 2,5 \text{ A}$ . Η ενέργεια  $U$  του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_4$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $U = \frac{1}{2}LI_1^2$  ή  $U = 1,5625 \text{ J}$ .

ε. Έστω  $i''$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή και  $i_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο και τον αντιστάτη  $R_1$  τη χρονική στιγμή  $t'$ .



Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο που περιλαμβάνει την ηλεκτρική πηγή και τον αντιστάτη  $R_2$  τη χρονική στιγμή  $t'$  έχουμε:

$$E - i''r - i_2R_2 = 0 \quad \text{ή} \quad i'' = \frac{E - i_2R_2}{r} \quad \text{ή} \quad i'' = 9,6 \text{ A. Είναι: } i'' = i_1 + i_2 \quad \text{ή} \quad i_1 = 1,8 \text{ A.}$$

Έστω  $|E_{\text{AYT}(1)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t'$ . Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο που περιλαμβάνει το πηνίο και τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  τη χρονική στιγμή  $t'$  έχουμε:

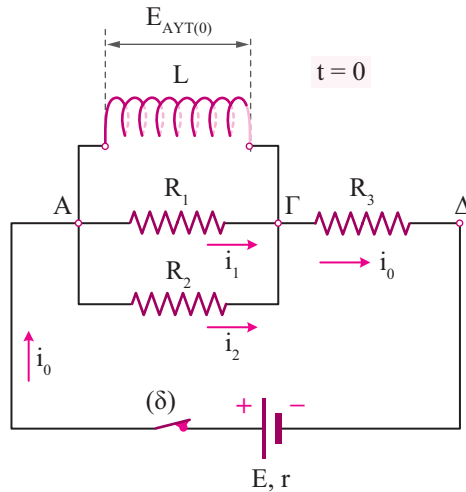
$$-|E_{\text{AYT}(1)}| - i_1R_{\pi} - i_1R_1 + i_2R_2 = 0 \quad \text{ή} \quad |E_{\text{AYT}(1)}| = i_2R_2 - i_1(R_1 + R_{\pi}) \quad \text{ή} \quad |E_{\text{AYT}(1)}| = 4,8 \text{ V.}$$

Εφαρμόζοντας το 2ο κανόνα του Kirchhoff στη διαδρομή  $A \rightarrow \Gamma$  μέσω του πηνίου έχουμε:

$$V_A - |E_{\text{AYT}(1)}| - i_1R_{\pi} = V_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_A - V_{\Gamma} = |E_{\text{AYT}(1)}| + i_1R_{\pi} \quad \text{ή} \quad V_A - V_{\Gamma} = 12 \text{ V.}$$

### Θέμα 43ο

**α.** Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ), το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο είναι μέγιστο, οπότε το πηνίο δεν διαρρέεται από ρεύμα. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι φορές των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ).



Έστω  $R_{1,2}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$ .

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 2 \, \Omega.$$

Έστω  $i_0$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Είναι:  $i_0 = \frac{E}{R_{1,2} + R_3 + r}$  ή  $i_0 = 6 \, \text{A}$ .

Έστω  $|E_{\text{AYT}(0)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Επειδή το πηνίο είναι ιδανικό, ισχύει:

$$|E_{\text{AYT}(0)}| = V_{R_{1,2}} \quad \text{ή} \quad |E_{\text{AYT}(0)}| = i_0 R_{1,2} \quad \text{ή} \quad E_{\text{AYT}(0)} = 12 \, \text{V}.$$

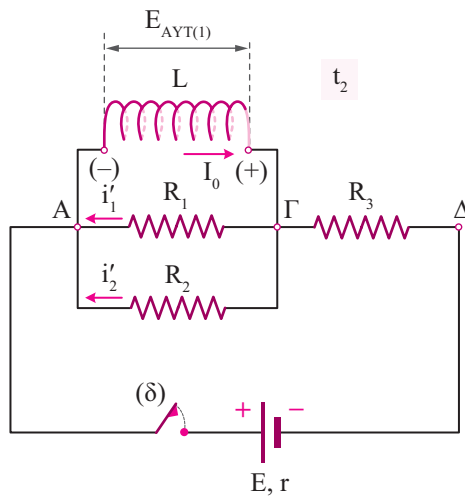
Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αυξάνεται και τη χρονική στιγμή  $t_1$  σταθεροποιείται στη μέγιστη τιμή της.

Έστω  $\frac{di_{(0)}}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta$ ). Είναι:  $|E_{\text{AYT}(0)}| = L \left| \frac{di_{(0)}}{dt} \right|$  ή  $\left| \frac{di_{(0)}}{dt} \right| = 60 \, \text{A/s}$  ή  $\frac{di_{(0)}}{dt} = +60 \, \text{A/s}$ .

**β.** Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία σταθεροποιούνται οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου είναι ίση με μηδέν ( $E_{\text{AYT}} = 0$ ). Επειδή το πηνίο είναι ιδανικό, η τάση  $V_\pi$  στα άκρα του

πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:  $V_\pi = E_{\text{AYT}}$  ή  $V_\pi = 0$ . Επειδή οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα με το πηνίο, η τάση στα άκρα τους τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ίση με μηδέν ( $V_{R_1} = V_{R_2} = 0$ ). Δηλαδή, τη χρονική στιγμή  $t_1$  οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  δεν διαρρέονται από ρεύμα. Έστω  $I_0$  η ένταση του σταθερού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Είναι:  $I_0 = \frac{E}{R_3 + r}$  ή  $I_0 = 10 \text{ A}$ . Η ενέργεια  $U$  του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $U = \frac{1}{2} L I_0^2$  ή  $U = 10 \text{ J}$ .

**γ.** Τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta$ ), το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_0$ . Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  [αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta$ )] και μετά η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή μηδενίζεται. Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  και μετά το πηνίο λειτουργεί ως ιδανική ηλεκτρική πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη που είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του.



Έστω  $|E_{\text{AYT}(t_2)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta$ ).

Είναι:  $I_0 = \frac{|E_{\text{AYT}(t_2)}|}{R_{1,2}}$  ή  $|E_{\text{AYT}(t_2)}| = 20 \text{ V}$ .

Ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta$ ), είναι:  $\left| \frac{dU}{dt} \right| = E_{\text{AYT}(t_2)} \cdot I_0$  ή  $\left| \frac{dU}{dt} \right| = 200 \text{ J/s}$ .

**δ.** Έστω  $i$  ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_3$  και  $U$  η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου την ίδια χρονική στιγμή.

$$\text{Είναι: } U' = U - \frac{64}{100}U \quad \text{ή} \quad U' = \frac{36}{100}U \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}Li^2 = 0,36 \cdot \frac{1}{2}LI_0^2 \quad \text{ή} \quad i = 0,6I_0 \quad \text{ή} \quad i = 6 \text{ A.}$$

Έστω  $|E_{\text{AYT}(2)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Είναι:  $i = \frac{|E_{\text{AYT}(2)}|}{R_{1,2}}$  ή  $|E_{\text{AYT}(2)}| = 12 \text{ V}$ .

Έστω  $\frac{di}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Είναι:  $|E_{\text{AYT}(2)}| = L \left| \frac{di}{dt} \right|$  ή  $\left| \frac{di}{dt} \right| = 60 \text{ A/s}$  ή  $\frac{di}{dt} = -60 \text{ A/s}$ .

Η τάση  $V_{R_1}$  στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$  τη χρονική στιγμή  $t_3$  είναι:  $V_{R_1} = |E_{\text{AYT}(2)}|$  ή  $V_{R_1} = 12 \text{ V}$ .

Έστω  $i_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

Είναι:  $i_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1}$  ή  $i_1 = 4 \text{ A}$ . Ο ρυθμός  $\frac{dQ_{R_1}}{dt}$  με τον οποίο εκλύεται θερμότητα Joule από τον αντιστάτη  $R_1$  τη χρονική στιγμή  $t_3$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dQ_{R_1}}{dt} = i_1^2 R_1$  ή  $\frac{dQ_{R_1}}{dt} = 48 \text{ J/s}$ .

**ε.** Έστω  $Q_{\text{ολ}}$  το ποσό θερμότητας που εκλύεται από το κύκλωμα, λόγω φαινομένου Joule, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta$ ), έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$Q_{\text{ολ}} = |\Delta U| \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = U - U' \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 0,64U \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 6,4 \text{ J.}$$

Έστω  $dQ_{R_1}$  και  $dQ_{R_2}$  τα στοιχειώδη ποσά θερμότητας που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $dt$ .

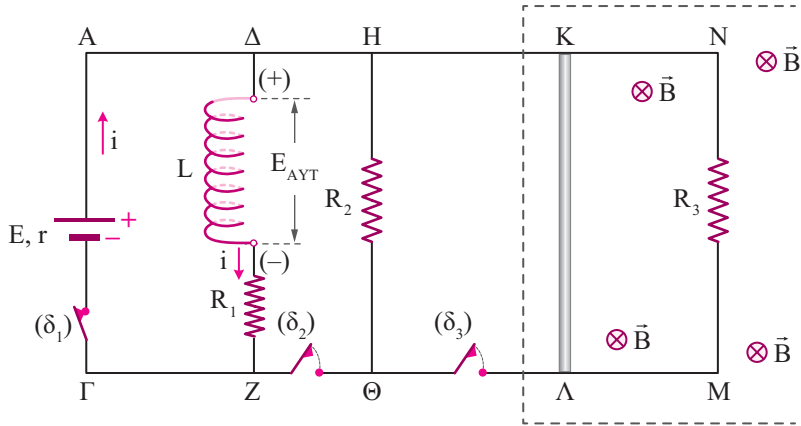
$$\text{Είναι: } \frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{i_1^2 R_1 dt}{i_2^2 R_2 dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{\left(\frac{V_{\text{ΑΓ}}}{R_1}\right)^2 R_1}{\left(\frac{V_{\text{ΑΓ}}}{R_2}\right)^2 R_2} \quad \text{ή} \quad \frac{dQ_{R_1}}{dQ_{R_2}} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ή} \quad dQ_{R_1} = 2dQ_{R_2} \quad (1).$$

Έστω  $Q_{R_1}$  και  $Q_{R_2}$  τα ποσά θερμότητας που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Από τη σχέση (1) προκύπτει:  $Q_{R_1} = 2Q_{R_2}$ .

$$\text{Είναι: } Q_{\text{ολ}} = Q_{R_1} + Q_{R_2} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 3Q_{R_2} \quad \text{ή} \quad Q_{R_2} = \frac{6,4}{3} \text{ J.}$$

#### Θέμα 44ο

**α.** Τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αρχίζει να αυξάνεται και κάποια χρονική στιγμή σταθεροποιείται στη μέγιστη τιμή της. Στο επόμενο σχήμα έχει σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα καθώς και η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  πριν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.



Έστω  $i$  ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την παραπάνω χρονική στιγμή. Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα έχουμε:

$$E - ir - |E_{\text{AYT}}| - iR_1 = 0 \quad \text{ή} \quad i = \frac{E - |E_{\text{AYT}}|}{R_1 + r} \quad (1).$$

Τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι  $i = 0$ . Έστω  $|E_{\text{AYT}(1)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ). Από τη σχέση (1) για  $i = 0$  και  $E_{\text{AYT}} = E_{\text{AYT}(1)}$  έχουμε:

$$0 = \frac{E - |E_{\text{AYT}(1)}|}{R + r} \quad \text{ή} \quad |E_{\text{AYT}(1)}| = E \quad \text{ή} \quad |E_{\text{AYT}(1)}| = 12 \text{ V}.$$

Έστω  $\frac{di}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_1$ ).

$$\text{Είναι: } |E_{\text{AYT}(1)}| = L \left| \frac{di}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di}{dt} \right| = 24 \text{ A/s} \quad \text{ή} \quad \frac{di}{dt} = +24 \text{ A/s}.$$

**β.** Έστω  $I_0$  η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Είναι:  $I_0 = \frac{E}{R_1 + r}$  ή  $I_0 = 2 \text{ A}$ . Η μέγιστη τιμή  $U_{\text{max}}$  της ενέργειας που αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου δίνεται από τη σχέση:  $U_{\text{max}} = \frac{1}{2} LI_0^2$ .

Έστω  $i_1$  ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή στην οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι  $U = \frac{1}{4} U_{\text{max}}$ .

$$\text{Είναι: } U = \frac{1}{4} U_{\text{max}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} Li_1^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2} LI_0^2 \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{I_0}{2} \quad \text{ή} \quad i_1 = 1 \text{ A}.$$



Έστω  $|E'_{\text{AYT}}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου την παραπάνω χρονική στιγμή. Από τη σχέση (1) για  $i = i_1$  και  $|E_{\text{AYT}}| = |E'_{\text{AYT}}|$  έχουμε:  $i_1 = \frac{E - |E'_{\text{AYT}}|}{R_1 + r}$  ή  $|E'_{\text{AYT}}| = 6 \text{ V}$ . Ο ζητούμενος ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι:  $\frac{dU}{dt} = |E'_{\text{AYT}}| \cdot i_1$  ή  $\frac{dU}{dt} = 6 \text{ J/s}$ .

**γ.** Τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ) το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_0$ . Τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αρχίζει να μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή μηδενίζεται.

Έστω  $|E_{\text{AYT}(2)}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ).

Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα έχουμε:  $|E_{\text{AYT}(2)}| - I_0 R_1 - I_0 R_2 = 0$  ή  $|E_{\text{AYT}(2)}| = I_0 (R_1 + R_2)$  ή  $|E_{\text{AYT}(2)}| = 14 \text{ V}$ .

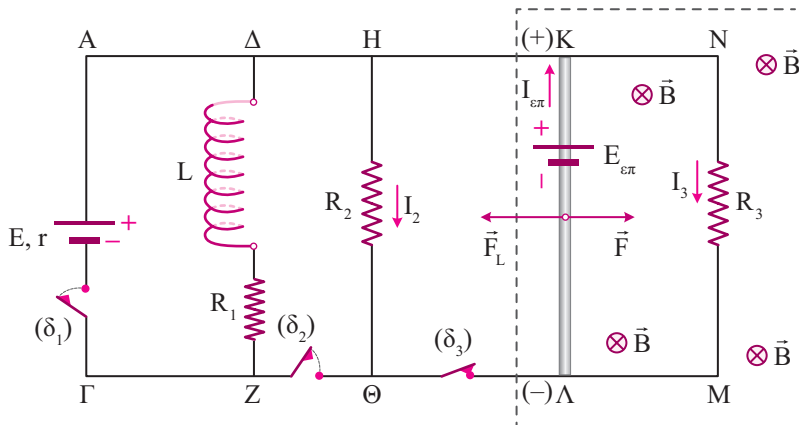
Έστω  $\frac{di'}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ).

Είναι:  $|E_{\text{AYT}(2)}| = L \left| \frac{di'}{dt} \right|$  ή  $\left| \frac{di'}{dt} \right| = 28 \text{ A/s}$  ή  $\frac{di'}{dt} = -28 \text{ A/s}$ .

Έστω  $Q_{\text{ολ}}$  η ζητούμενη θερμότητα. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$Q_{\text{ολ}} = |\Delta U|$  ή  $Q_{\text{ολ}} = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}}$  ή  $Q_{\text{ολ}} = \frac{1}{2} L I_0^2 - 0$  ή  $Q_{\text{ολ}} = 1 \text{ J}$ .

**δ.** Λόγω της κίνησης του αγωγού ΚΛ μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, στα άκρα του δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή καθώς και οι φορές των επαγωγικών ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$ .



Η χρονική εξίσωση του μέτρου της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:

$v = at$  ή  $v = 3t$  (S.I.) (1). Η χρονική εξίσωση του μέτρου  $E_{\text{επ}}$  της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:  $E_{\text{επ}} = Bv\ell$  ή, λόγω της σχέσης (1):  $E_{\text{επ}} = 3t$  (S.I.) (2). Έστω  $R_{2,3}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αντιστά-

τών  $R_2$  και  $R_3$ . Είναι:  $\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$  ή  $R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$  ή  $R_{2,3} = 2 \Omega$ .

Η χρονική εξίσωση της έντασης  $I_{\text{επ}}$  του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ δίνεται από τη σχέση:  $I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{2,3} + R_{\text{ΚΛ}}}$  ή, λόγω της σχέσης (2):  $I_{\text{επ}} = t$  (S.I.) (3).

Η χρονική εξίσωση της τάσης  $V_{\text{ΚΛ}}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ δίνεται από τη σχέση:

$V_{\text{ΚΛ}} = I_{\text{επ}} R_{1,2}$  ή, λόγω της σχέσης (3):  $V_{\text{ΚΛ}} = 2t$  (S.I.) (4).

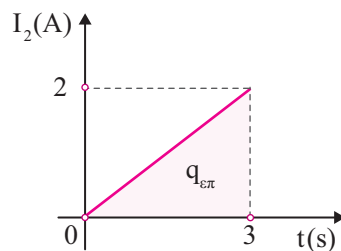
Η χρονική εξίσωση της έντασης  $I_2$  του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$  δίνεται από τη

σχέση:  $I_2 = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R_2}$  ή, λόγω της σχέσης (4):  $I_2 = \frac{2}{3}t$  (S.I.) (5).

Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της σχέσης (5) από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s.

Το επαγωγικό φορτίο  $q_{\text{επ}}$  που διέρχεται από μια διατομή του αντιστάτη  $R_2$  από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s είναι αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν που φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Είναι:  $q_{\text{επ}} = \frac{3 \cdot 2}{2} \text{ C}$  ή  $q_{\text{επ}} = 3 \text{ C}$ .



ε. Η χρονική εξίσωση της δύναμης  $\vec{F}$  προκύπτει από τη σχέση:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F - F_L = m\alpha$  ή  $F = BI_{\text{επ}}\ell + m\alpha$  ή, λόγω της σχέσης (3):  $F = 3 + t$  (S.I.) (6).

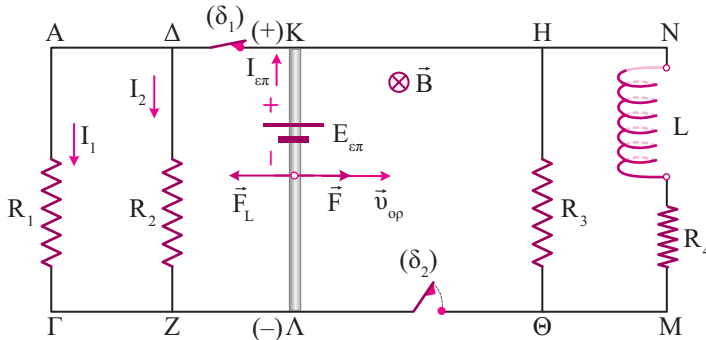
Έστω  $v_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s. Από τη σχέση (1) για  $v = v_1$  και  $t = 3$  s έχουμε:  $v_1 = 9$  m/s. Έστω  $F_1$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s. Από τη σχέση (6) για  $F = F_1$  και  $t = 3$  s έχουμε:  $F_1 = 6$  N.

Ο ρυθμός  $\frac{dW_F}{dt}$  με τον οποίο η δύναμη  $\vec{F}$  προσφέρει ενέργεια στον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή

$t = 3$  s είναι:  $\frac{dW_F}{dt} = \frac{F_1 dx}{dt}$  ή  $\frac{dW_F}{dt} = F_1 \cdot v_1$  ή  $\frac{dW_F}{dt} = 54 \text{ J/s}$ .

### Θέμα 45ο

**α.** Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και οι φορές των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$ .



Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  του συστήματος των αντιστάτων  $R_1$  και  $R_2$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ή} \quad R_{1,2} = 6 \, \Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{o\lambda}$  του κυκλώματος είναι:  $R_{o\lambda} = R_{1,2} + R_{\text{ΚΛ}}$  ή  $R_{o\lambda} = 8 \, \Omega$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$  ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F - F_L = 0 \quad \text{ή} \quad F = BI_{op}\ell \quad \text{ή} \quad F = B \frac{Bv_{op}\ell}{R_{o\lambda}} \ell \quad \text{ή} \quad v_{op} = \frac{FR_{o\lambda}}{B^2\ell^2} \quad \text{ή} \quad v_{op} = 24 \, \text{m/s}.$$

Η τάση  $V_{\text{ΚΛ}}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ , ακριβώς πριν ανοίξουμε τον διακόπτη ( $\delta_1$ ), είναι:  $V_{\text{ΚΛ}} = I_{op}R_{1,2}$  ή  $V_{\text{ΚΛ}} = \frac{Bv_{op}\ell}{R_{o\lambda}}R_{1,2}$  ή  $V_{\text{ΚΛ}} = 18 \, \text{V}$ .

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ , ακριβώς πριν ανοίξουμε τον διακόπτη ( $\delta_1$ ), είναι:

$$I_1 = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R_1} \quad \text{ή} \quad I_1 = 1,8 \, \text{A}.$$

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αντιστάτη  $R_1$  από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:  $Q_2 = I_1^2 R_1 \Delta t$  ή  $Q_2 = 324 \, \text{J}$ .

**β.** Τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), το πηνίο δεν διαρρέεται από ρεύμα. Η ένταση  $i$  του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ), είναι:  $i = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ΚΛ}} + R_3}$  ή  $i = \frac{Bv_{op}\ell}{R_{\text{ΚΛ}} + R_3}$  ή  $i = 3 \, \text{A}$ .

Έστω  $|E_{\text{ΑΥΤ}}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ). Επειδή το πηνίο είναι ιδανικό, ισχύει:  $|E_{\text{ΑΥΤ}}| = V_{R_3}$  ή  $|E_{\text{ΑΥΤ}}| = iR_3$  ή  $|E_{\text{ΑΥΤ}}| = 18 \, \text{V}$ .

Έστω  $\frac{di}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ( $\delta_2$ ).

$$\text{Είναι: } |E_{\text{ΑΥΤ}}| = L \left| \frac{di}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{|E_{\text{ΑΥΤ}}|}{L} \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di}{dt} \right| = 90 \text{ A/s} \quad \text{ή} \quad \frac{di}{dt} = +90 \text{ A/s.}$$

**γ.** Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{3,4}$  του συστήματος των αντιστατών  $R_3$  και  $R_4$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{1}{R_{3,4}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$  ή  $R_{3,4} = 2 \Omega$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_3$  στην οποία σταθεροποιούνται οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου είναι ίση με μηδέν. Έστω  $I$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Είναι:  $I = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\text{ΚΛ}} + R_{3,4}}$  ή  $I = \frac{Bv_{\text{οπ}} \ell}{R_{\text{ΚΛ}} + R_{3,4}}$  ή  $I = 6 \text{ A}$ .

Η τάση  $V'_{\text{ΚΛ}}$  στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t_3$  είναι:  $V'_{\text{ΚΛ}} = IR_{3,4}$  ή  $V'_{\text{ΚΛ}} = 12 \text{ V}$ .

Έστω  $I_{\pi}$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

Είναι:  $I_{\pi} = \frac{V'_{\text{ΚΛ}}}{R_4}$  ή  $I_{\pi} = 4 \text{ A}$ . Έστω  $U$  η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Είναι:  $U = \frac{1}{2} LI_{\pi}^2$  ή  $U = 1,6 \text{ J}$ .

**δ.** Τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta_2$ ), το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_{\pi}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_3$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αρχίζει να μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή μηδενίζεται. Έστω  $|E'_{\text{ΑΥΤ}}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta_2$ ). Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα έχουμε:  $|E'_{\text{ΑΥΤ}}| - I_{\pi}R_3 - I_{\pi}R_4 = 0$  ή  $|E'_{\text{ΑΥΤ}}| = I_{\pi}(R_3 + R_4)$  ή  $|E'_{\text{ΑΥΤ}}| = 36 \text{ V}$ .

Έστω  $\frac{di'}{dt}$  ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_3$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta_2$ ).

$$\text{Είναι: } |E'_{\text{ΑΥΤ}}| = L \left| \frac{di'}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{di'}{dt} \right| = 180 \text{ A/s} \quad \text{ή} \quad \frac{di'}{dt} = -180 \text{ A/s.}$$

Έστω  $i_{\pi}$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια σπείρα που βρίσκεται στο κέντρο του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_4$  δίνεται από τη σχέση:  $\Phi = B_{\pi}A$  ή  $\Phi = \frac{\mu_0 i_{\pi} N}{\ell_{\pi}} A$  (1), όπου  $\ell_{\pi}$  το μήκος του πηνίου και  $A$  το εμβαδόν κάθε σπείρας του. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου δίνεται από τη σχέση:  $L = \frac{\mu_0 N^2}{\ell_{\pi}} A$  (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2), έχουμε:  $\frac{\Phi}{L} = \frac{i_{\pi}}{N}$  ή  $i_{\pi} = \frac{N\Phi}{L}$  ή  $i_{\pi} = 2 \text{ A}$ .

Έστω  $Q_{R_{ολ}}$  η συνολική θερμότητα Joule που εκλύεται από το κύκλωμα από τη χρονική στιγμή  $t_3$  έως τη χρονική στιγμή  $t_4$ . Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

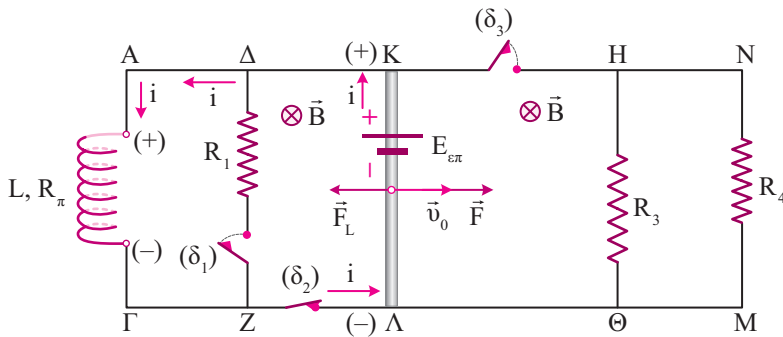
$$Q_{R_{ολ}} = U_{t_3} - U_{t_4} \quad \text{ή} \quad Q_{R_{ολ}} = \frac{1}{2}LI_{\pi}^2 - \frac{1}{2}Li_{\pi}^2 \quad \text{ή} \quad Q_{R_{ολ}} = 1,2 \text{ J.}$$

### Θέμα 46ο

**α.** Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο προκύπτει ότι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι σταθερός και ίσος με  $\frac{di}{dt} = +2 \text{ A/s}$ . Επειδή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αυξάνεται με σταθερό ρυθμό, στα άκρα του αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή σταθερού μέτρου

$$|E_{AYT}|. \text{ Είναι: } |E_{AYT}| = L \left| \frac{di}{dt} \right| \quad \text{ή} \quad |E_{AYT}| = 2 \text{ V.}$$

Λόγω της κίνησης του αγωγού ΚΛ μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, στα άκρα του αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι πολικότητες της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου και της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  ( $t < t_1$ ) στην οποία ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα  $\bar{v}$ .



Έστω  $E_{\varepsilon\pi}$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή  $t$ . Είναι:  $E_{\varepsilon\pi} = Bv\ell$ .

Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$  έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} - iR_{K\Lambda} - |E_{AYT}| - iR_{\pi} = 0 \quad \text{ή} \quad i = \frac{E_{\varepsilon\pi} - |E_{AYT}|}{R_{\pi} + R_{K\Lambda}} \quad \text{ή} \quad i = \frac{Bv\ell - |E_{AYT}|}{R_{\pi} + R_{K\Lambda}}$$

$$\text{ή} \quad v = \frac{|E_{AYT}| + i(R_{\pi} + R_{K\Lambda})}{B\ell} \quad \text{ή} \quad v = \frac{2 + (6 + 2t) \cdot 1}{1 \cdot 1} \text{ (S.I.)} \quad \text{ή} \quad v = 8 + 2t \text{ (S.I.)} \quad (1).$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η χρονική εξίσωση του μέτρου της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ είναι της μορφής:  $v = v_0 + at$  (2). Επομένως, η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Από τη σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτουν:  $v_0 = 8 \text{ m/s}$  και  $a = 2 \text{ m/s}^2$ .

**β.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή  $t$  είναι η εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$  και η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  από το ομογενές μαγνητικό πεδίο η οποία αντιτίθεται στην κίνησή του, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  ή  $F - F_L = ma$  ή  $F = Bi\ell + ma$  ή  $F = 8 + 2t$  (S.I.) (3).

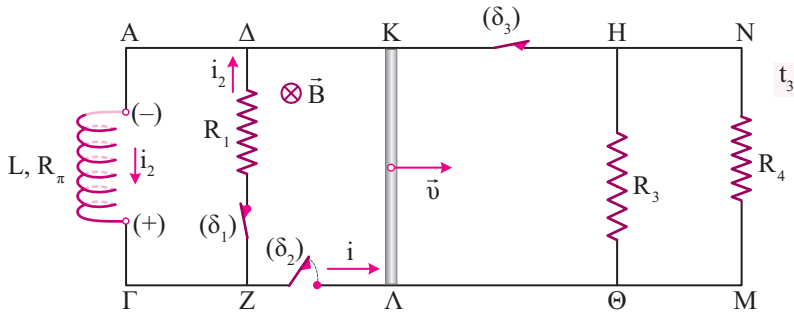
Η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1$  δίνεται από τη σχέση:  $P_F = Fv$  ή, λόγω των σχέσεων (1) και (3):  $100 = (8 + 2t_1)^2$  (S.I.) ή  $8 + 2t_1 = 10$  (S.I.) ή  $t_1 = 1$  s.

Από τη δοθείσα εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο για  $t = t_1 = 1$  s προκύπτει:  $i = 8$  A. Ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου της χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:  $\frac{dU}{dt} = |E_{AYT}| \cdot i$  ή  $\frac{dU}{dt} = 16$  J/s.

**γ.** Έστω  $i_1$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2$  s.

Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο για  $i = i_1$  και  $t = t_2 = 2$  s προκύπτει:  $i_1 = 10$  A.

Τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ( $\delta_2$ ), το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i_1$ . Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  και μετά η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο μειώνεται και κάποια χρονική στιγμή γίνεται ίση με μηδέν. Έστω  $i_2$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Στο ακόλουθο σχήμα έχει σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο που περιλαμβάνει το πηνίο και τον αντιστάτη  $R_1$  καθώς και η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ .



Έστω  $|E'_{AYT}|$  το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο που περιλαμβάνει το πηνίο και τον αντιστάτη  $R_1$  έχουμε:

$$|E'_{AYT}| - i_2 R_\pi - i_2 R_1 = 0 \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{|E'_{AYT}|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{L \left| \frac{di}{dt} \right|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad i_2 = 5 \text{ A.}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff για τη διαδρομή  $A \rightarrow \Gamma$  μέσω του πηνίου τη χρονική στιγμή  $t_3$  έχουμε:  $V_A + |E'_{AYT}| - i_2 R_\pi = V_\Gamma$  ή  $V_A - V_\Gamma = i_2 R_\pi - |E'_{AYT}|$

$$\text{ή } V_A - V_\Gamma = i_2 R_\pi - L \left| \frac{di}{dt} \right| \text{ ή } V_A - V_\Gamma = -1 \text{ V.}$$

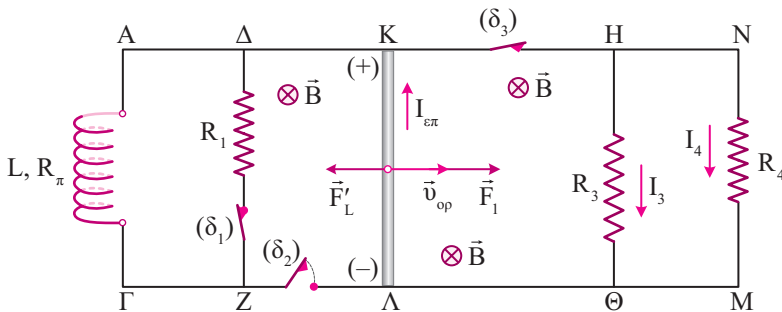
Έστω  $Q_{o\lambda}$  το ποσό της θερμότητας που αποδίδει το κύκλωμα στο περιβάλλον, λόγω φαινομένου Joule, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , από τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $(\delta_1)$  έως τη χρονική στιγμή  $t_3$ . Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$Q_{o\lambda} = |\Delta U| \text{ ή } Q_{o\lambda} = U_{o\phi\chi} - U_{\tau\epsilon\lambda} \text{ ή } Q_{o\lambda} = \frac{1}{2} Li_1^2 - \frac{1}{2} Li_2^2 \text{ ή } Q_{o\lambda} = 37,5 \text{ J.}$$

Έστω  $Q_{R_1}$  και  $Q_{R_\pi}$  οι θερμότητες που αποδίδουν ο αντιστάτης  $R_1$  και το πηνίο στο περιβάλλον αντίστοιχα, λόγω φαινομένου Joule, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Επειδή ο αντιστάτης  $R_1$  και το πηνίο διαρρέονται κάθε χρονική στιγμή μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $(\delta_1)$  από το ίδιο ρεύμα ισχύει:

$$\frac{Q_{R_\pi}}{Q_{R_1}} = \frac{R_\pi}{R_1} \text{ ή } Q_{R_\pi} = 3Q_{R_1}. \text{ Είναι: } Q_{o\lambda} = Q_{R_\pi} + Q_{R_1} \text{ ή } Q_{o\lambda} = 4Q_{R_1} \text{ ή } Q_{R_1} = 9,375 \text{ J.}$$

**δ.** Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ καθώς και οι φορές των ρευμάτων που διαρρέουν τον αγωγό ΚΛ και τους αντιστάτες  $R_3$  και  $R_4$  τη χρονική στιγμή  $t_4$  στην οποία ο αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα  $\vec{v}_{op}$ .



Έστω  $F_1$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2 \text{ s}$  πριν κλείσουμε τους διακόπτες  $(\delta_1)$  και  $(\delta_3)$ . Από τη σχέση (3) για  $F = F_1$  και  $t = t_2 = 2 \text{ s}$  προκύπτει:  $F_1 = 12 \text{ N}$ .

Από τη χρονική στιγμή  $t_2$  και μετά το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  σταθεροποιείται στην τιμή  $F_1$ .

Έστω  $R_{3,4}$  η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των αντιστατών  $R_3$  και  $R_4$ .

$$\text{Είναι: } \frac{1}{R_{3,4}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \text{ ή } R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \text{ ή } R_{3,4} = 0,6 \Omega. \text{ Τη χρονική στιγμή } t_4 \text{ στην οποία ο}$$

αγωγός ΚΛ αποκτά την οριακή του ταχύτητα ισχύει:  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $F_1 - F'_L = 0$  ή  $F_1 = F'_L$

$$\text{ή } F_1 = BI_{\epsilon\pi} \ell \text{ ή } F_1 = B \frac{Bv_{op} \ell}{R_{3,4} + R_{K\Lambda}} \ell \text{ ή } v_{op} = \frac{F_1 (R_{3,4} + R_{K\Lambda})}{B^2 \ell^2} \text{ ή } v_{op} = 12 \text{ m/s.}$$

Η ένταση  $I_{\varepsilon\pi}$  του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_4$  έως τη χρονική στιγμή  $t_5$  είναι:  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E'_{\varepsilon\pi}}{R_{3,4} + R_{\text{ΚΛ}}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = \frac{Bv_{\text{οπ}}\ell}{R_{3,4} + R_{\text{ΚΛ}}}$  ή  $I_{\varepsilon\pi} = 12 \text{ A}$ .

Έστω  $V_{\text{ΚΛ}}$  η τάση που επικρατεί στα άκρα του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή  $t_4$  έως τη χρονική στιγμή  $t_5$ . Είναι:  $V_{\text{ΚΛ}} = I_{\varepsilon\pi} R_{3,4}$  ή  $V_{\text{ΚΛ}} = 7,2 \text{ V}$ .

Έστω  $I_4$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_4$  από τη χρονική στιγμή  $t_4$  έως τη χρονική στιγμή  $t_5$ . Είναι:  $I_4 = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R_4}$  ή  $I_4 = 7,2 \text{ A}$ .

Έστω  $q$  το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αντιστάτη  $R_4$  από τη χρονική στιγμή  $t_4$  έως τη χρονική στιγμή  $t_5$ . Είναι:  $q = I_4 \Delta t$  ή  $q = 14,4 \text{ C}$ .

**ε.** Έστω  $Q'_{\text{ολ}}$  το συνολικό ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αγωγό ΚΛ και το σύστημα των αντιστατών  $R_3$  και  $R_4$  από τη χρονική στιγμή  $t_5$  έως τη χρονική στιγμή  $t_6$ .

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:  $|\Delta K| = Q'_{\text{ολ}}$  ή  $K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = Q'_{\text{ολ}}$

ή  $\frac{1}{2} m v_{\text{οπ}}^2 - 0 = Q'_{\text{ολ}}$  ή  $Q'_{\text{ολ}} = 72 \text{ J}$ . Έστω  $Q_{R_{\text{ΚΛ}}}$  και  $Q_{R_{3,4}}$  οι θερμότητες Joule που εκλύονται από τον αγωγό ΚΛ και το σύστημα των αντιστατών  $R_3$  και  $R_4$  από τη χρονική στιγμή  $t_5$  έως τη

χρονική στιγμή  $t_6$ . Είναι:  $\frac{Q_{R_{\text{ΚΛ}}}}{Q_{R_{3,4}}} = \frac{R_{\text{ΚΛ}}}{R_{3,4}}$  ή  $\frac{Q_{R_{\text{ΚΛ}}}}{Q_{R_{3,4}}} = \frac{2}{3}$  ή  $Q_{R_{\text{ΚΛ}}} = \frac{2}{3} Q_{R_{3,4}}$ .

Είναι:  $Q'_{\text{ολ}} = Q_{R_{\text{ΚΛ}}} + Q_{R_{3,4}}$  ή  $Q'_{\text{ολ}} = \frac{2}{3} Q_{R_{3,4}} + Q_{R_{3,4}}$  ή  $Q'_{\text{ολ}} = \frac{5}{3} Q_{R_{3,4}}$  ή  $Q_{R_{3,4}} = 43,2 \text{ J}$ .

Έστω  $dQ_{R_3}$  και  $dQ_{R_4}$  οι στοιχειώδεις θερμότητες Joule που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_3$  και  $R_4$  αντίστοιχα στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα  $dt$ .

Είναι:  $\frac{dQ_{R_3}}{dQ_{R_4}} = \frac{V_{\text{ΚΛ}}^2}{R_3} \cdot \frac{R_4}{V_{\text{ΚΛ}}^2}$  ή  $\frac{dQ_{R_3}}{dQ_{R_4}} = \frac{R_4}{R_3}$  ή  $\frac{dQ_{R_3}}{dQ_{R_4}} = \frac{2}{3}$  ή  $dQ_{R_4} = 1,5 dQ_{R_3}$  (4).

Έστω  $Q_{R_3}$  και  $Q_{R_4}$  οι θερμότητες Joule που εκλύονται από τους αντιστάτες  $R_3$  και  $R_4$  στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t_5$  έως τη χρονική στιγμή  $t_6$ . Από τη σχέση (4) προκύπτει:

$Q_{R_4} = 1,5 Q_{R_3}$ . Είναι:  $Q_{R_{3,4}} = Q_{R_3} + Q_{R_4}$  ή  $Q_{R_{3,4}} = 2,5 Q_{R_3}$  ή  $Q_{R_3} = 17,28 \text{ J}$ .