

Απαντήσεις Θεμάτων – Λύσεις Ασκήσεων

Κεφάλαιο 1ο Καμπυλόγραμμες κινήσεις:

Οριζόντια βολή – Κυκλική κίνηση

Κεφάλαιο 2ο Διατήρηση της ορμής

Κεφάλαιο 3ο Ηλεκτρικό πεδίο

Κεφάλαιο 4ο Κινητική θεωρία αερίων

Κεφάλαιο 5ο Θερμοδυναμική

Κεφάλαιο 1ο: Καμπυλόγραμμες κινήσεις

1.1 Οριζόντια Βολή

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

6. δ	7. β	8. α	9. β	10. γ	11. δ
12. β	13. γ	14. β	15. γ	16. γ	17. β
18. β	19. δ	20. β	21. γ	22. β	23. γ

Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

24.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
25.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
26.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
27.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ

ΘΕΜΑΤΑ Β

28. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία φτάνει το σώμα Σ_1 στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει το σώμα Σ_2 στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2). \text{ Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: } t_1 = t_2$$

29. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα Σ_1 φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Η χρονική στιγμή t_2 στην οποία το σώμα Σ_2 φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{t_1}{t_2} = 2 \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{t_1}{2}.$$

30. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το χρονικό διάστημα Δt πτώσης της βόμβας, όταν το αεροπλάνο κινείται με οριζόντια ταχύτητα

$$\bar{v}_0 \text{ δίνεται από τη σχέση: } \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Το χρονικό διάστημα $\Delta t'$ πτώσης της βόμβας, όταν το αεροπλάνο κινείται με οριζόντια ταχύ-

$$\text{τητα } 2\bar{v}_0 \text{ δίνεται από τη σχέση: } \Delta t' = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\Delta t' = \Delta t$ ή $\Delta t' = 4 \text{ s}$

31. Σωστή επιλογή είναι η α.

Για τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει: $t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g}}$ (1), όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Για τη χρονική στιγμή t_2 ισχύει: $t_2 = \sqrt{\frac{2H_2}{g}}$ (2). Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και

$$(2) \text{ έχουμε: } \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2}{5}}.$$

32. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της κίνησης της σφαίρας που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Είναι:

$$\Delta t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα της κίνησης της σφαίρας που εκτελεί οριζόντια βολή. Είναι:

$$\Delta t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2). \text{ Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: } \Delta t_1 = \Delta t_2.$$

33. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Το χρονικό διάστημα Δt_A της κίνησης της σφαίρας που ακολουθεί την τροχιά Α είναι:

$$\Delta t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Το χρονικό διάστημα Δt_B της κίνησης της σφαίρας που ακολουθεί την τροχιά Β είναι:

$$\Delta t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2). \text{ Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: } \Delta t_A = \Delta t_B.$$

34. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει το σώμα Σ_1 στο έδαφος. Είναι:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει το σώμα Σ_2 στο έδαφος. Είναι:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2). \text{ Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: } t_1 = t_2.$$

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_1 δίνεται από τη σχέση:

$$s_1 = v_0 t_1 \quad (3).$$

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_2 δίνεται από τη σχέση:

$$s_2 = 3v_0 t_2 \quad (4).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (3) έχουμε: $\frac{s_2}{s_1} = 3$ ή $s_2 = 3s_1$.

35. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_1 στο έδαφος. Είναι:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_2 στο έδαφος. Είναι:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \quad (2). \text{ Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{t_1}{t_2} = 3 \quad \text{ή} \quad t_1 = 3t_2.$$

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $s_1 = v_0 t_1$ (3).

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $s_2 = v_0 t_2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2}$ ή $\frac{s_1}{s_2} = 3$ ή $s_2 = \frac{s_1}{3}$.

36. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_1 στο έδαφος και s_1 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί. Είναι: $s_1 = v_{01} t_1$ (1).

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_2 στο έδαφος και s_2 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί. Είναι: $s_2 = v_{02} t_2$ (2).

Από το σχήμα προκύπτει: $s_1 = s_2$, ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $v_{01} t_1 = v_{02} t_2$ ή $t_1 = 2t_2$.

Το αρχικό ύψος h_1 της σφαίρας Σ_1 πάνω από το έδαφος δίνεται από τη σχέση: $h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$ (3).

Το αρχικό ύψος h_2 της σφαίρας Σ_2 πάνω από το έδαφος δίνεται από τη σχέση: $h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$ ή $\frac{h_1}{h_2} = 4$ ή $h_1 = 4h_2$.

37. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_1 στο έδαφος. Είναι: $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1).

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_2 στο έδαφος στο έδαφος. Είναι:

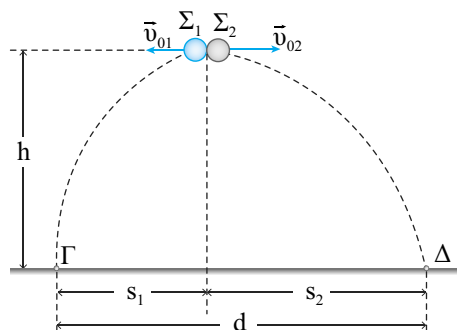
$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $t_1 = t_2$.

Έστω s_2 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα Σ_2 . Από το σχήμα προκύπτει:

$$d = s_1 + s_2 \quad \text{ή} \quad s_2 = 3s_1 \quad \text{ή} \quad v_{02}t_2 = 3v_{01}t_1$$

$$\text{ή} \quad v_{02} = 3v_{01}.$$



38. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα κίνησης της σφαίρας που εκτοξεύεται από το σημείο Α.

$$\text{Είναι: } \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα κίνησης της σφαίρας που εκτοξεύεται από το σημείο Β.

$$\text{Είναι: } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \quad (2). \text{ Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:}$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 2\Delta t_1.$$

Έστω s_1 και s_2 τα βεληνεκές των οριζόντιων βολών που εκτελούν οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

$$\text{Από το δοθέν σχήμα προκύπτει: } s_1 = s_2 \quad \text{ή} \quad v_{01}\Delta t_1 = v_{02}\Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_{01} = 2v_{02}.$$

39. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα, όταν εκτοξεύεται από ύψος H πάνω από το έδαφος. Είναι:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1), \text{ όπου } g \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.}$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα, όταν εκτοξεύεται από ύψος $4H$ πάνω από το έδαφος. Είναι:

$$4H = \frac{1}{2}g(\Delta t_2)^2 \quad \Delta t_2 = \sqrt{\frac{8H}{g}} \quad (2).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: } \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 2\Delta t_1.$$

Έστω s_1 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα, όταν εκτοξεύεται από ύψος H πάνω από το έδαφος. Είναι: $s_1 = v_0 \Delta t_1$ (3).

Έστω s_2 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_2 , όταν εκτοξεύεται από ύψος $4H$ πάνω από το έδαφος. Είναι: $s_2 = v_0 \Delta t_2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad s_2 = 2s_1.$$

40. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος Σ_1 , όταν εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα

$$\bar{v}_0 \text{ από ύψος } H \text{ πάνω από το έδαφος. Είναι: } \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα σε αυτήν την περίπτωση είναι:

$$s = v_0 \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad s = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1).$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος Σ_2 , όταν εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα

$$2\bar{v}_0 \text{ από ύψος } H \text{ πάνω από το έδαφος. Είναι: } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Το βεληνεκές s' της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα σε αυτήν την περίπτωση είναι:

$$s' = 2v_0 \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad s' = 2v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{s'}{s} = 2 \quad \text{ή} \quad s' = 2s$.

41. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία η σφαίρα

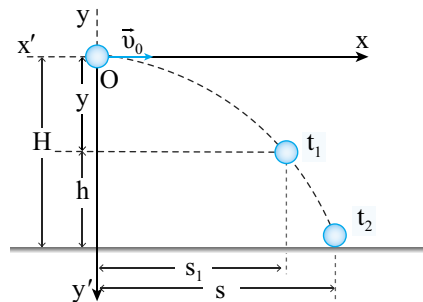
φτάνει στο έδαφος. Είναι: $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (1).

όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Η κατακόρυφη μετατόπιση y της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1

είναι: $y = H - h \quad \text{ή} \quad y = \frac{H}{16}$.

Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2y}{g}} \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{\frac{H}{8g}}$ (2).



Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{4}$ ή $t_2 = 4t_1$.

Η οριζόντια απόσταση s_1 που διανύει η σφαίρα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $s_1 = v_0 t_1$ (3).

Η οριζόντια απόσταση s που διανύει η σφαίρα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 δίνεται από τη σχέση: $s = v_0 t_2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{s_1}{s} = \frac{t_1}{t_2}$ ή $\frac{s_1}{s} = \frac{1}{4}$ ή $s_1 = \frac{1}{4}s$.

42. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω $\bar{v}_0$ η ταχύτητα εκτόξευσης των δύο σφαιρών. Έστω Δt_1 ο χρόνος κίνησης της σφαίρας

Σ_1 . Είναι: $\Delta t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$.

Ισχύει: $x_1 = v_0 \Delta t_1$ ή $x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (1).

Έστω Δt_2 ο χρόνος κίνησης της σφαίρας Σ_2 . Είναι: $\Delta t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$.

Ισχύει: $x_2 = v_0 \Delta t_2$ ή $x_2 = v_0 \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{x_1}{x_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$ ή $\frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{2}$ ή $x_2 = 2x_1$.

43. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v_x το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας και v_y το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας $\bar{v}$ του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$v_x = v_y$ ή $v_0 = gt_1$ ή $t_1 = \frac{v_0}{g}$ (1), όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $x = v_0 t_1$ (2).

Η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ (3).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{x}{y} = \frac{2v_0}{gt_1}$ ή λόγω της σχέσης (1):

$\frac{x}{y} = 2$ ή $x = 2y$.

44. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω x το μέτρο της οριζόντιας και y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$x = v_0 t_1 \quad (1) \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad (2).$$

Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει: $x = y$

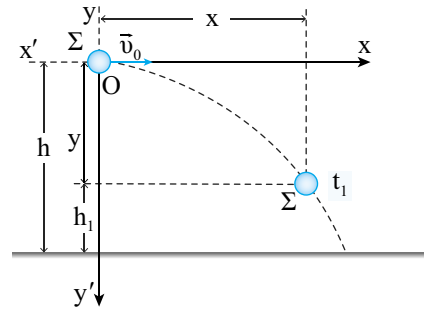
ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$v_0 t_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 0 \quad \text{ή} \quad t_1 \left(v_0 - \frac{1}{2} g t_1 \right) = 0 \quad (3).$$

Επειδή είναι $t_1 \neq 0$, από τη σχέση (3) προκύπτει: $v_0 - \frac{1}{2} g t_1 = 0$ ή $t_1 = \frac{2v_0}{g}$.

Από τη σχέση (2) για $t_1 = \frac{2v_0}{g}$, προκύπτει: $y = \frac{2v_0^2}{g}$.

Από το σχήμα προκύπτει ότι το ύψος h_1 στο οποίο βρίσκεται το σώμα Σ πάνω από το έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = \frac{v_0^2}{g}$.

**45.** Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω y_M η κατακόρυφη μετατόπιση της πέτρας που εκτοξεύει η Μαρία από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t . Είναι: $y_M = \frac{1}{2} g t^2$.

Ισχύει: $h_M = H - y_M$ ή $h_M = H - \frac{1}{2} g t^2$ (1).

Έστω y_Γ η κατακόρυφη μετατόπιση της πέτρας που εκτοξεύει η Γεωργία από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t . Είναι: $y_\Gamma = \frac{1}{2} g t^2$.

Είναι: $h_\Gamma = H - y_\Gamma$ ή $h_\Gamma = H - \frac{1}{2} g t^2$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $h_M = h_\Gamma$.

46. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\vec{v}_y$ η κατακόρυφη συνιστώσα και $\vec{v}_x$ η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $v_y = 2v_x$ ή $g t_1 = 2v_0$ ή $t_1 = \frac{2v_0}{g}$.

47. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το μέτρο x της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος γίνεται ίσο με το μέτρο y της κατακόρυφης μετατόπισής του. Είναι:

$$x = y \quad \text{ή} \quad v_0 t_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 \left(v_0 - \frac{1}{2} g t_1 \right) = 0 \quad (1).$$

Επειδή είναι $t_1 \neq 0$, από τη σχέση (1) προκύπτει: $v_0 - \frac{1}{2} g t_1 = 0$ ή $t_1 = \frac{2v_0}{g}$, όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (g t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (2v_0)^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{5} v_0.$$

48. Σωστή επιλογή είναι η β.

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ με την οποία φτάνει το σώμα Σ στο έδαφος στις συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$ που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (g t_1)^2}$$

$$\text{ή} \quad v^2 = v_0^2 + g^2 t_1^2 \quad \text{ή} \quad g^2 t_1^2 = v_0^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_0}{g} \quad (1).$$

Το αρχικό ύψος h του σώματος Σ πάνω από το

$$\text{έδαφος δίνεται από τη σχέση: } h = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (2).$$

Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ δίνεται από τη σχέση:

$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } s = \frac{v_0^2}{g} \quad (3).$$

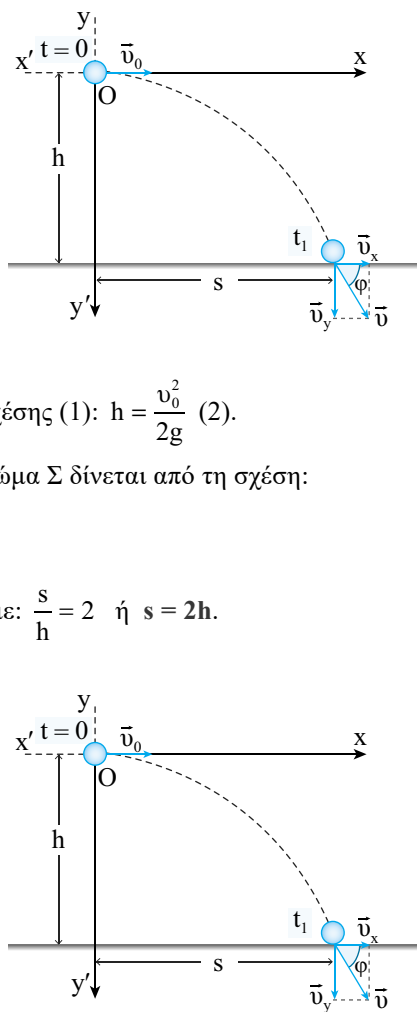
Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (2) έχουμε: $\frac{s}{h} = 2$ ή $s = 2h$.

49. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος σε δύο συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad 2v_0 = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}$$



$$\text{ή } 4v_0^2 = v_0^2 + v_y^2 \text{ ή } gt_1 = \sqrt{3}v_0 \text{ ή } t_1 = \frac{\sqrt{3}v_0}{g} \quad (1).$$

Το αρχικό ύψος h της σφαίρας πάνω από το έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \text{ ή λόγω της σχέσης (1): } h = \frac{3v_0^2}{2g}.$$

50. Σωστή επιλογή είναι η β.

$$\text{Είναι: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ ή } 3v_0 = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} \text{ ή } 9v_0^2 = v_0^2 + v_y^2 \text{ ή } v_y = 2\sqrt{2}v_0 \text{ ή } gt = 2\sqrt{2}v_0$$

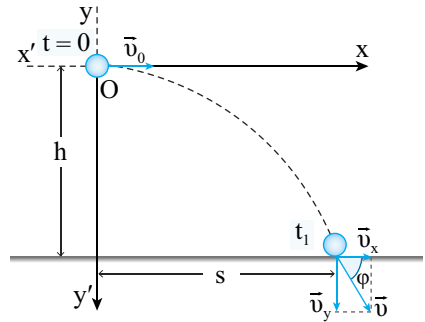
$$\text{ή } t = \frac{2\sqrt{2}v_0}{g}.$$

51. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } \epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \text{ ή } \epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_0} \quad (1).$$

Από τη σχέση (1), προκύπτει ότι η γωνία ϕ που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ της σφαίρας με την οριζόντια διεύθυνση τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία φτάνει στο έδαφος εξαρτάται από το μέτρο της αρχικής της ταχύτητας $\vec{v}_0$.



52. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του αντικειμένου μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Είναι:

$$s = v_0\Delta t \text{ ή } \Delta t = \frac{s}{v_0} \quad (1).$$

Το ύψος H πάνω από το έδαφος από το οποίο εκτοξεύεται το σώμα δίνεται από τη σχέση:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \text{ ή λόγω της σχέσης (1): } H = \frac{1}{2}g\left(\frac{s}{v_0}\right)^2 \text{ ή } H = \frac{gs^2}{2v_0^2}.$$

53. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

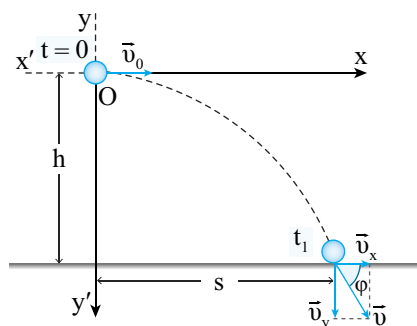
Είναι: $K = 4K_0$ ή $\frac{1}{2}mv^2 = 4\frac{1}{2}mv_0^2$

ή $v = 2v_0$ ή $\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2v_0$

ή $v_0^2 + v_y^2 = 4v_0^2$ ή $v_y = \sqrt{3}v_0$.

Είναι: $\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $\epsilon\phi\phi = \sqrt{3}$

ή $\phi = 60^\circ$.



54. Σωστή επιλογή είναι η α.

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, που φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{v_y}{v_0} \quad \text{ή} \quad v_y = \frac{\sqrt{3}}{3}v_0$$

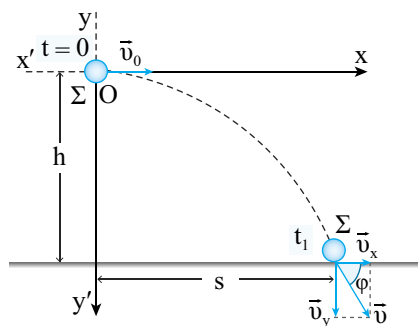
$$\text{ή} \quad gt_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{v_0}{g} \quad (1),$$

όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Το ύψος h πάνω από το έδαφος από το οποίο εκτοξεύεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$

δίνεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή λόγω της σχέσης (1):

$$h = \frac{1}{2}g \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{v_0}{g} \right)^2 \quad \text{ή} \quad h = \frac{v_0^2}{6g}.$$



55. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή στην οποία η κινητική του ενέργεια K είναι διπλάσια της αρχικής του κινητικής ενέργειας K_0 . Είναι:

$$K = 2K_0 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 = 2\frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{2}v_0 \quad \text{ή} \quad \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_0 \quad \text{ή} \quad v_0^2 + v_y^2 = 2v_0^2 \quad \text{ή} \quad v_y = v_0.$$

Επομένως, είναι: $\frac{v_x}{v_y} = 1$.

56. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω ότι η σφαίρα προσκρούει στο έδαφος και ότι το χρονικό διάστημα της κίνησής της είναι ίσο με Δt . Είναι:

$$h = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 3 \text{ s.}$$

Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα είναι:

$$s = v_0\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 30 \text{ m.}$$

Επειδή είναι $s > D$, η σφαίρα δεν πέφτει στο έδαφος, αλλά στο δεύτερο κτήριο. Η οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$ από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία προσκρούει στο δεύτερο κτήριο είναι ίση με D . Επομένως, είναι: $D = v_0\Delta t' \quad \text{ή} \quad \Delta t' = 2 \text{ s.}$

ΘΕΜΑΤΑ Γ

57. α. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος.

$$\text{Είναι: } h = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{ή} \quad t_1 = 2 \text{ s.}$$

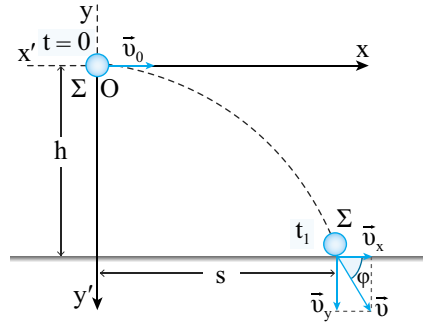
β. Έστω s η ζητούμενη οριζόντια απόσταση. Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $s = 40 \text{ m}$.

γ. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα Σ στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 .

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2}$ ή $v = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 1 \quad \text{ή} \quad \phi = 45^\circ.$$



58. α. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 80 \text{ m}$.

β. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 .

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Είναι:

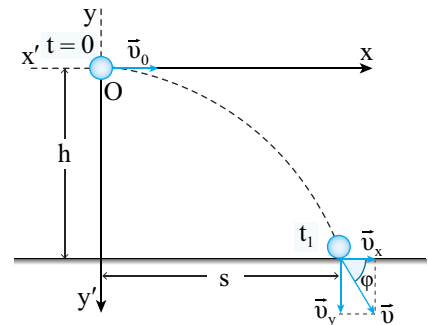
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = 50 \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{4}{3}.$$

γ. Έστω s η μέγιστη οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα. Είναι:

$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 120 \text{ m.}$$



59. α. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ή $t_1 = 4 \text{ s}$.

β. Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $v_0 = 40 \text{ m/s}$.

γ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία φτάνει το σώμα Σ στο έδαφος στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Είναι:

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\phi\phi = \frac{gt_1}{v_0} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\phi\phi = 1 \quad \text{ή} \quad \phi = 45^\circ.$$

δ. Η εξίσωση κίνησης του σώματος Σ στον οριζόντιο άξονα $x'Ox$ δίνεται από τη σχέση:

$$x = v_0 t \quad \text{ή} \quad t = \frac{x}{v_0} \quad (1).$$

Η εξίσωση κίνησης του σώματος Σ στον κατακόρυφο άξονα $y'Oy$ δίνεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):} \quad y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2} \quad \text{ή} \quad y = \frac{x^2}{320} \quad (\text{S.I.}), \quad \text{με} \quad 0 \leq x \leq 160 \text{ m} \quad (2).$$

Η εξίσωση (2) αποτελεί την εξίσωση της τροχιάς του σώματος.

60. α. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_2^2$ ή $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ή $t_2 = 3 \text{ s}$.

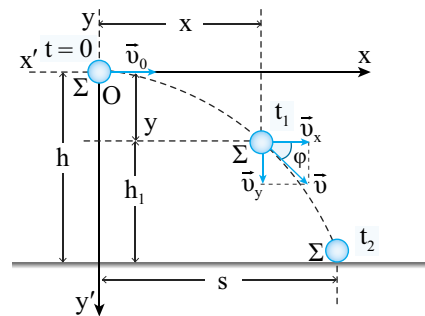
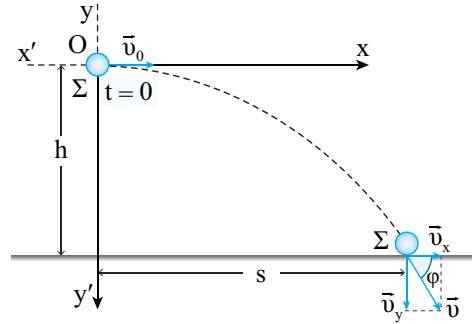
Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ . Είναι: $s = v_0 t_2$ ή $s = 30 \text{ m}$.

β. Έστω x η οριζόντια μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $x = v_0 t_1$ ή $x = 10\sqrt{3} \text{ m}$.

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος

από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 15 \text{ m}$.

γ. Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ στις συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = 20 \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ του σώματος με την οριζόντια διεύθυνση

$$\text{τη χρονική στιγμή } t_1. \text{ Είναι: } \epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{gt_1}{v_0} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \sqrt{3} \quad \text{ή} \quad \phi = 60^\circ.$$

δ. Από το προηγούμενο σχήμα προκύπτει: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = 30 \text{ m}$.

61. α. Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{ή} \quad t_1 = 5 \text{ s.}$$

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα. Είναι:

$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 100 \text{ m.}$$

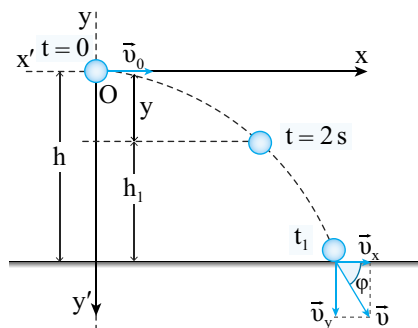
β. Έστω $\vec{v}$ το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2}$$

$$\text{ή} \quad v = 10\sqrt{29} \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{gt_1}{v_0} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 2,5.$$



γ. Η εξίσωση κίνησης της σφαίρας στον άξονα $x'Ox$ δίνεται από τη σχέση: $x = v_0 t$ (1).

Η εξίσωση κίνησης της σφαίρας στον άξονα $y'Oy$ δίνεται από τη σχέση: $y = \frac{1}{2}gt^2$ (2).

Από τη σχέση (1) έχουμε: $t = \frac{x}{v_0}$ (3).

Από τη σχέση (2), λόγω της σχέσης (3), έχουμε:

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \quad \text{ή} \quad y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2} \quad \text{ή} \quad y = \frac{x^2}{80} \text{ (S.I.), με } 0 \leq x \leq 100 \text{ m.}$$

δ. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$. Είναι: $y = \frac{1}{2}gt^2$ ή $y = 20 \text{ m}$.

Το ύψος h_1 πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η σφαίρα τη χρονική στιγμή $t = 2$ s είναι:

$$h_1 = h - y \quad \text{ή} \quad h_1 = 105 \text{ m.}$$

62. α. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v^2 = v_0^2 + v_y^2$$

$$\text{ή} \quad v_y = \sqrt{v^2 - v_0^2} \quad \text{ή} \quad v_y = 4 \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_0} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{4}{3}.$$

β. Είναι: $v_y = gt_1$ ή $t_1 = 0,4$ s.

γ. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 0,8$ m.

δ. Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ .

$$\text{Είναι: } s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 1,2 \text{ m.}$$

ε. Η απόσταση d του σημείου Α από το σημείο Ο είναι:

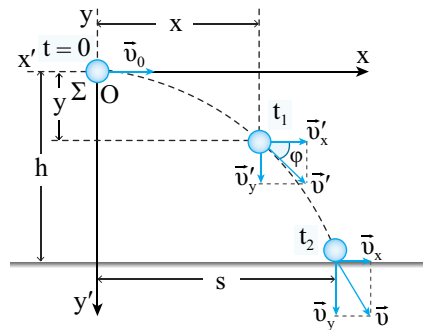
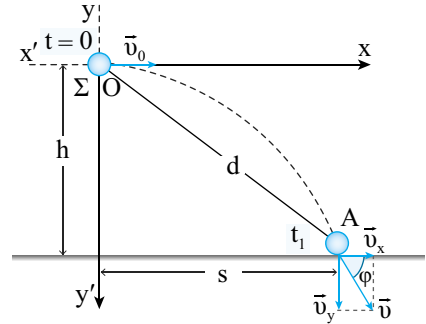
$$d = \sqrt{s^2 + h^2} \quad \text{ή} \quad d = 1,44 \text{ m}$$

63. α. Έστω x το μέτρο της οριζόντιας και y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$x = 2,5 \text{ m και } y = 1,25 \text{ m.}$$

Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,5 \text{ s.}$$



β. Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\bar{v}_0$ του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad v_0 = 5 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω $\bar{v}'$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}'$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}'_x$ και $\bar{v}'_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}'$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v' = 5\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y'}{v_x'} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{gt_1}{v_0} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 1 \quad \text{ή} \quad \phi = 45^\circ.$$

δ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v^2 = v_0^2 + v_y^2 \quad \text{ή} \quad v_y = \sqrt{v^2 - v_0^2} \quad \text{ή} \quad v_y = 5\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

$$\text{Είναι: } v_y = gt_2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,5\sqrt{3} \text{ s.}$$

Το αρχικό ύψος h της οριζόντιας βολής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad h = 3,75 \text{ m.}$$

ε. Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad s = 2,5\sqrt{3} \text{ m.}$$

64. α. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$s = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 5 \text{ s.}$$

Το ύψος h πάνω από το έδαφος από το οποίο εκτοξεύεται το σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$

$$\text{υπολογίζεται από τη σχέση: } h = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad h = 125 \text{ m.}$$

β. Έστω x η οριζόντια μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $x = v_0 t_1$ ή $x = 12 \text{ m}$.

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική

$$\text{στιγμή } t_1. \text{ Είναι: } y = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad y = 5 \text{ m.}$$

Η απόσταση d του σώματος Σ από το σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ ή $d = 13 \text{ m}$.

γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{244} \text{ m/s}.$$

Έστω K η κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = 24,4 \text{ J}.$$

δ. Έστω y_1 η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία βρίσκεται σε ύψος h_1 πάνω από το έδαφος. Είναι:

$$y_1 = h - h_1 \quad \text{ή} \quad y_1 = 45 \text{ m}.$$

Η χρονική στιγμή t_3 υπολογίζεται από τη σχέση: $y_1 = \frac{1}{2}gt_3^2$ ή $t_3 = 3 \text{ s}$.

Έστω x_1 η οριζόντια μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι: $x_1 = v_0t_3$ ή $x_1 = 36 \text{ m}$.

65. α. Η χρονική στιγμή t_2 στην οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2}gt_2^2$ ή $t_2 = 3 \text{ s}$.

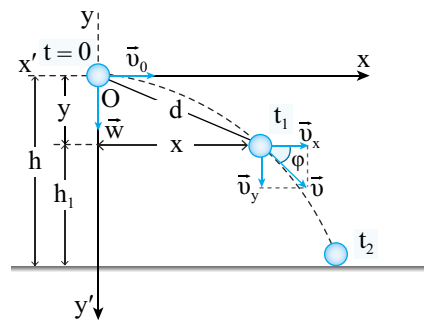
Είναι: $s = v_0t_2$ ή $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

β. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $v_x = v_y$ ή $v_0 = gt_1$ ή $t_1 = 2 \text{ s}$.

γ. Έστω x το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $x = v_0t_1$ ή $x = 40 \text{ m}$.

Έστω y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 20 \text{ m}$.



Η απόσταση d του σώματος Σ από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{ή} \quad d = 20\sqrt{5} \text{ m.}$$

δ. Έστω h_1 το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα πάνω από το έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 .

Είναι: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = 25 \text{ m.}$

ε. Έστω ΔK η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$\Delta K = W_w \quad \text{ή} \quad \Delta K = mgh \quad \text{ή} \quad \Delta K = 225 \text{ J.}$$

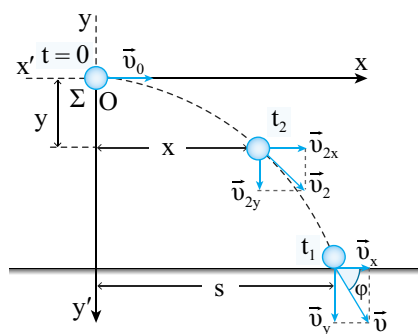
66. α. Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $v_x = v_0$ ή $v_x = 10\sqrt{3} \text{ m/s.}$

Είναι: $\varepsilon\varphi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $v_y = \frac{\sqrt{3}}{3} v_x$ ή $v_y = 10 \text{ m/s.}$

Το μέτρο της ταχύτητας v υπολογίζεται από τη

σχέση: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = 20 \text{ m/s.}$



β. Είναι: $v_y = gt_1$ ή $t_1 = 1 \text{ s.}$

Το ύψος h υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 5 \text{ m.}$

γ. Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής. Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $s = 10\sqrt{3} \text{ m.}$

δ. Έστω x το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος και y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισής του από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

$$x = y \quad \text{ή} \quad v_0 t_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{2v_0}{g} \quad \text{ή} \quad t_2 = 2\sqrt{3} \text{ s.}$$

Έστω $\vec{v}_2$ η ταχύτητα του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_2 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_2$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{2x}$ και $\vec{v}_{2y}$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Είναι:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_0^2 + (gt_2)^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{1.500} \text{ m/s.}$$

Η κινητική ενέργεια K του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad \text{ή} \quad K = 150 \text{ J.}$$

67. α. Είναι: $K = \frac{1}{2}mv^2$ ή $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ ή $v = 10 \text{ m/s.}$

β. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ στις συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ που φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.

Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v^2 = v_0^2 + (gt_1)^2$$

$$\text{ή} \quad t_1 = \frac{\sqrt{v^2 - v_0^2}}{g} \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,6 \text{ s.}$$

Το ύψος h πάνω από το έδαφος από το οποίο εκτοξεύεται το σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$

υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 1,8 \text{ m.}$

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ . Είναι:

$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 4,8 \text{ m.}$$

Η απόσταση d μεταξύ των σημείων O και A υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d = \sqrt{s^2 + h^2} \quad \text{ή} \quad d = 5,13 \text{ m.}$$

γ. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία το σώμα Σ βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 1,25 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Είναι:

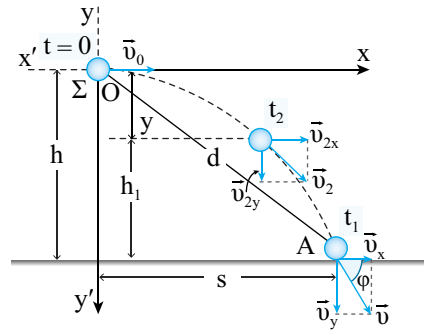
$$y = h - h_1 \quad \text{ή} \quad y = 0,45 \text{ m.}$$

Η χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση: $y = \frac{1}{2}gt_2^2$ ή $t_2 = 0,3 \text{ s.}$

δ. Έστω x η οριζόντια μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $x = v_0 t_2$ ή $x = 2,4 \text{ m.}$

ε. Έστω ΔK η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$\Delta K = W_w \quad \text{ή} \quad \Delta K = mgy \quad \text{ή} \quad \Delta K = 1,8 \text{ J.}$$



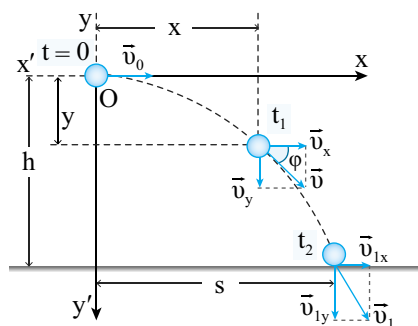
68. α. Έστω x το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος και y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης του από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$x = 2y \quad \text{ή} \quad v_0 t_1 = 2 \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{ή} \quad v_0 t_1 - g t_1^2 = 0 \quad \text{ή} \quad t_1 (v_0 - g t_1) = 0 \quad (1).$$

Επειδή είναι $t_1 \neq 0$, από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$t_1 = \frac{v_0}{g} \quad \text{ή} \quad t_1 = 4 \text{ s}.$$



β. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$v_x = v_0 \quad \text{ή} \quad v_x = 40 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad v_y = g t_1 \quad \text{ή} \quad v_y = 40 \text{ m/s}.$$

Το μέτρο της ταχύτητας v υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = 40\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

γ. Η ζητούμενη οξεία γωνία φ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\varphi = 1 \quad \text{ή} \quad \varphi = 45^\circ.$$

δ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{1x}$ και $\vec{v}_{1y}$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad \text{ή} \quad v_1^2 = v_0^2 + v_{1y}^2 \quad \text{ή} \quad v_{1y} = 30 \text{ m/s}.$$

Η χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση: $v_{1y} = g t_2$ ή $t_2 = 3 \text{ s}$.

Το ύψος h υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2} g t_2^2$ ή $h = 45 \text{ m}$.

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ. Είναι:

$$s = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad s = 120 \text{ m}.$$

69. α. Εφόσον οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντιες βολές από το ίδιο αρχικό ύψος h , φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνουν στο έδαφος οι δύο σφαίρες. Είναι: $h = \frac{1}{2} g t_2^2$ ή $t_2 = 2 \text{ s}$.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει η σφαίρα Σ_1 στο έδαφος. Είναι:

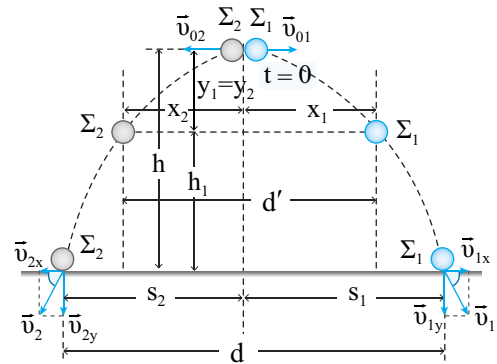
$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_{01}^2 + (gt_2)^2}.$$

ή $v_1 = 25 \text{ m/s}$.

Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει η σφαίρα Σ_2 στο έδαφος. Είναι:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_{02}^2 + (gt_2)^2}$$

ή $v_2 = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$.



β. Έστω s_1 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα Σ_1 . Είναι:

$$s_1 = v_{01}t_2 \quad \text{ή} \quad s_1 = 30 \text{ m}.$$

Έστω s_2 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα Σ_2 . Είναι:

$$s_2 = v_{02}t_2 \quad \text{ή} \quad s_2 = 40 \text{ m}.$$

Έστω d η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών, όταν φτάσουν στο έδαφος. Είναι:

$$d = s_1 + s_2 \quad \text{ή} \quad d = 70 \text{ m}.$$

γ. Η κατακόρυφη μετατόπιση y_1 της σφαίρας Σ_1 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y_1 = 5 \text{ m}$.

Η κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $y_2 = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y_2 = 5 \text{ m}$.

Επειδή είναι $y_1 = y_2$, οι δύο σφαίρες τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκονται στο ίδιο ύψος h_1 πάνω από το έδαφος. Είναι: $h_1 = h - y_1$ ή $h_1 = 15 \text{ m}$.

δ. Επειδή είναι $y_1 = y_2$, οι δύο σφαίρες τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Έστω x_1 η οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα Σ_1 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $x_1 = v_{01}t_1$ ή $x_1 = 15 \text{ m}$.

Έστω x_2 η οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $x_2 = v_{02}t_1$ ή $x_2 = 20 \text{ m}$.

Η απόσταση d' η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$d' = x_1 + x_2 \quad \text{ή} \quad d' = 35 \text{ m}.$$

70. α. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_1 στο έδαφος. Είναι:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = 3 \text{ s.}$$

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η σφαίρα Σ_2 στο έδαφος. Είναι:

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 2 \text{ s.}$$

β. Έστω s_1 και s_2 τα βεληνεκή των οριζόντιων βολών που εκτελούν οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

Επειδή οι σφαίρες φτάνουν στο ίδιο σημείο Γ του εδάφους, ισχύει:

$$s_1 = s_2 \quad \text{ή} \quad v_{01}t_1 = v_{02}t_2 \quad \text{ή} \quad v_{02} = 15 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η σφαίρα Σ_2 φτάνει στο έδαφος. Είναι:

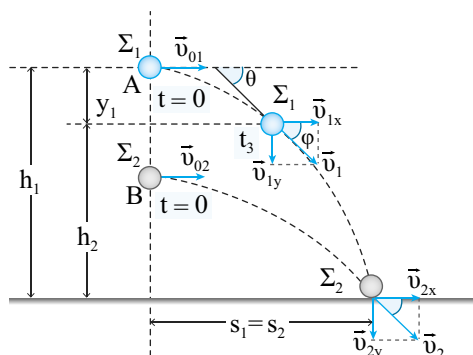
$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_{02}^2 + (gt_2)^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = 25 \text{ m/s.}$$

δ. Όπως φαίνεται από το σχήμα, η γωνιακή εκτροπή θ της σφαίρας Σ_1 τη χρονική στιγμή t_3 είναι ίση με την οξεία γωνία φ ($\theta = \varphi$) που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}_1$ της σφαίρας Σ_1 την ίδια χρονική στιγμή με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi 45^\circ = \frac{gt_3}{v_{01}} \quad \text{ή} \quad gt_3 = v_{01} \quad \text{ή} \quad t_3 = 1 \text{ s.}$$

Έστω y_1 η κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας Σ_1 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι: $y_1 = \frac{1}{2}gt_3^2$ ή $y_1 = 5 \text{ m}$.

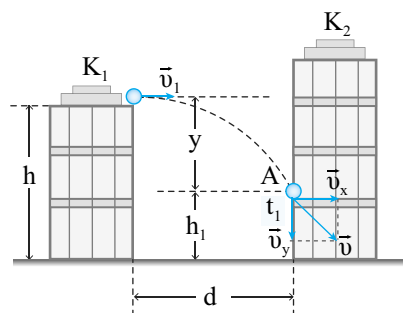
Έστω h' το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η σφαίρα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι: $h' = h_1 - y_1$ ή $h' = 40 \text{ m}$.



71. α. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία η σφαίρα Σ προσκρούει στο κτήριο K_2 . Είναι:

$$d = v_0t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = 1 \text{ s.}$$

β. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία η σφαίρα Σ πέφτει πάνω στο κτήριο K_2 σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = 10\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

γ. Έστω y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης της σφαίρας Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 5 \text{ m}$.

Από το σχήμα προκύπτει: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = 15 \text{ m}$.

δ. Εφόσον η σφαίρα Σ πέφτει πάνω στο κτήριο K_2 , το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισής της από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t στην οποία πέφτει πάνω στο κτήριο K_2 είναι ίσο με d . Επομένως, είναι: $d = v_0 t$ ή $t = \frac{d}{v_0}$ (1).

Έστω y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t . Είναι: $y \leq h$ ή $\frac{1}{2}gt^2 \leq h$ ή λόγω της σχέσης (1):

$$\frac{1}{2}g\frac{d^2}{v_0^2} \leq h \quad \text{ή} \quad v_0 \geq d\sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \text{ή} \quad v_0 \geq 5 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v_{0(\min)} = 5 \text{ m/s.}$$

72. α. Η εξίσωση κίνησης του σώματος στον άξονα $x'Ox$ δίνεται από τη σχέση:

$$x = v_0 t \quad \text{ή} \quad t = \frac{x}{v_0} \quad (1).$$

Η εξίσωση κίνησης του σώματος στο άξονα $y'Oy$ δίνεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad y = \frac{g}{2v_0^2}x^2 \quad (2).$$

Από τη σύγκριση της σχέσης (2) με τη δοθείσα εξίσωση της τροχιάς του σώματος, προκύπτει:

$$\frac{g}{2v_0^2} = 0,05 \text{ (S.I.)} \quad \text{ή} \quad v_0 = 10 \text{ m/s.}$$

β. Η δοθείσα εξίσωση της τροχιάς του σώματος ισχύει για $0 \leq x \leq 30 \text{ m}$.

Επομένως, η μέγιστη οριζόντια απόσταση $x_{\max}$ που διανύει το σώμα (βεληνεκές της οριζόντιας βολής) είναι: $x_{\max} = 30 \text{ m}$.

Είναι: $x_{\max} = v_0 t_1$ ή $t_1 = 3 \text{ s}$.

γ. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 45 \text{ m}$.

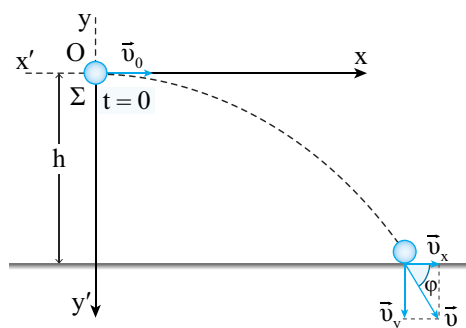
δ. Έστω $\bar{u}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{u}$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{u}_x$ και $\bar{u}_y$ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{u}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad \text{ή} \quad u = \sqrt{u_0^2 + (gt_1)^2}$$

$$\text{ή} \quad u = 10\sqrt{10} \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{u}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{u_y}{u_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{gt_1}{u_0} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 3.$$

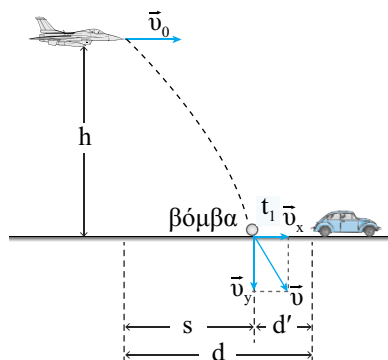


73. α. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει η βόμβα στο έδαφος. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $t_1 = 8 \text{ s}$.

Έστω s το βεληγεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα. Είναι: $s = u_0 t_1$ ή $s = 480 \text{ m}$.

Επειδή είναι $d > s$, η βόμβα δεν θα συγκρουστεί με το αυτοκίνητο.

Έστω d' η απόσταση της βόμβας από το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $d' = d - s$ ή $d' = 80 \text{ m}$.



β. Έστω $\bar{u}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει η βόμβα στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{u}$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{u}_x$ και $\bar{u}_y$ που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{u}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad \text{ή} \quad u = \sqrt{u_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad u = 100 \text{ m/s.}$$

γ. Για να συγκρουστεί η βόμβα με το αυτοκίνητο, πρέπει το βεληγεκές s' της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα να είναι ίσο με την οριζόντια απόσταση d μεταξύ του αεροπλάνου και του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t = 0$. Επειδή η βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή από το ίδιο ύψος h πάνω από το έδαφος, η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος είναι $t_1 = 8 \text{ s}$.

Επομένως, είναι: $s' = d$ ή $u_0' t_1 = d$ ή $u_0' = 70 \text{ m/s}$.

ΘΕΜΑΤΑ Δ

74. α. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $h = 0,8 \text{ m}$.

β. Είναι: $s_{\max} = v_0 t_1$ ή $v_0 = 10 \text{ m/s}$.

γ. Έστω ότι το μέτρο της οριζόντιας θέσης x του σώματος και το μέτρο της κατακόρυφης θέσης y του σώματος γίνονται ίσα τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

$$x = y \text{ ή } v_0 t_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \text{ ή } t_2 = 2 \text{ s.}$$

Επειδή είναι $t_2 > t_1$, δεν υπάρχει σημείο της τροχιάς του σώματος στο οποίο το μέτρο της οριζόντιας θέσης του να είναι ίσο με το μέτρο της κατακόρυφης θέσης του.

δ. Έστω t_3 η χρονική στιγμή στην οποία το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας $\vec{v}_x$ της ταχύτητας του σώματος είναι πενταπλάσιο από το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας $\vec{v}_y$ της ταχύτητας του σώματος. Είναι:

$$v_x = 5v_y \text{ ή } v_0 = 5gt_3 \text{ ή } t_3 = 0,2 \text{ s.}$$

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_3^2$ ή $y = 0,2 \text{ m}$.

Έστω h_1 το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι:

$$h_1 = h - y \text{ ή } h_1 = 0,6 \text{ m.}$$

75. α. Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \text{ ή } \Delta t = 5 \text{ s.}$$

β. Είναι: $s = v_0 \Delta t$ ή $v_0 = 10 \text{ m/s}$.

γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ ή } v = \sqrt{v_0^2 + (g\Delta t)^2} \text{ ή } v = 10\sqrt{26} \text{ m/s.}$$

δ. Θεωρούμε ότι το σώμα εκτοξεύεται από ύψος H πάνω από το έδαφος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 25 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Είναι:

$$y = h - h_1 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}gt_1^2 = h - h_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{20} \text{ s}.$$

76. α. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύτες συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } \tan \phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad v_y = v_x \quad \text{ή} \quad v_y = 20 \text{ m/s}.$$

Το μέτρο της ταχύτητας v υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = 20\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

Έστω K η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος.

$$\text{Είναι: } K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = 40 \text{ J}.$$

β. Έστω $t = 0$ η χρονική στιγμή στην οποία εκτοξεύεται η σφαίρα και t_3 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι: $v_y = gt_3$ ή $t_3 = 2 \text{ s}$.

$$\text{Το ύψος } h \text{ υπολογίζεται από τη σχέση: } h = \frac{1}{2}gt_3^2 \quad \text{ή} \quad h = 20 \text{ m}.$$

γ. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως της χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 5 \text{ m}$.

Έστω h_1 το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η σφαίρα τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$h_1 = h - y \quad \text{ή} \quad h_1 = 15 \text{ m}.$$

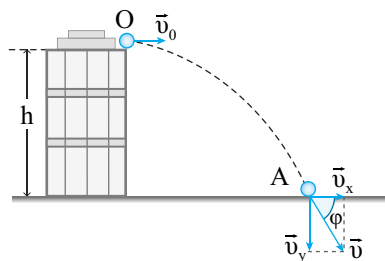
Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = mgh_1 \quad \text{ή} \quad U = 15 \text{ J}.$$

δ. Έστω x το μέτρο της οριζόντιας και y το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης της σφαίρας από το σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

$$x = 8y \quad \text{ή} \quad v_0 t_2 = 8 \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{v_0}{4g} \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,5 \text{ s}.$$

Έστω v' το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:



$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{v_0^2 + (gt_2)^2} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{425} \text{ m/s.}$$

Η κινητική ενέργεια K της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \text{ή} \quad K = 21,25 \text{ J.}$$

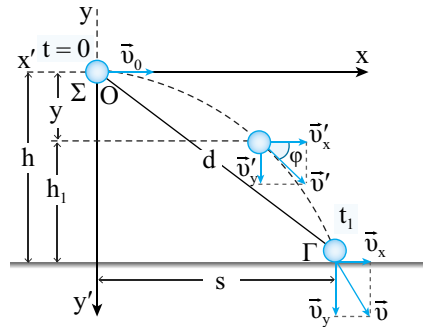
77. α. Από το σχήμα προκύπτει:

$$d = \sqrt{h^2 + s^2} \quad \text{ή} \quad d^2 = h^2 + s^2$$

$$\text{ή} \quad h = \sqrt{d^2 - s^2} \quad \text{ή} \quad h = 80 \text{ m.}$$

Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία η σφαίρα Σ φτάνει στο έδαφος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = 4 \text{ s.}$$



β. Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $v_0 = 15 \text{ m/s.}$

γ. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{1.825} \text{ m/s.}$$

δ. Έστω v' η ταχύτητα της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}'$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}'_x$ και $\bar{v}'_y$ που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$\text{εφ}\phi = \frac{v'_y}{v'_x} \quad \text{ή} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{v'_y}{v_0} \quad \text{ή} \quad v'_y = 5\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}'$ της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} \quad \text{ή} \quad v' = 10\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{ή} \quad \Delta K = 7,5 \text{ J.}$$

ε. Η χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v'_y = gt_2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,5\sqrt{3} \text{ s.}$$

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_2^2$ ή $y = 3,75 \text{ m}$.

Έστω h_1 το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η σφαίρα τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = 76,25 \text{ m}$.

Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = mgh_1 \text{ ή } U = 152,5 \text{ J}.$$

78. α. Η βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα $\bar{v}_0$.

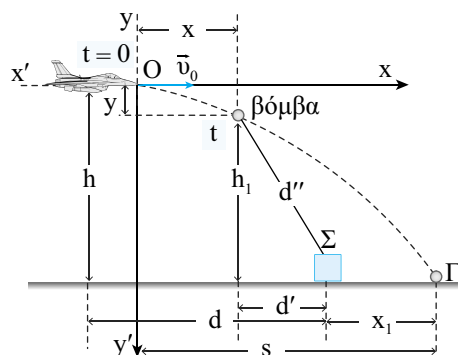
Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα. Από το σχήμα προκύπτει: $s = d + x_1$ ή $s = 700 \text{ m}$.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία η βόμβα φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \text{ ή } t_1 = 7 \text{ s}.$$

Η αρχική ταχύτητα της βόμβας είναι ίση με την ταχύτητα $\bar{v}_0$ του αεροπλάνου. Επομένως, είναι:

$$s = v_0 t_1 \text{ ή } v_0 = 100 \text{ m/s}.$$



β. Η αρχική ταχύτητα της βόμβας ως προς τον πιλότο του αεροπλάνου είναι ίση με μηδέν και η επιτάχυνση με την οποία κινείται η βόμβα είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Επομένως, η κίνηση που εκτελεί η βόμβα ως προς τον πιλότο του αεροπλάνου είναι **ελεύθερη πτώση**.

γ. Το αεροπλάνο και η βόμβα εκτελούν στην οριζόντια διεύθυνση ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με την ίδια σταθερή ταχύτητα $\bar{v}_0$. Επομένως, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 6 \text{ s}$ το αεροπλάνο και η βόμβα έχουν διανύσει την ίδια οριζόντια απόσταση. Συνεπώς, τη χρονική στιγμή $t = 6 \text{ s}$ το αεροπλάνο και η βόμβα βρίσκονται πάνω στην ίδια κατακόρυφο και η μεταξύ τους απόσταση d_1 είναι ίση με την κατακόρυφη μετατόπιση y της βόμβας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 6 \text{ s}$. Είναι:

$$d_1 = y \text{ ή } d_1 = \frac{1}{2}gt^2 \text{ ή } d_1 = 180 \text{ m}.$$

δ. Έστω x η οριζόντια απόσταση που διανύει η βόμβα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 6$ s. Είναι:

$$x = v_0 t \quad \text{ή} \quad x = 600 \text{ m.}$$

Το ύψος h_1 πάνω από τον στόχο στον οποίο βρίσκεται η βόμβα τη χρονική στιγμή $t = 6$ s είναι:

$$h_1 = h - y \quad \text{ή} \quad h_1 = 65 \text{ m.}$$

Η οριζόντια απόσταση d' που απέχει η βόμβα από τον στόχο τη χρονική στιγμή $t = 6$ s είναι:

$$d' = d - x \quad \text{ή} \quad d' = 30 \text{ m.}$$

Η απόσταση d'' της βόμβας από τον στόχο τη χρονική στιγμή $t = 6$ s είναι:

$$d'' = \sqrt{d'^2 + h_1^2} \quad \text{ή} \quad d'' = \sqrt{5.125} \text{ m.}$$

ε. Επειδή η βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή από το ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος, η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος είναι $t_1 = 7$ s.

Για να πλήξει η βόμβα τον στόχο πρέπει το νέο βεληνεκές s' της βόμβας να είναι ίσο με την απόσταση d μεταξύ του αεροπλάνου και του στόχου τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι:

$$s' = d \quad \text{ή} \quad v_0 t_1 = d \quad \text{ή} \quad v_0' = 90 \text{ m/s.}$$

79. α. Η βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα $\bar{v}_0$. Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα. Είναι: $s = v_0 t_1$.

Έστω s_1 το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s_1 = v_1 t_1$.

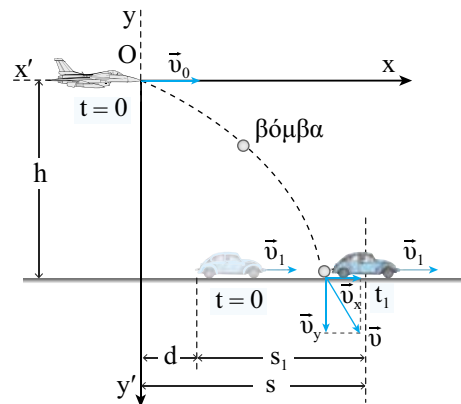
Από το σχήμα προκύπτει:

$$s = d + s_1 \quad \text{ή} \quad v_0 t_1 = d + v_1 t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = 10 \text{ s.}$$

β. Είναι: $h = \frac{1}{2} g t_1^2$ ή $h = 500 \text{ m.}$

γ. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα της βόμβας τη χρονική στιγμή t_1 , ακριβώς πριν συγκρουστεί με το αυτοκίνητο. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (g t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{12.500} \text{ m/s.}$$



δ. Έστω x η οριζόντια μετατόπιση της βόμβας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως της χρονικής στιγμής t . Είναι: $x = v_0 t$ ή $x = 400$ m.

Έστω s'_1 το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t . Είναι:

$$s'_1 = v_1 t \quad \text{ή} \quad s'_1 = 240 \text{ m.}$$

Η οριζόντια απόσταση d_1 της βόμβας από το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t είναι:

$$d_1 = d + s'_1 - x \quad \text{ή} \quad d_1 = 40 \text{ m.}$$

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση της βόμβας από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t . Είναι:

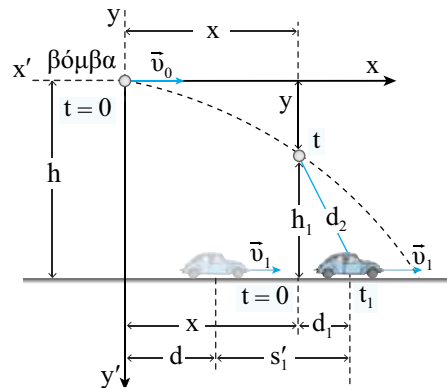
$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad y = 320 \text{ m.}$$

Το ύψος h_1 πάνω από το αυτοκίνητο στο οποίο βρίσκεται η βόμβα τη χρονική στιγμή t είναι:

$$h_1 = h - y \quad \text{ή} \quad h_1 = 180 \text{ m.}$$

Η απόσταση d_2 μεταξύ της βόμβας και του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή t είναι:

$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + h_1^2} \quad \text{ή} \quad d_2 = 10\sqrt{340} \text{ m.}$$



80. α. Είναι: $h = \frac{1}{2} g t_1^2$ ή $t_1 = 8$ s.

β. Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα. Είναι:

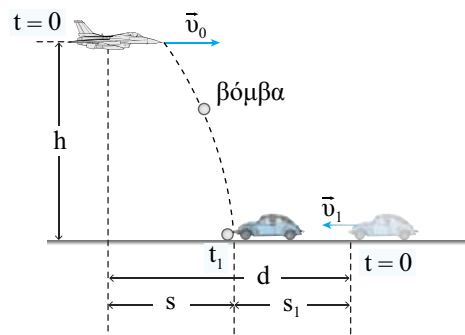
$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 640 \text{ m.}$$

Έστω s_1 το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$s_1 = v_1 t_1 \quad \text{ή} \quad s_1 = 160 \text{ m.}$$

Από το διπλανό σχήμα προκύπτει:

$$d = s + s_1 \quad \text{ή} \quad d = 800 \text{ m.}$$



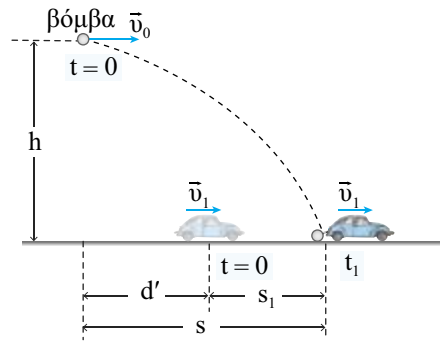
γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας της βόμβας ακριβώς πριν συγκρουστεί με το αεροπλάνο.

Είναι: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2}$ ή $v = 80\sqrt{2} \text{ m/s}$.

δ. Επειδή η βόμβα αφήνεται από το αεροπλάνο από το ίδιο ύψος h , ο χρόνος πτώσης της είναι ίσος με t_1 .

Επειδή τα μέτρα των ταχυτήτων της βόμβας και του αυτοκινήτου είναι v_0 και v_1 αντίστοιχα, το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η βόμβα είναι ίσο με s και το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με s_1 . Από το σχήμα προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι:

$$d' = s - s_1 \quad \text{ή} \quad d' = 480 \text{ m}.$$



1.2 Ομαλή κυκλική κίνηση

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

18. α	19. β	20. γ	21. γ	22. β	23. δ
24. α	25. δ	26. β	27. γ	28. γ	29. β
30. γ	31. β	32. β	33. γ	34. α	35. β
36. α	37. γ	38. γ	39. δ	40. δ	41. β
42. β	43. α	44. γ	45. δ	46. β	47. β
48. β					

Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

49.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
50.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
51.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
52.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
53.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
54.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ

ΘΕΜΑΤΑ Β

55. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Α δίνεται από τη σχέση: $v_A = \frac{2\pi R_A}{T_A}$ (1).

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Β δίνεται από τη σχέση: $v_B = \frac{2\pi R_B}{T_B}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A T_B}{R_B T_A} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{T_B}{2T_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 4T_A \quad \text{ή} \quad \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{4}.$$

56. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Α δίνεται από τη σχέση:

$$v_A = \frac{2\pi R_A}{T_A} \quad \text{ή} \quad v_A = 2\pi R_A f_A \quad (1).$$

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Β δίνεται από τη σχέση:

$$v_B = \frac{2\pi R_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad v_B = 2\pi R_B f_B \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A f_A}{R_B f_B} \quad \text{ή} \quad \frac{v_A}{v_B} = 8.$

57. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της μοτοσυκλέτας M_1 και v_2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της μοτοσυκλέτας M_2 . Οι δύο μοτοσυκλέτες εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με την ίδια ακτίνα R . Είναι:

$$v_2 = \frac{v_1}{2} \quad \text{ή} \quad \omega_2 R = \frac{\omega_1 R}{2} \quad \text{ή} \quad \omega_2 = \frac{\omega_1}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2.$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης της μοτοσυκλέτας M_1 δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{\kappa_1} = \frac{v_1^2}{R} \quad (1).$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης της μοτοσυκλέτας M_2 δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{\kappa_2} = \frac{v_2^2}{R} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\alpha_{\kappa_1}}{\alpha_{\kappa_2}} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$ ή $\frac{\alpha_{\kappa_1}}{\alpha_{\kappa_2}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$ ή $\frac{\alpha_{\kappa_1}}{\alpha_{\kappa_2}} = 4$.

58. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μήκος του τόξου που έχει διανύσει το σωματίδιο Α από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση: $s_A = v_A t$ ή $s_A = vt$ (1).

Το μήκος του τόξου που έχει διανύσει το σωματίδιο Β από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση: $s_B = v_B t$ ή $s_B = vt$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $s_A = s_B$.

59. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος, όταν εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R με περίοδο T . Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ (1).

Έστω v' το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος, όταν εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R' = 2R$ με την ίδια περίοδο T . Είναι: $v' = \frac{2\pi R'}{T}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{v'}{v} = \frac{R'}{R}$ ή $\frac{v'}{v} = 2$ ή $v' = 2v$.

60. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Α δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} \quad \text{ή} \quad v_1 = 2\pi R_1 f_1 \quad (1).$$

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινητού Β δίνεται από τη σχέση:

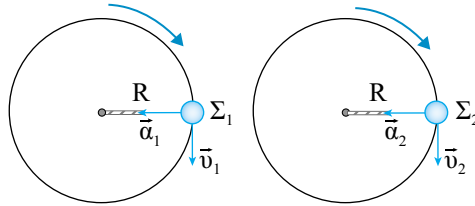
$$v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad v_2 = 2\pi R_2 f_2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1 f_1}{R_2 f_2} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1 f_1}{2R_1 \frac{f_1}{4}} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2.$$

61. Α. Έστω ότι τα δύο σφαιρίδια εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις σύμφωνα με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Στο επόμενο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των

γραμμικών ταχυτήτων $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα καθώς και τα διανύσματα των κεντρομόλων επιταχύνσεών τους $\vec{a}_1$ και $\vec{a}_2$ αντίστοιχα.



B. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $v_1 = \frac{2\pi R}{T_1}$ (1).

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $v_2 = \frac{2\pi R}{T_2}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_2}{T_1}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$ (3).

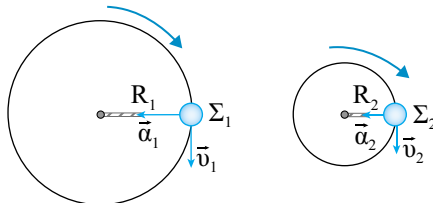
Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $a_1 = \frac{v_1^2}{R}$ (4).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $a_2 = \frac{v_2^2}{R}$ (5).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) έχουμε: $\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$ ή λόγω της σχέσης (3):

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad a_2 = 4a_1.$$

62. A. Έστω ότι τα δύο σφαιρίδια εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις σύμφωνα με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των γραμμικών ταχυτήτων $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα καθώς και τα διανύσματα των κεντρομόλων επιταχύνσεών τους $\vec{a}_1$ και $\vec{a}_2$ αντίστοιχα.



B. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω T η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης των δύο σφαιριδίων.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $v_1 = \frac{2\pi R_1}{T}$ (1).

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $v_2 = \frac{2\pi R_2}{T}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = 2$ (3).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $a_1 = \frac{v_1^2}{R_1}$ (4).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $a_2 = \frac{v_2^2}{R_2}$ (5).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) έχουμε: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1^2 R_2}{v_2^2 R_1}$ ή $\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \frac{R_2}{R_1}$

ή $\frac{a_1}{a_2} = 2$ ή $a_1 = 2a_2$.

63. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_1 . Είναι: $v_1 = \frac{2\pi L_1}{T_1}$ (1).

Έστω v_2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου Σ_2 . Είναι: $v_2 = \frac{2\pi L_2}{T_2}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_1 T_2}{L_2 T_1}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $a_1 = \frac{v_1^2}{L_1}$ (3).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $a_2 = \frac{v_2^2}{L_2}$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1^2 L_2}{v_2^2 L_1}$ ή $\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \frac{L_2}{L_1}$

ή $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{4}$ ή $a_1 = \frac{3}{4}a_2$.

64. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω T_1 η περίοδος της στροφικής κίνησης του ωροδείκτη. Είναι: $T_1 = 12 \text{ h}$.

Έστω T_2 η περίοδος της στροφικής κίνησης του λεπτοδείκτη. Είναι: $T_2 = 1 \text{ h}$.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινούμενου άκρου του ωροδείκτη δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2\pi\ell_1}{T_1} \quad (1). \text{ Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινούμενου άκρου του λεπτοδείκτη δίδεται από τη σχέση: } v_2 = \frac{2\pi\ell_2}{T_2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\ell_1 T_2}{\ell_2 T_1}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{18}$ ή $\frac{v_2}{v_1} = 18$.

65. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω T_1 η περίοδος της στροφικής κίνησης του ωροδείκτη. Είναι: $T_1 = 12 \text{ h}$.

Έστω T_2 η περίοδος της στροφικής κίνησης του λεπτοδείκτη. Είναι: $T_2 = 1 \text{ h}$.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινούμενου άκρου του ωροδείκτη δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2\pi\ell_1}{T_1} \quad (1). \text{ Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κινούμενου άκρου του λεπτοδείκτη δίδεται από τη σχέση: } v_2 = \frac{2\pi\ell_2}{T_2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\ell_1 T_2}{\ell_2 T_1}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{144}$.

66. Σωστή επιλογή είναι η α.

Επειδή το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας παραμένει σταθερό.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος στο χρονικό διάστημα που διανύει ένα ημικύκλιο είναι:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad \Delta K = 0.$$

67. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το σημείο Δ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα της οποίας το μέτρο παραμένει σταθερό, ενώ η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται συνεχώς.

Επειδή η κατεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ μεταβάλλεται συνεχώς, το σημείο αυτό αποκτά επιτάχυνση που ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση. Η κεντρομόλος επιτάχυνση $\vec{a}_κ$ του σημείου Δ έχει κάθε χρονική στιγμή τη διεύθυνση του δευτερολεπτοδείκτη και φορά προς το άλλο άκρο του που παραμένει ακίνητο (κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το σημείο Δ), ενώ το μέτρο της παραμένει σταθερό και δίνεται από τη σχέση: $a_κ = \frac{v^2}{\ell}$, όπου v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ και ℓ το μήκος του δευτερολεπτοδείκτη.

68. Σωστή επιλογή είναι η β.

Τη χρονική στιγμή στην οποία το παιδί βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο Α της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει, η γραμμική του ταχύτητα $\vec{v}$ είναι οριζόντια και έχει φορά προς τα δεξιά (είναι εφαπτομένη στην κυκλική τροχιά που διαγράφει το παιδί στο σημείο Α και έχει τη φορά της κίνησης της «ρόδας» του Λούνα Πάρκ). Επομένως, την παραπάνω χρονική στιγμή στην οποία το παιδί αφήνει την μπάλα, η μπάλα έχει οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}$ με φορά προς τα δεξιά και αρχίζει να εκτελεί οριζόντια βολή μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία πέφτει στο έδαφος, στο σημείο Γ.

69. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η περίοδος περιστροφής T των δύο ανθρώπων είναι ίση με την περίοδο περιστροφής της Γης ($T = 24 \text{ h}$). Ο άνθρωπος που βρίσκεται στο σημείο Α εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_A , ενώ ο άνθρωπος που βρίσκεται στο σημείο Β εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R_B . Όπως προκύπτει από το σχήμα είναι: $R_B > R_A$.

Έστω v_A το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του ανθρώπου που βρίσκεται στο σημείο Α. Είναι:

$$v_A = \frac{2\pi R_A}{T} \quad (1). \text{ Έστω } v_B \text{ το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του ανθρώπου που βρίσκεται στο}$$

$$\text{σημείο Β. Είναι: } v_B = \frac{2\pi R_B}{T} \quad (2).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: } \frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A}{R_B} \quad (3).$$

Έστω $a_{κ(A)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του ανθρώπου που βρίσκεται στο σημείο Α.

$$\text{Είναι: } a_{κ(A)} = \frac{v_A^2}{R_A} \quad (4).$$

Έστω $a_{κ(B)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του ανθρώπου που βρίσκεται στο σημείο Β.

Είναι: $\alpha_{\kappa(B)} = \frac{v_B^2}{R_B}$ (5).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) έχουμε: $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 \frac{R_B}{R_A}$

ή λόγω της σχέσης (3): $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^2 \frac{R_B}{R_A}$ ή $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \frac{R_A}{R_B}$ (6)

Επειδή είναι: $R_B > R_A$, από τη σχέση (6) προκύπτει: $\alpha_{\kappa(B)} > \alpha_{\kappa(A)}$.

70. Σωστή επιλογή είναι η β.

Τα σημεία Α και Β του δίσκου εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με συχνότητα ίση με τη συχνότητα περιστροφής f του δίσκου και ακτίνες R_A και $R_B = R_A/2$ αντίστοιχα.

Το μέτρο v_A της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α δίνεται από τη σχέση: $v_A = 2\pi R_A f$ (1).

Το μέτρο v_B της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Β δίνεται από τη σχέση: $v_B = 2\pi R_B f$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A}{R_B} \quad \text{ή} \quad \frac{v_A}{v_B} = 2 \quad \text{ή} \quad v_A = 2v_B.$$

71. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω R_A και R_B οι αποστάσεις των σημείων Α και Β αντίστοιχα από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής της έλικας του ανεμιστήρα. Είναι: $R_A < R_B$.

Τα σημεία Α και Β εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω που είναι ίση με τη γωνιακή ταχύτητα της έλικας.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α δίνεται από τη σχέση: $v_A = \omega R_A$ (1).

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Β δίνεται από τη σχέση: $v_B = \omega R_B$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_A}{v_B} = \frac{R_A}{R_B}$ (3).

Επειδή είναι: $R_A < R_B$, από τη σχέση (3) προκύπτει: $v_A < v_B$.

72. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω T_ω η περίοδος της στροφικής κίνησης του ωροδείκτη. Είναι: $T_\omega = 12 \text{ h}$.

Το μέτρο ω_ω της γωνιακής ταχύτητας του ωροδείκτη δίνεται από τη σχέση: $\omega_\omega = \frac{2\pi}{T_\omega}$ (1).

Έστω T_λ η περίοδος της στροφικής κίνησης του λεπτοδείκτη. Είναι: $T_\lambda = 1 \text{ h}$.

Το μέτρο ω_λ της γωνιακής ταχύτητας του λεπτοδείκτη δίνεται από τη σχέση: $\omega_\lambda = \frac{2\pi}{T_\lambda}$ (2).

Έστω Δt το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συμπτώσεων των δύο δεικτών. Είναι:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = 2\pi \quad \text{ή} \quad \omega_\lambda \Delta t - \omega_\omega \Delta t = 2\pi \quad \text{ή} \quad \text{λόγω των σχέσεων (1) και (2):}$$

$$\frac{2\pi}{T_\lambda} \Delta t - \frac{2\pi}{T_\omega} \Delta t = 2\pi \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{T_\lambda T_\omega}{T_\lambda - T_\omega} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{12}{11} \text{ h}.$$

73. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Θεωρούμε τα κινητά (1) και (2) που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, τα οποία κινούνται πάνω στην ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας R , αντίρροπα, με γραμμικές ταχύτητες μέτρου v_1 και v_2 αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα κινητά (1) και (2) βρίσκονται στα αντιδιαμετρικά σημεία A και B της κυκλικής τροχιάς τους που φαίνονται στο σχήμα.

Έστω s_1 το μήκος του τόξου που διαγράφει το κινητό (1) και s_2 το μήκος του τόξου που διαγράφει το κινητό (2) στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t στην οποία τα δύο κινητά συναντιούνται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$.

$$\text{Είναι: } s_1 + s_2 = \pi R \quad \text{ή} \quad v_1 \Delta t + v_2 \Delta t = \pi R \quad \text{ή} \quad 2\pi R f_1 t + 2\pi R f_2 t = \pi R \quad \text{ή} \quad t = \frac{1}{2(f_1 + f_2)}.$$

74. Α. Σωστή επιλογή είναι η β.

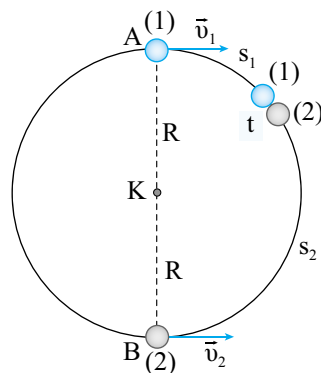
Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία τα δύο σώματα συναντιούνται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ ισχύει: $s_1 - s_2 = 2\pi R$ ή $v_1 t_1 - v_2 t_1 = 2\pi R$ ή $2\pi R f_1 t_1 - 2\pi R f_2 t_1 = 2\pi R$

$$\text{ή} \quad t_1 = \frac{1}{f_1 - f_2}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η α.

Τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία τα δύο σώματα συναντιούνται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$, ισχύει: $s_1 + s_2 = 2\pi R$ ή $v_1 \Delta t + v_2 \Delta t = 2\pi R$ ή $2\pi R f_1 t_2 + 2\pi R f_2 t_2 = 2\pi R$

$$\text{ή} \quad t_2 = \frac{1}{f_1 + f_2}.$$



75. Α. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Τα σημεία Α και Β εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Είναι: $N_1 = f_1 \Delta t$ (1) και $N_2 = f_2 \Delta t$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{f_1}{f_2}$ ή $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2}$ ή $N_2 = 2N_1$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η β.

Τα σημεία Α και Β εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με ακτίνες R_1 και R_2 αντίστοιχα. Επειδή ο ιμάντας δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες των δύο δίσκων, το μέτρο v_A της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α είναι ίσο με το μέτρο v_B της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Β ($v_B = v_A$).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Α δίνεται από τη σχέση: $\alpha_{\kappa(A)} = \frac{v_A^2}{R_1}$ (3).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Β δίνεται από τη σχέση: $\alpha_{\kappa(B)} = \frac{v_B^2}{R_2}$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \frac{R_2}{R_1}$ ή $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \frac{1}{2}$

ή $\alpha_{\kappa(B)} = 2\alpha_{\kappa(A)}$.

76. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Τα σημεία της περιφέρειας των μπροστινών τροχών του τρακτέρ εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\bar{\omega}_1$ και έχουν γραμμικές ταχύτητες ίδιου μέτρου. Το μέτρο των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων της περιφέρειας των μπροστινών τροχών του τρακτέρ ισούται με το μέτρο v της ταχύτητας του τρακτέρ. Δηλαδή είναι: $v = \omega_1 R_1$ (1).

Τα σημεία της περιφέρειας των πίσω τροχών του τρακτέρ εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\bar{\omega}_2$ και έχουν γραμμικές ταχύτητες ίδιου μέτρου. Το μέτρο των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων της περιφέρειας των πίσω τροχών του τρακτέρ ισούται με το μέτρο v της ταχύτητας του τρακτέρ. Δηλαδή είναι: $v = \omega_2 R_2$ (2).

Έστω f_1 η συχνότητα περιστροφής των μπροστινών τροχών του τρακτέρ και f_2 η συχνότητα περιστροφής των πίσω τροχών του. Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \quad \text{ή} \quad 2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2 \quad \text{ή} \quad f_1 = 2f_2 \quad \text{ή} \quad \frac{N_1}{\Delta t} = 2 \frac{N_2}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N_1 = 2N_2 \quad \text{ή} \quad N_2 = \frac{N_1}{2}.$$

77. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω R η ακτίνα της κυκλικής πλατείας και F_k το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο όχημα, όταν κινείται στην κυκλική πλατεία με ταχύτητα σταθερού μέτρου v . Είναι:

$$F_k = \frac{mv^2}{R} \quad (1), \text{ όπου } m \text{ η μάζα του οχήματος.}$$

Έστω F'_k το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο όχημα, όταν κινείται στην ίδια κυκλική πλατεία με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v' = 2v$. Είναι: $F'_k = \frac{mv'^2}{R}$ ή $F'_k = \frac{4mv^2}{R}$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $F'_k = 4F_k$.

78. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι, όταν βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και το πικάπ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } F_1 = \frac{mv_1^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad F_1 = \frac{m(\omega_1 R_1)^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad F_1 = m\omega_1^2 R_1 \quad (1), \text{ όπου } m \text{ η μάζα του ζαριού.}$$

Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι, όταν βρίσκεται σε απόσταση R_2 από το κέντρο του πικάπ και το πικάπ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_2 δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } F_2 = \frac{mv_2^2}{R_2} \quad \text{ή} \quad F_2 = \frac{m(\omega_2 R_2)^2}{R_2} \quad \text{ή} \quad F_2 = m\omega_2^2 R_2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 R_1}{\omega_2^2 R_2}$.

79. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η τάση $\vec{T}$ του νήματος που ασκείται στο σώμα δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Στην πρώτη περίπτωση, όπου το σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 , το νήμα κόβεται όταν το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται στο σώμα γίνει ίσο με το όριο θραύσης του T_θ . Τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν κοπεί το νήμα ισχύει:

$$T_\theta = \frac{mv_1^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad T_\theta = \frac{m(\omega_1 R_1)^2}{R_1} \quad \text{ή} \quad T_\theta = m\omega_1^2 R_1 \quad (1).$$

Στη δεύτερη περίπτωση, όπου το σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R' = R/2$ με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_2 , το νήμα κόβεται όταν το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται στο σώμα γίνει ξανά ίσο με όριο θραύσης του T_θ . Τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν κοπεί το νήμα ισχύει:

$$T_\theta = \frac{mv_2^2}{R'} \quad \text{ή} \quad T_\theta = \frac{m(\omega_2 R')^2}{R'} \quad \text{ή} \quad T_\theta = m\omega_2^2 R' \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$m\omega_1^2 R = m\omega_2^2 R' \quad \text{ή} \quad \omega_1^2 R = \omega_2^2 \frac{R}{2} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

80. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω v_A το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το κατώτερο σημείο Α της κυκλικής τροχιάς του. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Α είναι η δύναμη $\vec{F}_A$ από το νήμα και το βάρος του $\vec{w}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη διεύθυνση της επιβατικής του ακτίνας στο σημείο Α δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Δηλαδή

$$\text{είναι: } \Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F_A - w = \frac{mv_A^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad F_A = \frac{mv_A^2}{\ell} + mg \quad (1).$$

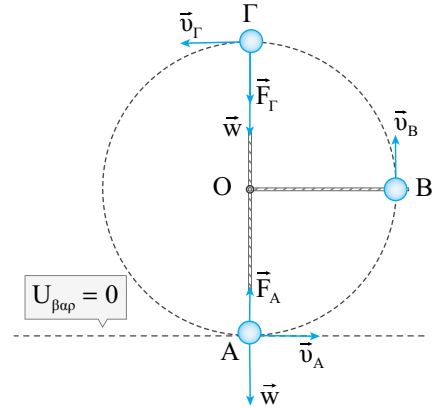
Έστω v_Γ το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το ανώτερο σημείο Γ της κυκλικής τροχιάς του. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Γ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α, έχουμε:

$$E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_\Gamma^2 + mg2\ell \quad \text{ή} \quad v_\Gamma = \sqrt{v_A^2 - 4g\ell} \quad (2).$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το ανώτερο σημείο Γ της κυκλικής τροχιάς του είναι η δύναμη $\vec{F}_\Gamma$ από το νήμα και το βάρος του $\vec{w}$. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη διεύθυνση της επιβατικής του ακτίνας στο σημείο Γ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Δηλαδή είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma + w = \frac{mv_\Gamma^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma = \frac{mv_\Gamma^2}{\ell} - mg \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2)} \quad F_\Gamma = \frac{mv_A^2}{\ell} - 5mg \quad (3).$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει: $F_A > F_\Gamma$.



ΘΕΜΑΤΑ Γ

81. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

α. $f = 0,5 \text{ Hz}$.

β. $v = 4\pi \text{ m/s}$.

γ. $\omega = \pi \text{ rad/s}$.

δ. $N = 5 \text{ περιφορές}$.

82. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

α. $f = 2 \text{ Hz}$, $T = 0,5 \text{ s}$.

β. $v = 0,4\pi \text{ m/s}$.

γ. $\omega = 4\pi \text{ rad/s}$.

δ. $s = 4\pi \text{ m}$.

83. α. Έστω f η συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σώμα. Είναι:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}.$$

Η περίοδος T της κυκλικής κίνησης του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ή} \quad T = \frac{1}{f} \quad \text{ή} \quad T = 0,2\pi \text{ s}.$$

β. Έστω N το πλήθος των περιφορών που εκτελεί το σώμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 10\pi \text{ s}$.

Είναι: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $N = f\Delta t$ ή $N = 50 \text{ περιφορές}$.

γ. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $v = 20 \text{ m/s}$.

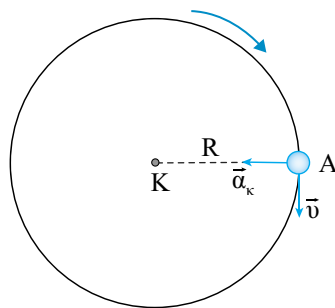
δ. Έστω a_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι:

$$a_k = \frac{v^2}{R} \quad \text{ή} \quad a_k = 200 \text{ m/s}^2.$$

84. α. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος Σ τις χρονικές στιγμές στις οποίες διέρχεται από το σημείο A της κυκλικής τροχιάς του.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad v = 2\pi Rf \quad \text{ή} \quad v = 5\pi \text{ m/s}.$$



β. Στο προηγούμενο σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ τις χρονικές στιγμές στις οποίες διέρχεται από το σημείο Α. Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ υπολογίζεται από τη σχέση: $\alpha_{\kappa} = \frac{v^2}{R}$ ή $\alpha_{\kappa} = 500 \text{ m/s}^2$.

γ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$.
Έστω $\Delta\theta$ η επίκεντρη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\Delta\theta = \omega\Delta t$ ή $\Delta\theta = 20\pi \text{ rad}$.

δ. Έστω s το μήκος του τόξου που διαγράφει το σώμα Σ στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad s = v\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 10\pi \text{ m.}$$

85. α. Επειδή το σώμα ολοκληρώνει μία πλήρη περιφορά σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,1\pi \text{ s}$, η περίοδος T της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί είναι: $T = \Delta t$ ή $T = 0,1\pi \text{ s}$.

Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{1}{T}$ ή $f = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$.

β. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ ή $v = 20 \text{ m/s}$.

Έστω α_{κ} το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $\alpha_{\kappa} = \frac{v^2}{R}$ ή

$$\alpha_{\kappa} = 400 \text{ m/s}^2.$$

γ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 20 \text{ rad/s}$.

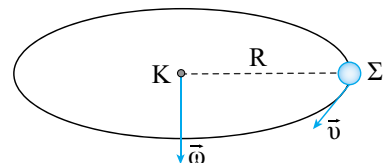
δ. Έστω N το πλήθος των περιφορών που εκτελεί το σώμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 20\pi \text{ s}$.

Είναι: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $N = f\Delta t$ ή $N = 200 \text{ περιφορές}$.

86. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

α. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ του σώματος. Το μέτρο της είναι:

$$\omega = 20 \text{ rad/s.}$$



$$\beta. f = \frac{10}{\pi} \text{ Hz.}$$

$$\gamma. a_{\kappa} = 160 \text{ m/s}^2.$$

$$\delta. \Delta t = 10\pi \text{ s.}$$

87. α. Επειδή το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος είναι σταθερό, η κίνηση που εκτελεί το σώμα Σ είναι ομαλή κυκλική. Έστω υ το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \frac{s}{\Delta t}$ ή $v = 20 \text{ m/s}$.

β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$.

γ. Η συχνότητα f της κυκλικής κίνησης του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = 2\pi f$ ή $f = 5 \text{ Hz}$.

Έστω Ν το πλήθος των περιφορών που εκτελεί το σώμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t' = 20 \text{ s}$. Είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t'} \quad \text{ή} \quad N = f\Delta t' \quad \text{ή} \quad N = 100 \text{ περιφορές.}$$

δ. Έστω Δθ η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt'. Είναι:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t'} \quad \text{ή} \quad \Delta\theta = 200\pi \text{ rad.}$$

88. α. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\omega = 5\pi \text{ rad/s}$.

β. Έστω Τ η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $T = 0,4 \text{ s}$.

γ. Η ακτίνα της κυκλικής κίνησης του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \omega R$ ή $R = 2 \text{ m}$.

δ. Έστω a_{κ} το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $a_{\kappa} = \frac{v^2}{R}$ ή $a_{\kappa} = 500 \text{ m/s}^2$.

89. α. Έστω υ το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

$$\text{Είναι: } a_{\kappa} = \frac{v^2}{R} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{a_{\kappa} R} \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s.}$$

β. Έστω f η συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σώμα Σ. Είναι:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad v = 2\pi Rf \quad \text{ή} \quad f = \frac{2,5}{\pi} \text{ Hz.}$$

γ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

Έστω $\Delta\theta$ η επίκεντρη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\Delta\theta = \omega\Delta t$ ή $\Delta\theta = 10\pi \text{ rad}$.

δ. Έστω T' η νέα περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σώμα. Είναι:

$$T' = 2T \quad \text{ή} \quad T' = 2\frac{1}{f} \quad \text{ή} \quad T' = 0,8\pi \text{ s}.$$

Έστω v' το νέο μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v' = \frac{2\pi R}{T'}$ ή $v' = 5 \text{ m/s}$.

Έστω α'_k το νέο μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $\alpha'_k = \frac{v'^2}{R}$

$$\text{ή} \quad \alpha'_k = 12,5 \text{ m/s}^2.$$

Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta\alpha_k = \alpha'_k - \alpha_k$ ή $\Delta\alpha_k = -37,5 \text{ m/s}^2$.

90. α. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των γραμμικών ταχυτήτων $\vec{v}$ και $\vec{v}'$ και των κεντρομόλων επιταχύνσεων $\vec{\alpha}_k$ και $\vec{\alpha}'_k$ του σώματος Σ στα σημεία A και B αντίστοιχα.

β. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ .

$$\text{Είναι: } \alpha_k = \frac{v^2}{R} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\alpha_k R} \quad \text{ή} \quad v = 2 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω T η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτε-

λεί το σώμα Σ . Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ ή $T = \frac{2\pi R}{v}$ ή $T = 0,1\pi \text{ s}$.

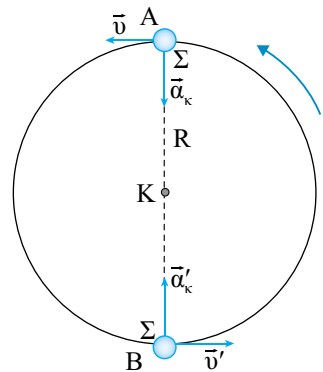
Το ελάχιστο χρονικό διάστημα κίνησης του σώματος Σ από το σημείο A στο σημείο B. Είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,05\pi \text{ s}.$$

δ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ . Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 20 \text{ rad/s}$.

Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα στο οποίο η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ διαγράφει επίκε-

ντρη γωνία $\Delta\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$. Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t'}$ ή $\Delta t' = \frac{\Delta\theta}{\omega}$ ή $\Delta t' = 0,075\pi \text{ s}$.



91. α. Το μέτρο v της γραμμικής ταχύτητας του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \omega R \quad \text{ή} \quad v = 2\pi \text{ m/s.}$$

β. Το μέτρο a_k της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$a_k = \frac{v^2}{R} \quad \text{ή} \quad a_k = 100 \text{ m/s}^2.$$

γ. Έστω s το μήκος του τόξου που διαγράφει το σώμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad s = v\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 4\pi \text{ m.}$$

δ. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ ή $v = 2\pi Rf$
ή $f = 2,5 \text{ Hz}$.

Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα στο οποίο το σώμα εκτελεί $N = 10$ περιφορές. Είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t'} \quad \text{ή} \quad \Delta t' = \frac{N}{f} \quad \text{ή} \quad \Delta t' = 4 \text{ s.}$$

92. α. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $f = 2 \text{ Hz}$.

Έστω T η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{1}{T}$ ή $T = \frac{1}{f}$ ή $T = 0,5 \text{ s}$.

β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 4\pi \text{ rad/s}$.

Το μέτρο v της γραμμικής ταχύτητας του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \frac{s}{\Delta t}$

$$\text{ή} \quad v = 2\pi \text{ m/s.}$$

γ. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \omega R$ ή $R = 0,5 \text{ m}$.

Έστω a_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $a_k = \frac{v^2}{R}$ ή $a_k = 80 \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω $\Delta\theta$ η επίκεντρη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\Delta\theta = \omega\Delta t$ ή $\Delta\theta = 240\pi \text{ rad}$.

93. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \frac{s}{\Delta t}$ ή $v = 2 \text{ m/s}$.

β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$.

γ. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \omega R$ ή $R = \frac{1}{\pi} \text{ m}$.

Έστω a_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $a_k = \frac{v^2}{R}$ ή $a_k = 4\pi \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $\omega = 2\pi f$ ή $f = 1 \text{ Hz}$.

Το πλήθος N των περιφορών που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$ υπολογίζεται από τη σχέση: $f = \frac{N}{\Delta t'}$ ή $N = f\Delta t'$ ή $N = 20 \text{ περιφορές}$.

94. α. Είναι: $v = \frac{s}{\Delta t}$ ή $v = \frac{s}{T}$ ή $T = \frac{s}{v}$ ή $T = 0,2\pi \text{ s}$.

Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{1}{T}$ ή $f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$.

β. Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ ή $R = 0,5 \text{ m}$.

γ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 10 \text{ rad/s}$

Έστω a_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $a_k = \frac{v^2}{R}$ ή $a_k = 50 \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω v' το μέτρο της νέας γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v' = 2v$ ή $v' = 10 \text{ m/s}$.

Έστω f' η νέα συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σώμα. Είναι:

$$v' = \frac{2\pi R}{T'} \quad \text{ή} \quad v' = 2\pi R f' \quad \text{ή} \quad f' = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}.$$

Η ζητούμενη μεταβολή της συχνότητας είναι: $\Delta f = f' - f$ ή $\Delta f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$.

Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα στο οποίο το σώμα εκτελεί $N = 100$ περιφορές. Είναι:

$$N = f' \Delta t' \quad \text{ή} \quad \Delta t' = \frac{N}{f'} \quad \text{ή} \quad \Delta t' = 10\pi \text{ s}.$$

95. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος και α_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσής του. Είναι: $\alpha_k = \frac{v^2}{R}$ ή $R = 4 \text{ m}$.

β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

γ. Έστω T η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $T = 0,4\pi \text{ s}$.

Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{1}{T}$ ή $f = \frac{2,5}{\pi} \text{ Hz}$.

δ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το σώμα εκτελεί $N = 50$ περιφορές. Είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{N}{f} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 20\pi \text{ s}.$$

Έστω s το μήκος του τόξου που διαγράφει το σώμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad s = v\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 400\pi \text{ m}.$$

ε. Έστω α'_k το μέτρο της νέας κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $\alpha'_k = 25 \text{ m/s}^2$.

Έστω v' το μέτρο της νέας γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι:

$$\alpha'_k = \frac{v'^2}{R} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\alpha'_k R} \quad \text{ή} \quad v' = 10 \text{ m/s}.$$

Έστω f' η νέα συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι:

$$v' = \frac{2\pi R}{T'} \quad \text{ή} \quad v' = 2\pi R f' \quad \text{ή} \quad f' = \frac{1,25}{\pi} \text{ Hz}.$$

Έστω N' το πλήθος των περιφορών που εκτελεί το σώμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t' = 4\pi \text{ s}$.

Είναι: $f' = \frac{N'}{\Delta t'}$ ή $N' = f'\Delta t'$ ή $N' = 5$ περιφορές.

96. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.

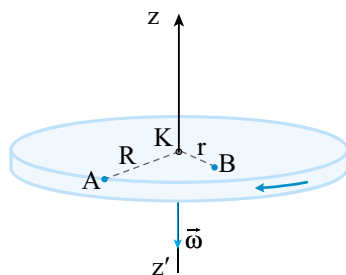
α. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας του σημείου A. Το μέτρο της είναι: $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

β. $v_A = 5 \text{ m/s}$.

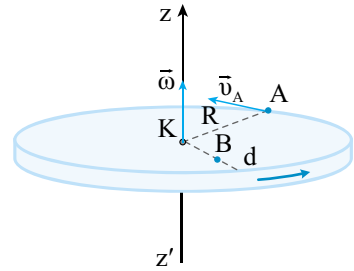
γ. $a_{k(B)} = 20 \text{ m/s}^2$.

δ. $s_B = 4 \text{ m}$.

ε. $\Delta\theta = 40\pi \text{ rad}$.



97. α. Όλα τα σημεία του δίσκου, εκτός από το κέντρο του K, εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα ίση με τη γωνιακή ταχύτητα $\bar{\omega}$ του δίσκου. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας του σημείου A.



Το σημείο A εκτελεί $N = 480$ περιφορές σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 120$ s. Έστω f η συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης του σημείου A. Είναι: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $f = 4$ Hz.

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σημείου A υπολογίζεται από τη σχέση:

$\omega = 2\pi f$ ή $\omega = 8\pi$ rad/s.

β. Έστω v_A το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου A. Είναι: $v_A = \omega R$ (1).

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου A δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{\kappa(A)} = \frac{v_A^2}{R} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } \alpha_{\kappa(A)} = \omega^2 R \quad \text{ή } R = 1 \text{ m.}$$

γ. Στο παραπάνω σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας $\bar{v}_A$ του σημείου A. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $v_A = 8\pi$ m/s.

δ. Η ακτίνα της ομαλής κυκλικής κίνησης του σημείου B είναι: $r = R - d$ ή $r = 0,6$ m.

Έστω v_B το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου B. Είναι: $v_B = \omega r$ ή $v_B = 4,8\pi$ m/s.

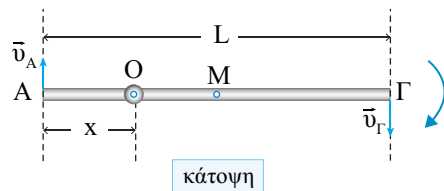
Έστω $\alpha_{\kappa(B)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου B. Είναι:

$$\alpha_{\kappa(B)} = \frac{v_B^2}{r} \quad \text{ή } \alpha_{\kappa(B)} = 384 \text{ m/s}^2.$$

98. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. $v_\Gamma = 20$ m/s. **β.** $\alpha_{\kappa(A)} = 280$ m/s². **γ.** $s = 50$ m. **δ.** $\Delta\theta = 100$ rad.

99. α. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των γραμμικών ταχυτήτων $\bar{v}_A$ και $\bar{v}_\Gamma$ των άκρων A και Γ αντίστοιχα της ράβδου.



β. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου A της ράβδου δίνεται από τη σχέση: $v_A = \omega x$ (1).

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου Γ της ράβδου δίνεται από τη σχέση:

$$v_{\Gamma} = \omega(L - x) \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{v_A}{v_{\Gamma}} = \frac{x}{L - x} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{3} = \frac{x}{L - x} \quad \text{ή} \quad 3x = L - x \quad \text{ή} \quad x = \frac{L}{4} \quad \text{ή} \quad x = 0,5 \text{ m}.$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

γ. Έστω f η συχνότητα περιστροφής της ράβδου. Είναι: $\omega = 2\pi f$ ή $f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$.

Το πλήθος N των περιφορών που εκτελεί το άκρο Α της ράβδου στο χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τη σχέση: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $N = f\Delta t$ ή $N = 100 \text{ περιφορές}$.

δ. Το μέσον Μ της ράβδου εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας: $r_M = \frac{L}{2} - x$, με γραμμική ταχύτητα σταθερού μέτρου v_M .

Έστω $\alpha_{\kappa(M)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του μέσου Μ της ράβδου. Είναι:

$$\alpha_{\kappa(M)} = \frac{v_M^2}{r_M} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(M)} = \frac{(\omega r_M)^2}{r_M} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(M)} = \omega^2 r_M \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(M)} = \omega^2 \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(M)} = 50 \text{ m/s}^2.$$

ε. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Μ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_M = \omega r_M \quad \text{ή} \quad v_M = \omega \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad \text{ή} \quad v_M = 5 \text{ m/s}.$$

Έστω s_M το μήκος του τόξου που διανύει το μέσον Μ της ράβδου στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$.

$$\text{Είναι: } s_M = v_M \Delta t' \quad \text{ή} \quad s_M = 20 \text{ m}.$$

100. α. Το σημείο Α της περιφέρειας ενός από τους τροχούς του αυτοκινήτου εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R με κέντρο το κέντρο του τροχού. Το μέτρο v_A της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α είναι ίσο με το μέτρο v της ταχύτητας του αυτοκινήτου. Συνεπώς, ισχύει: $v_A = v$ ή $v_A = 20 \text{ m/s}$.

β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σημείου Α. Είναι: $v_A = \omega R$ ή $\omega = 25 \text{ rad/s}$.

γ. Έστω α_{κ} το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Α. Είναι: $\alpha_{\kappa} = \frac{v_A^2}{R}$ ή $\alpha_{\kappa} = 500 \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το αυτοκίνητο διανύει διάστημα $s = 1.000\pi$ m. Είναι:

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 50\pi \text{ s.}$$

Έστω f η συχνότητα της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σημείο Α. Είναι:

$$\omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad f = \frac{12,5}{\pi} \text{ Hz.}$$

Το πλήθος N των περιφορών που εκτελεί το σημείο Α στο χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τη σχέση: $N = f\Delta t$ ή $N = 625$ περιφορές.

101. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $\omega_1 = 15\pi \text{ rad/s}, \omega_2 = 5\pi \text{ rad/s.}$

β. $a_{\kappa(1)} = 450\pi \text{ m/s}^2, a_{\kappa(2)} = 50\pi \text{ m/s}^2.$

γ. $t_1 = 0,1 \text{ s.}$

δ. $s_1 = 3 \text{ m}, s_2 = 1 \text{ m.}$

102. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.

α. $T_1 = 0,05\pi \text{ s}, T_2 = 0,1\pi \text{ s.}$

β. $v_1 = 20 \text{ m/s}, v_2 = 10 \text{ m/s.}$

γ. $t_1 = 0,1\pi \text{ s.}$

δ. $\Delta\theta_1 = 4\pi \text{ rad}, \Delta\theta_2 = 2\pi \text{ rad.}$

103. α. Είναι: $s_1 - s_2 = 2\pi R$ ή $v_1\Delta t_1 - v_2\Delta t_1 = 2\pi R$ ή $\Delta t_1 = 6 \text{ s.}$

β. Είναι: $s_1 = v_1\Delta t_1$ ή $s_1 = 24 \text{ m}$ και $s_2 = v_2\Delta t_1$ ή $s_2 = 12 \text{ m.}$

γ. Είναι: $s_1 + s_2 = 2\pi R$ ή $v_1\Delta t_2 + v_2\Delta t_2 = 2\pi R$ ή $\Delta t_2 = 2 \text{ s.}$

δ. Το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_1 = \omega_1 R \quad \text{ή} \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s.}$$

Η επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_1$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ_1 στο χρονικό διάστημα Δt_2 είναι: $\Delta\theta_1 = \omega_1\Delta t_2$ ή $\Delta\theta_1 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad.}$

Το μέτρο ω_2 της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_2 υπολογίζεται από τη σχέση: $v_2 = \omega_2 R$

$$\text{ή} \quad \omega_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s.}$$

Η επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_2$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ_2 στο χρονικό διάστημα Δt_2 είναι: $\Delta\theta_2 = \omega_2 \Delta t_2$ ή $\Delta\theta_2 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$.

104. α. Έστω s_1 και s_2 τα μήκη των τόξων που διαγράφουν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$s_1 + s_2 = 2\pi R \quad \text{ή} \quad v_1 t_1 + v_2 t_1 = 2\pi R \quad \text{ή} \quad R = 2 \text{ m}.$$

β. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_1 . Είναι: $v_1 = \omega_1 R$ ή $\omega_1 = 2 \text{ rad/s}$.

Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_2 . Είναι: $v_2 = \omega_2 R$ ή $\omega_2 = 3 \text{ rad/s}$.

γ. Έστω $a_{\kappa(1)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 . Είναι: $a_{\kappa(1)} = \frac{v_1^2}{R}$
ή $a_{\kappa(1)} = 8 \text{ m/s}^2$.

Έστω $a_{\kappa(2)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_2 . Είναι: $a_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{R}$
ή $a_{\kappa(2)} = 18 \text{ m/s}^2$.

δ. Είναι: $s_2 - s_1 = 2\pi R$ ή $v_2 t_2 - v_1 t_2 = 2\pi R$ ή $t_2 = 2\pi \text{ s}$.

105. α. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_1 . Είναι: $\omega_1 = \frac{\Delta\theta_1}{\Delta t}$
ή $\omega_1 = \frac{\Delta\theta_1}{t_1}$ ή $\omega_1 = 0,8\pi \text{ rad/s}$.

Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ_1 . Είναι: $v_1 = \omega_1 R$ ή $v_1 = 0,4 \text{ m/s}$.

β. Έστω v_2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ_2 . Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία τα δύο σώματα συναντιούνται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ ισχύει:

$$s_1 + s_2 = 2\pi R \quad \text{ή} \quad v_1 t_1 + v_2 t_1 = 2\pi R \quad \text{ή} \quad v_2 = 0,1 \text{ m/s}.$$

Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_2 . Είναι: $v_2 = \omega_2 R$ ή $\omega_2 = 0,2\pi \text{ rad/s}$.

γ. Έστω $a_{\kappa(2)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_2 . Είναι: $a_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{R}$
ή $a_{\kappa(2)} = 0,02\pi \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω s_2 το μήκος του τόξου που διανύει το σώμα Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s_2 = v_2 t_1$ ή $s_2 = 0,2 \text{ m}$.

106. α. Έστω s_1 και s_2 τα μήκη των τόξων που διαγράφουν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s_1 - s_2 = 4\pi R$ ή $v_1 t_1 - v_2 t_1 = 4\pi R$ ή $t_1 = 16 \text{ s}$.

β. Είναι: $s_1 = v_1 t_1$ ή $s_1 = 80 \text{ m}$ και $s_2 = v_2 t_1$ ή $s_2 = 48 \text{ m}$.

γ. Έστω s'_1 και s'_2 τα μήκη των τόξων που διανύουν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $s'_1 + s'_2 = 4\pi R$ ή $v_1 t_2 + v_2 t_2 = 4\pi R$ ή $t_2 = 4 \text{ s}$.

δ. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_1 . Είναι: $v_1 = \omega_1 R$ ή $\omega_1 = \frac{5\pi}{8} \text{ rad/s}$. Η επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_1$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ_1 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι: $\Delta\theta_1 = \omega_1 t_2$ ή $\Delta\theta_1 = \frac{5\pi}{2} \text{ rad}$.

Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ_2 . Είναι: $v_2 = \omega_2 R$ ή $\omega_2 = \frac{3\pi}{8} \text{ rad/s}$. Η επίκεντρη γωνία $\Delta\theta_2$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του σώματος Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι: $\Delta\theta_2 = \omega_2 t_2$ ή $\Delta\theta_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$.

107. α. Είναι: $v_1 = \frac{2\pi R}{T_1}$ ή $v_1 = 2\pi R f_1$ ή $v_1 = 12\pi \text{ m/s}$.

$v_2 = \frac{2\pi R}{T_2}$ ή $v_2 = 2\pi R f_2$ ή $v_2 = 8\pi \text{ m/s}$.

β. Έστω $\alpha_{\kappa(1)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 . Είναι: $\alpha_{\kappa(1)} = \frac{v_1^2}{R}$ (1).

Έστω $\alpha_{\kappa(2)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_2 . Είναι: $\alpha_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{R}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\alpha_{\kappa(1)}}{\alpha_{\kappa(2)}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2$ ή $\frac{\alpha_{\kappa(1)}}{\alpha_{\kappa(2)}} = 2,25$.

γ. Έστω s_1 και s_2 τα μήκη των τόξων που διαγράφουν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s_1 = v_1 t_1$ (1) και $s_2 = v_2 t_1$ (2).

Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει: $s_1 + s_2 = \pi R$ ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$v_1 t_1 + v_2 t_1 = \pi R \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,1 \text{ s.}$$

δ. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στις σχέσεις (1) και (2) προκύπτουν:

$$s_1 = 1,2\pi \text{ m και } s_2 = 0,8\pi \text{ m.}$$

108. α. Έστω T_1 η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος Σ_1 . Είναι: $v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}$

$$\text{ή } T_1 = 2 \text{ s.}$$

Έστω T_2 η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος Σ_2 . Είναι: $v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$ ή $T_2 = 6 \text{ s.}$

β. Έστω N_1 και N_2 το πλήθος των περιφορών που εκτελούν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $t_1 = N_1 T_1$ (1) και $t_1 = N_2 T_2$ (2).

$$\text{Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: } N_1 T_1 = N_2 T_2 \quad \text{ή} \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{ή} \quad \frac{N_1}{N_2} = 3.$$

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία τα δύο σώματα συναντιούνται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ ισχύει: $N_1 = 3$ περιφορές και $N_2 = 1$ περιφορά.

γ. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) έχουμε: $t_1 = 6 \text{ s.}$

δ. Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 δίνεται από τη σχέση:

$$a_{\kappa(1)} = \frac{v_1^2}{R_1} \quad (3).$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ_2 δίνεται από τη σχέση: $a_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{R_2}$ (4).

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: } \frac{a_{\kappa(1)}}{a_{\kappa(2)}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ή} \quad \frac{a_{\kappa(1)}}{a_{\kappa(2)}} = 12.$$

109. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

$$\alpha. T_{\omega} = 12 \text{ h, } T_{\lambda} = 1 \text{ h.} \quad \beta. t_1 = \frac{12}{11} \text{ h.} \quad \gamma. t_2 = \frac{3}{11} \text{ h.} \quad \delta. t_3 = \frac{1}{11} \text{ h.}$$

110. α. Η περίοδος της στροφικής κίνησης του ωροδείκτη είναι: $T_1 = 12 \text{ h}$, ενώ η περίοδος της στροφικής κίνησης του λεπτοδείκτη είναι: $T_2 = 1 \text{ h}$.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του ελεύθερου άκρου του ωροδείκτη δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2\pi\ell_1}{T_1} \quad (1).$$

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του ελεύθερου άκρου του λεπτοδείκτη δίνεται από τη σχέση:

$$v_2 = \frac{2\pi\ell_2}{T_2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\ell_2 T_1}{\ell_1 T_2}$ ή $\frac{v_2}{v_1} = 18$.

β. Το μέτρο $a_{\kappa(1)}$ της κεντρομόλου επιτάχυνσης του ελεύθερου άκρου του ωροδείκτη δίνεται από

$$\text{τη σχέση: } a_{\kappa(1)} = \frac{v_1^2}{\ell_1} \quad (3).$$

Το μέτρο $a_{\kappa(2)}$ της κεντρομόλου επιτάχυνσης του ελεύθερου άκρου του λεπτοδείκτη δίνεται από

$$\text{τη σχέση: } a_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{\ell_2} \quad (4).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (3) έχουμε: $\frac{a_{\kappa(2)}}{a_{\kappa(1)}} = \frac{v_2^2 \ell_1}{v_1^2 \ell_2}$ ή $\frac{a_{\kappa(2)}}{a_{\kappa(1)}} = 216$.

γ. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9, ερωτ. β: $\Delta t = \frac{12}{11} \text{ h}$.

δ. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9, ερωτ. γ: $\Delta t = \frac{2}{11} \text{ h}$.

111. α. Είναι: $\omega = \frac{\Delta\theta}{t_1}$ ή $t_1 = \frac{\Delta\theta}{\omega}$ ή $t_1 = 0,01\pi \text{ s}$.

β. Επειδή το βλήμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει: $v = \frac{d}{t_1}$ ή $v = \frac{200}{\pi} \text{ m/s}$.

γ. Έστω v_A το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α. Είναι: $v_A = \omega r$ ή $v_A = 5 \text{ m/s}$.

δ. Έστω $a_{\kappa(A)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Α. Είναι: $a_{\kappa(A)} = \frac{v_A^2}{r}$

ή $a_{\kappa(A)} = 125 \text{ m/s}^2$.

112. α. Έστω f_2 η συχνότητα περιστροφής του τροχού (2). Είναι: $f_2 = \frac{N_2}{\Delta t}$ ή $f_2 = 30 \text{ Hz}$.

Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού (2). Είναι: $\omega_2 = 2\pi f_2$ ή $\omega_2 = 60\pi \text{ rad/s}$.

β. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού (1). Επειδή οι δύο τροχοί δεν ολισθαίνουν ο ένας σε σχέση με τον άλλον, το μέτρο v_1 της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του τροχού (1) είναι ίσο με το μέτρο v_2 της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του τροχού (2). Δηλαδή είναι:

$$v_1 = v_2 \text{ ή } \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \text{ ή } \omega_1 = \frac{\omega_2 R_2}{R_1} \text{ ή } \omega_1 = 20\pi \text{ rad/s.}$$

γ. Έστω f_1 η συχνότητα περιστροφής του τροχού (1). Είναι: $\omega_1 = 2\pi f_1$ ή $f_1 = 10 \text{ Hz}$.

Το πλήθος N_1 των περιστροφών που εκτελεί ο τροχός (1) στο χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται

από τη σχέση: $f_1 = \frac{N_1}{\Delta t}$ ή $N_1 = f_1 \Delta t$ ή $N_1 = 100$ περιστροφές.

δ. Είναι: $\alpha_{\kappa(1)} = \frac{v_1^2}{R_1}$ (1) και $\alpha_{\kappa(2)} = \frac{v_2^2}{R_2}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{\alpha_{\kappa(1)}}{\alpha_{\kappa(2)}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \frac{R_2}{R_1} \text{ ή } \frac{\alpha_{\kappa(1)}}{\alpha_{\kappa(2)}} = \frac{R_2}{R_1} \text{ ή } \frac{\alpha_{\kappa(1)}}{\alpha_{\kappa(2)}} = \frac{1}{3}.$$

113. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 10.

α. $\omega_1 = 20\pi \text{ rad/s}$.

β. $v_1 = 40\pi \text{ m/s}$.

γ. $v_2 = 40\pi \text{ m/s}$, $\omega_2 = 40\pi \text{ rad/s}$.

δ. $\frac{\alpha_{\kappa(A)}}{\alpha_{\kappa(B)}} = \frac{1}{2}$.

ε. $N_2 = 40$ περιστροφές.

114. α. Έστω v_A το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Α. Είναι:

$$\alpha_{\kappa(A)} = \frac{v_A^2}{R_1} \text{ ή } v_A = \sqrt{\alpha_{\kappa(A)} R_1} \text{ ή } v_A = 4 \text{ m/s.}$$

β. Έστω f_1 η συχνότητα περιστροφής του δίσκου (1). Είναι: $v_A = \frac{2\pi R_1}{T_1}$ ή $v_A = 2\pi R_1 f_1$

ή $f_1 = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$.

γ. Έστω v_B το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Β της περιφέρειας του δίσκου (2).

$$\text{Είναι: } v_B = v_A \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi R_2}{T_2} = v_A \quad \text{ή} \quad 2\pi R_2 f_2 = v_A \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{20}{\pi} \text{ Hz.}$$

δ. Έστω $\alpha_{\kappa(B)}$ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου Β. Είναι:

$$\alpha_{\kappa(B)} = \frac{v_B^2}{R_2} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(B)} = \frac{v_A^2}{R_2} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa(B)} = 160 \text{ m/s}^2.$$

ε. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο ο δίσκος (2) εκτελεί N_2 περιστροφές. Είναι:

$$f_2 = \frac{N_2}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{N_2}{f_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2\pi \text{ s.}$$

Έστω N_1 το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος (1) στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$f_1 = \frac{N_1}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N_1 = f_1 \Delta t \quad \text{ή} \quad N_1 = 10 \text{ περιστροφές.}$$

115. α. Όλα τα σημεία της περιφέρειας των μπροστινών και των πίσω τροχών του τρακτέρ εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με γραμμικές ταχύτητες ίδιου μέτρου, που είναι ίσες με το μέτρο v της ταχύτητας του τρακτέρ. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας των μπροστινών τροχών του τρακτέρ. Είναι: $v = \omega_1 R_1$ ή $\omega_1 = 20 \text{ rad/s.}$

β. Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας των πίσω τροχών του τρακτέρ. Είναι:

$$v = \omega_2 R_2 \quad \text{ή} \quad \omega_2 = 10 \text{ rad/s.}$$

γ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το τρακτέρ διανύει διάστημα $s = 20.000\pi \text{ m.}$ Είναι:

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2.000\pi \text{ s.}$$

Έστω f_1 η συχνότητα περιστροφής των μπροστινών τροχών του τρακτέρ. Είναι:

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{10}{\pi} \text{ Hz.}$$

Έστω N_1 το πλήθος των περιστροφών που εκτελούν οι μπροστινοί τροχοί του τρακτέρ στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$f_1 = \frac{N_1}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N_1 = f_1 \Delta t \quad \text{ή} \quad N_1 = 20.000 \text{ περιστροφές.}$$

δ. Έστω f_2 η συχνότητα περιστροφής των πίσω τροχών του τρακτέρ. Είναι:

$$\omega_2 = 2\pi f_2 \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{5}{\pi} \text{ Hz.}$$

Έστω N_2 το πλήθος των περιστροφών που εκτελούν οι πίσω τροχοί του τρακτέρ σε χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$f_2 = \frac{N_2}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N_2 = f_2 \Delta t \quad \text{ή} \quad N_2 = 10.000 \text{ περιστροφές.}$$

116. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 11.

α. $v = 10 \text{ m/s.}$ **β.** $\omega = 10\pi \text{ rad/s.}$ **γ.** $a_\kappa = 100\pi \text{ m/s}^2.$ **δ.** $F_\kappa = 50\pi \text{ N.}$

117. α. Έστω T η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $T = 0,2\pi \text{ s.}$

β. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v = \omega R$ ή $v = 2 \text{ m/s.}$

γ. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $f = \frac{1}{T}$ ή $f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz.}$

Έστω N το πλήθος των περιφορών που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:
 $N = f \Delta t$ ή $N = 20 \text{ περιφορές.}$

δ. Έστω F_κ το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα. Είναι:

$$F_\kappa = \frac{mv^2}{R} \quad \text{ή} \quad F_\kappa = 40 \text{ N.}$$

118. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 12.

α. $v = 4 \text{ m/s.}$ **β.** $T = 0,2\pi \text{ s.}$ **γ.** $\Delta t = 10\pi \text{ s.}$ **δ.** $N = 50 \text{ περιφορές.}$

119. α. Έστω a_κ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος. Είναι: $F_\kappa = ma_\kappa$
 ή $a_\kappa = 100 \text{ m/s}^2.$

β. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $a_\kappa = \frac{v^2}{R}$ ή $R = \frac{v^2}{a_\kappa}$
 ή $R = 4 \text{ m.}$

γ. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος. Είναι: $v = \frac{2\pi R}{T}$ ή $v = 2\pi Rf$

$$\text{ή} \quad f = \frac{2,5}{\pi} \text{ Hz.}$$

δ. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $\omega = 2\pi f$ ή $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

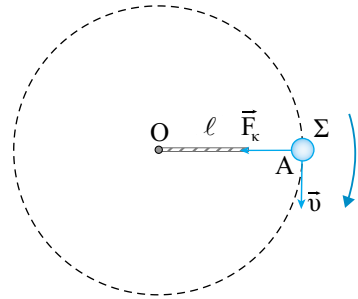
Η επίκεντρη γωνία $\Delta\theta$ που διαγράφει το σώμα στο χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ή $\Delta\theta = \omega\Delta t$ ή $\Delta\theta = 20\pi \text{ rad}$.

120. α. Έστω T η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος Σ . Είναι: $v = \frac{2\pi\ell}{T}$ ή $T = 0,1\pi \text{ s}$.

β. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της κεντρομόλου δύναμης $\vec{F}_k$ που ασκείται στο σώμα Σ στη θέση Α.

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_k = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad F_k = 200 \text{ N}.$$



κάτοψη

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ στο σημείο Α είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το δάπεδο και η τάση του νήματος $\vec{T}$, η οποία έχει κάθε χρονική στιγμή τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας του σώματος και φορά προς το κέντρο Ο της κυκλικής τροχιάς του. Επομένως, η τάση του νήματος $\vec{T}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

δ. Επειδή η τάση του νήματος $\vec{T}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη ισχύει: $T = F_k$ ή $T = 200 \text{ N}$.

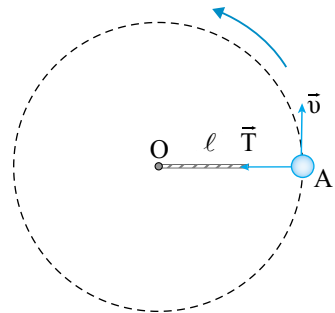
121. α. Η δύναμη $\vec{T}$ που ασκείται στο σώμα από το νήμα δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $F_k = T$ ή $F_k = 100 \text{ N}$.

β. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος στη θέση Α.

$$\text{Είναι: } F_k = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{F_k \ell}{m}} \quad \text{ή} \quad v = 5 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω f η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σώματος.

$$\text{Είναι: } v = \frac{2\pi\ell}{T} \quad \text{ή} \quad v = 2\pi\ell f \quad \text{ή} \quad f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}.$$



κάτοψη

δ. Έστω Δt το ζητούμενο χρονικό διάστημα. Είναι: $f = \frac{N}{\Delta t}$ ή $\Delta t = 20\pi \text{ s}$.

122. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 13.

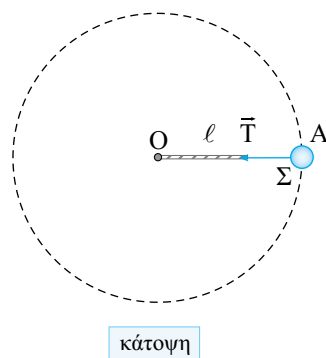
α. $v = 5 \text{ m/s}$.

β. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ από το νήμα στη θέση A. Είναι:

$T = 50 \text{ N}$.

γ. $a_k = 125 \text{ m/s}^2$.

δ. $f_{\max} = \frac{12,5}{\pi} \sqrt{2} \text{ Hz}$.



κάτοψη

123. α. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Σ . Είναι:

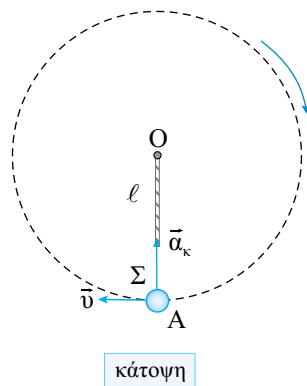
$\omega = 2\pi f$ ή $\omega = 3 \text{ rad/s}$.

β. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος Σ στο σημείο A.

Η τάση του νήματος $\vec{T}$ που ασκείται στο σώμα δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Επομένως, ισχύει:

$$F_k = T \text{ ή } \frac{mv^2}{\ell} = T \text{ ή } v = \sqrt{\frac{T\ell}{m}} \text{ ή } v = 6 \text{ m/s}.$$

γ. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\vec{a}_k$ του σώματος Σ στο σημείο A.



κάτοψη

Είναι: $a_k = \frac{v^2}{\ell}$ ή $a_k = 60 \text{ m/s}^2$.

δ. Για να μην κοπεί το νήμα κατά τη διάρκεια της ομαλής κυκλικής κίνησης του σώματος Σ

πρέπει να ισχύει: $T \leq T_{\theta\rho}$ ή $\frac{mv^2}{\ell} \leq T_{\theta\rho}$ ή $\frac{m(\omega\ell)^2}{\ell} \leq T_{\theta\rho}$

ή $m\omega^2\ell \leq T_{\theta\rho}$ ή $\omega \leq \sqrt{\frac{T_{\theta\rho}}{m\ell}}$ ή $\omega \leq 20 \text{ rad/s}$ ή $\omega_{\max} = 20 \text{ rad/s}$.

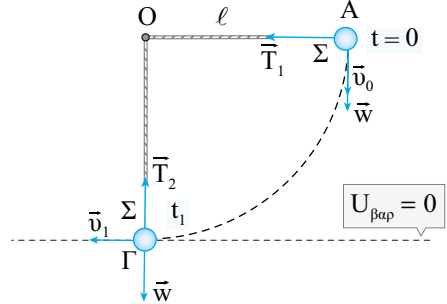
124. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 16.

α. $T_1 = 59 \text{ N}$. **β.** $v_1 = 8 \text{ m/s}$, $a_\kappa = \frac{320}{9} \text{ m/s}^2$.

γ. $T_2 = 32 \text{ N}$. **δ.** $v_2 = \sqrt{28} \text{ m/s}$. **ε.** $T_3 = 5 \text{ N}$.

125. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία εκτοξεύεται από τη θέση A είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}_1$ του νήματος, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_\kappa$ ή $T_1 = \frac{mv_0^2}{\ell}$ ή $T_1 = 9 \text{ N}$.



β. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων A και Γ που φαίνονται στο σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ , έχουμε:

$$E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + mg\ell = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$$

ή $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2g\ell}$ ή $v_1 = 5 \text{ m/s}$.

γ. Έστω F_κ το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 .

Είναι: $F_\kappa = \frac{mv_1^2}{\ell}$ ή $F_\kappa = 25 \text{ N}$.

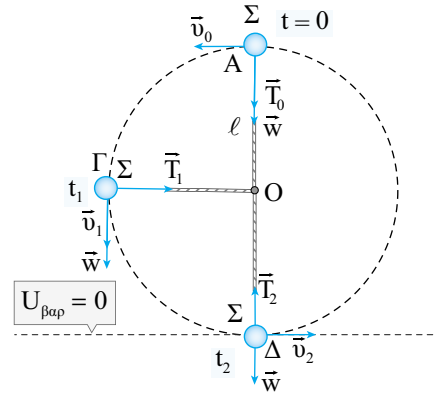
δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{T}_2$ από το νήμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $\Sigma F = F_\kappa$ ή $T_2 - w = F_\kappa$ ή $T_2 = mg + F_\kappa$ ή $T_2 = 33 \text{ N}$.

126. α. Έστω F_κ το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $F_\kappa = \frac{mv_0^2}{\ell}$ ή $F_\kappa = 4 \text{ N}$.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ (θέση Α) είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}_0$.

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $\Sigma F = F_\kappa$

$$\text{ή } T_0 + w = F_\kappa \text{ ή } T_0 = F_\kappa - mg \text{ ή } T_0 = 1 \text{ N.}$$



γ. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Δ, έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$

$$\text{ή } \frac{1}{2}mv_0^2 + mg2\ell = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\ell \text{ ή } v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2g\ell} \text{ ή } v_1 = \sqrt{10} \text{ m/s.}$$

Έστω F_κ το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1

$$(\text{θέση } \Gamma). \text{ Είναι: } F_\kappa = \frac{mv_1^2}{\ell} \text{ ή } F_\kappa = 10 \text{ N.}$$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 (θέση Γ) είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}_1$ από το νήμα, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Σ στη θέση Γ στη διεύθυνση της ακτίνας δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_\kappa$ ή $T_1 = F_\kappa$ ή $T_1 = 10 \text{ N}$.

ε. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Γ και Δ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Δ, έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} = E_{\mu\eta\chi(\Delta)}$ ή $K_\Gamma + U_\Gamma = K_\Delta + U_\Delta$ ή $\frac{1}{2}mv_1^2 + mg\ell = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$

$$\text{ή } v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell} \text{ ή } v_2 = 4 \text{ m/s.}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 (θέση Δ) είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}_2$. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

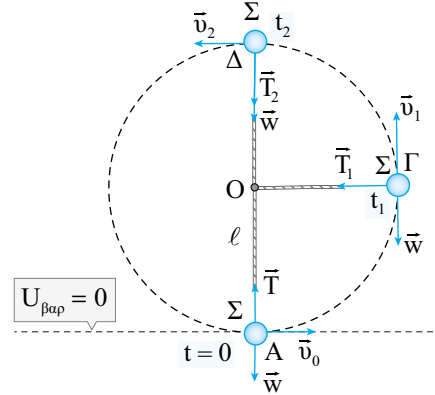
$$\text{Συνεπώς, ισχύει: } \Sigma F = F_\kappa \text{ ή } T_2 - w = \frac{mv_2^2}{\ell} \text{ ή } T_2 = \frac{mv_2^2}{\ell} + mg \text{ ή } T_2 = 19 \text{ N.}$$

127. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{T}$ από το νήμα.

Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T - w = \frac{mv_0^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T - mg = \frac{mv_0^2}{\ell}$$

$$\text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{(T - mg)\ell}{m}} \quad \text{ή} \quad v_0 = 10 \text{ m/s.}$$



β. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Γ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α, έχουμε: $E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(Γ)}$

$$\text{ή} \quad K_A + U_A = K_{\Gamma} + U_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\ell \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2g\ell} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{60} \text{ m/s.}$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία διέρχεται από τη θέση Γ είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}_1$. Η τάση του νήματος $\vec{T}_1$ δρα ως κεντρομόλο δύναμη στη θέση αυτή. Συνεπώς, ισχύει: $\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T_1 = \frac{mv_1^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T_1 = 30 \text{ N.}$

δ. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Δ έχουμε: $E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(Δ)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_A = K_{\Delta} + U_{\Delta}$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg2\ell \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_0^2 - 4g\ell} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{20} \text{ m/s.}$$

ε. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία διέρχεται από το ανώτερο σημείο Δ της τροχιάς του είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}_2$. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη στη θέση Δ. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T_2 + w = \frac{mv_2^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T_2 = \frac{mv_2^2}{\ell} - mg \quad \text{ή} \quad T_2 = 0.$$

128. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία διέρχεται από το ανώτερο σημείο Δ της κυκλικής τροχιάς του είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}$.

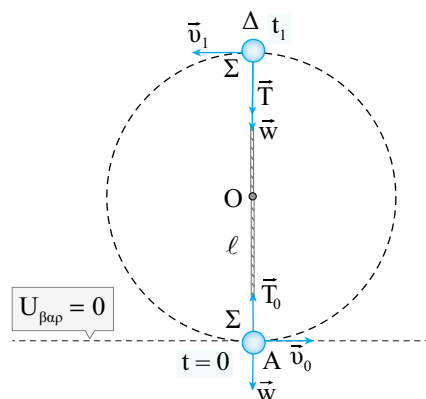
Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T + w = \frac{mv_1^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T + mg = \frac{mv_1^2}{\ell} \quad (1).$$

Επειδή το σώμα Σ μόλις που εκτελεί ανακύκλωση, ισχύει: $T = 0$.

Από τη σχέση (1) για $T = 0$ προκύπτει:

$$mg = \frac{mv_1^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{g\ell} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{5} \text{ m/s}.$$



β. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Δ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Delta)}$ ή $K_A + U_A = K_{\Delta} + U_{\Delta}$ ή $\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg2\ell$

$$\text{ή} \quad v_0 = \sqrt{v_1^2 + 4g\ell} \quad \text{ή} \quad v_0 = 5 \text{ m/s}.$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση του νήματος $\vec{T}_0$. Η συνισταμένη $\Sigma \vec{F}_0$ των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

$$\text{Επομένως, ισχύει: } \Sigma F_0 = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_0 = \frac{mv_0^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_0 = 50 \text{ N}.$$

$$\text{δ. Είναι: } \Sigma F_0 = T_0 - w \quad \text{ή} \quad T_0 = \Sigma F_0 + mg \quad \text{ή} \quad T_0 = 60 \text{ N}.$$

129. α. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Γ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ, έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_{\Gamma} + U_{\Gamma}$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + mgR = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gR} \quad \text{ή} \quad v_1 = 10 \text{ m/s}.$$

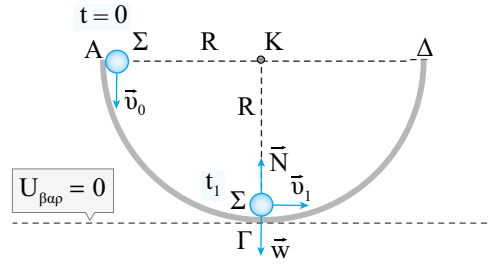
β. Έστω α_{κ} το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\alpha_{\kappa} = \frac{v_1^2}{R} \quad \text{ή} \quad \alpha_{\kappa} = \frac{500}{9} \text{ m/s}^2.$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η ακτινική δύναμη $\vec{N}$ από το ημικύκλιο.

Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = m a_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 50 \text{ N}.$$



δ. Είναι: $\Sigma F = N - w$ ή $N = \Sigma F + mg$ ή $N = 59 \text{ N}$.

130. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ. Είναι:

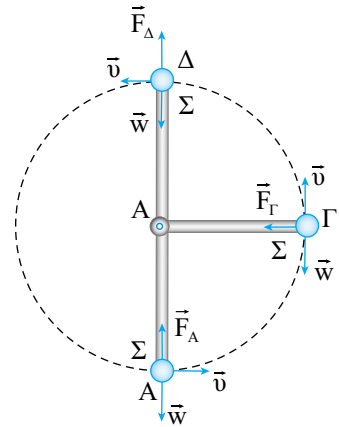
$$v = \omega \ell \quad \text{ή} \quad v = 2 \text{ m/s}.$$

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ στη θέση Α είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}_A$ από τη ράβδο. Είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F_A - w = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad F_A = \frac{mv^2}{\ell} + mg \quad \text{ή} \quad F_A = 7 \text{ N}.$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ στη θέση Γ είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}_\Gamma$ από τη ράβδο. Είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma = 2 \text{ N}.$$



δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ στη θέση Δ εί-

ναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}_\Delta$ από τη ράβδο. Είναι: $\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa}$ ή $w - F_\Delta = \frac{mv^2}{\ell}$ ή $F_\Delta = mg - \frac{mv^2}{\ell}$ ή $F_\Delta = 3 \text{ N}$.

131. α. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται, ώστε η σφαίρα να ολοκληρώσει μία πλήρη περιστροφή είναι ίσο με την περίοδο T της κυκλικής κίνησης της σφαίρας. Είναι:

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad T = 0,2\pi \text{ s.}$$

Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετο στο επίπεδο της ενώ η φορά του καθορίζεται με τον κανόνα τού δεξιού χεριού.

β. Έστω a_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης της σφαίρας. Είναι: $a_k = \frac{v^2}{R}$

$$\text{ή} \quad a_k = 150 \text{ m/s}^2.$$

Το διάνυσμα της κεντρομόλου επιτάχυνσης της σφαίρας έχει κάθε χρονική στιγμή τη διεύθυνση του σύρματος της σφύρας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει η σφαίρα.

Έστω F_k το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στη σφαίρα. Είναι:

$$F_k = ma_k \quad \text{ή} \quad F_k = 600 \text{ N.}$$

Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στη σφαίρα έχει κάθε χρονική στιγμή τη διεύθυνση του σύρματος της σφύρας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει η σφαίρα.

Επειδή η σφαίρα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, η δύναμη $\vec{T}$ που ασκείται στη σφαίρα από το σύρμα δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

γ. Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $h = 1,8 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης της σφαίρας από τη χρονική στιγμή στην οποία αφέθηκε ελεύθερη έως

$$\text{τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι: } h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,6 \text{ s.}$$

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 15 \text{ m/s}$. Έστω s η οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι: $s = v_0 \Delta t$ ή $s = 9 \text{ m}$.

δ. Έστω $\bar{u}$ η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος.

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{u}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες: μια οριζόντια συνιστώσα $\bar{u}_x$ και μια κατακόρυφη συνιστώσα $\bar{u}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $v_x = v_0$ ή $v_x = 15 \text{ m/s}$ και

$v_y = g\Delta t$ ή $v_y = 6 \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{u}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 0,4.$$

132. α. Έστω v_0 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι: $v_0 = \frac{2\pi r}{T}$

ή $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

β. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

Θεωρούμε ότι το σχοινί κόβεται τη χρονική στιγμή $t = 0$. Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$. Αναλύουμε την ταχύτητα του σώματος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_{1x}$ και $\bar{v}_{1y}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι: $v_{1x} = v_0$ ή $v_{1x} = 20 \text{ m/s}$.

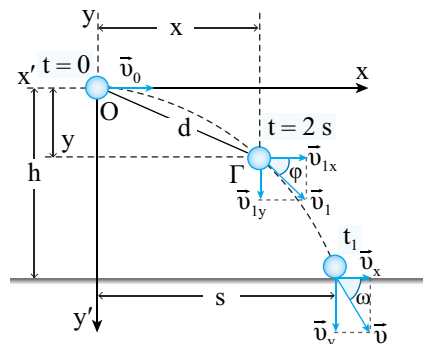
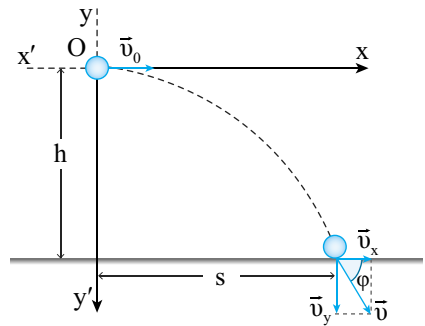
$v_{1y} = gt$ ή $v_{1y} = 20 \text{ m/s}$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}$ ή $v_1 = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{v}_1$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 1 \quad \text{ή} \quad \phi = 45^\circ.$$

γ. Έστω d η απόσταση μεταξύ του σημείου Γ στο οποίο βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$ και του σημείου O στο οποίο βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία



αρχίζει να εκτελεί την οριζόντια βολή. Το μέτρο x της οριζόντιας μετατόπισης του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 2$ s υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x = v_0 t \quad \text{ή} \quad x = 40 \text{ m.}$$

Το μέτρο y της κατακόρυφης μετατόπισης του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 2$ s υπολογίζεται από τη σχέση: $y = \frac{1}{2} g t^2$ ή $y = 20 \text{ m}$.

$$\text{Είναι: } d = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{ή} \quad d = 10\sqrt{20} \text{ m.}$$

δ. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

$$\text{Είναι: } \tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{v_y}{v_0} \quad \text{ή} \quad v_y = 2v_0 \quad \text{ή} \quad v_y = 40 \text{ m/s.}$$

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος. Είναι: $v_y = g t_1$ ή $t_1 = 4$ s.

Έστω h η κατακόρυφη απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος από το σημείο Ο. Είναι:

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h = 80 \text{ m (1).}$$

Έστω s η οριζόντια απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος από το σημείο Ο. Είναι:

$$s = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad s = 80 \text{ m (2).}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $h = s$.

133. α. Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\bar{\alpha}_κ$ του αεροπλάνου είναι:

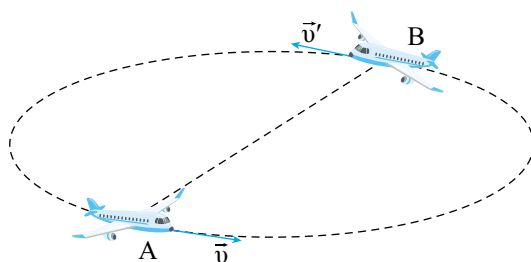
$$\alpha_κ = 0,1g \quad \text{ή} \quad \alpha_κ = 1 \text{ m/s}^2.$$

Έστω R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του αεροπλάνου. Είναι: $\alpha_κ = \frac{v^2}{R}$ ή $R = 10.000 \text{ m}$.

β. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας $\bar{v}$ και $\bar{v}'$ του αεροπλάνου στα σημεία Α και Β αντίστοιχα της κυκλικής τροχιάς του.

Επειδή το αεροπλάνο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ισχύει:

$$v' = v \quad \text{ή} \quad v' = 100 \text{ m/s.}$$



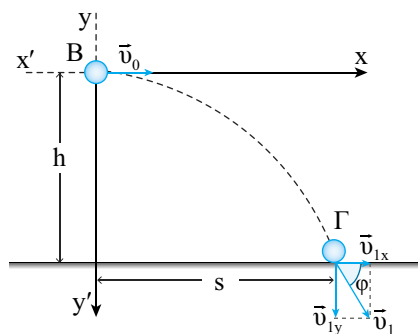
Έστω $\Delta \bar{u}$ η μεταβολή της ταχύτητας του αεροπλάνου κατά τη διάρκεια της κίνησης του από το σημείο Α στο σημείο Β. Είναι: $\Delta \bar{u} = \bar{u}' - \bar{u}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{u}$:
 $\Delta u = -u' - u$ ή $\Delta u = -2u$ ή $\Delta u = -200 \text{ m/s}$ ή $|\Delta u| = 200 \text{ m/s}$.

γ. Το πακέτο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = u' = 100 \text{ m/s}$ από ύψος $h = 1.280 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος.

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του πακέτου από τη χρονική στιγμή στην οποία αφήνεται ελεύθερο μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 16 \text{ s.}$$

Έστω s η οριζόντια απόσταση ανάμεσα στο σημείο Γ στο οποίο το πακέτο πέφτει στο έδαφος και το σημείο Β. Είναι: $s = v_0 \Delta t$ ή $s = 1.600 \text{ m}$.



δ. Έστω $\bar{u}_1$ η ταχύτητα με την οποία το πακέτο φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{u}_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{u}_{1x}$ και $\bar{u}_{1y}$ όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$v_{1x} = v_0 \quad \text{ή} \quad v_{1x} = 100 \text{ m/s.}$$

$$v_{1y} = g \Delta t \quad \text{ή} \quad v_{1y} = 160 \text{ m/s.}$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{u}_1$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 1,6.$$

134. α. Έστω v_0 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου. Είναι:

$$v_0 = \frac{2\pi\ell}{T} \quad \text{ή} \quad v_0 = 2\pi\ell f \quad \text{ή} \quad v_0 = 10 \text{ m/s.}$$

Η τάση $\bar{T}$ του νήματος που ασκείται στο σημειακό αντικείμενο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$T = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T = 200 \text{ N.}$$

β. Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2} g t_1^2$ ή $t_1 = 0,4 \text{ s}$.

γ. Έστω s η οριζόντια απόσταση που διανύει το σημειακό αντικείμενο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $s = 4 \text{ m}$.

δ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_1$ με την οποία το σημειακό αντικείμενο φτάνει στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{1x}$ και $\vec{v}_{1y}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $v_{1x} = v_0$ ή $v_{1x} = 10 \text{ m/s}$ και

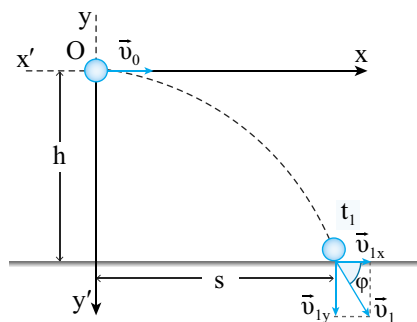
$v_{1y} = gt_1$ ή $v_{1y} = 4 \text{ m/s}$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ υπολογίζεται από τη

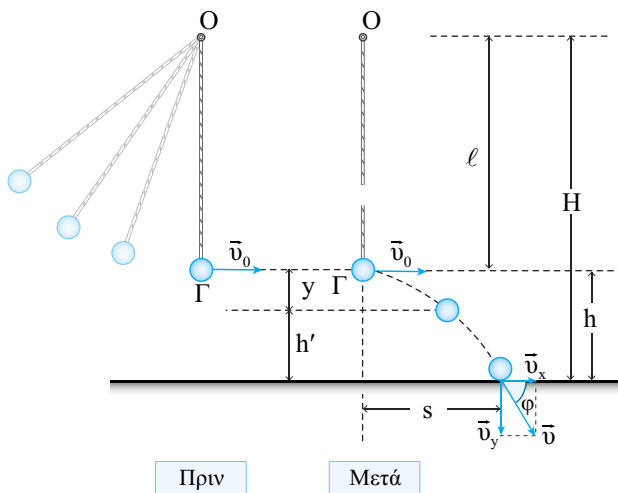
σχέση: $v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}$ ή $v_1 = \sqrt{116} \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}_1$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$\epsilon\phi\phi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}}$ ή $\epsilon\phi\phi = 0,4$.



135. α. Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h πάνω από το έδαφος.



Το χρονικό διάστημα κίνησης της σφαίρας από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κοπή του νήματος έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος είναι $\Delta t = 0,3 \text{ s}$. Επομένως,

ισχύει: $h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$ ή $h = 0,45 \text{ m}$.

Από το προηγούμενο σχήμα προκύπτει: $\ell = H - h$ ή $\ell = 0,8 \text{ m}$.

β. Τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν την κοπή του νήματος το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης της σφαίρας είναι $a_k = 20 \text{ m/s}^2$. Έστω v_0 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της σφαίρας τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την κοπή του νήματος. Είναι: $a_k = \frac{v_0^2}{\ell}$ ή $v_0 = \sqrt{a_k \ell}$

$$\text{ή } v_0 = 4 \text{ m/s}$$

Έστω s η οριζόντια απόσταση που διανύει η σφαίρα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κοπή του νήματος έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος.

$$\text{Είναι: } s = v_0 \Delta t \text{ ή } s = 1,2 \text{ m}.$$

γ. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας στο χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0,2 \text{ s}$. Είναι:

$$y = \frac{1}{2} g (\Delta t')^2 \text{ ή } y = 0,2 \text{ m}.$$

Έστω h' το ύψος όπου βρίσκεται η σφαίρα πάνω από τα δάπεδο τη χρονική στιγμή στην οποία έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα από την αρχική της θέση κατά y .

$$\text{Είναι: } h' = h - y \text{ ή } h' = 0,25 \text{ m}.$$

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας την παραπάνω χρονική στιγμή υπολογίζεται από τη σχέση: $U = mgh'$ ή $U = 0,5 \text{ J}$.

δ. Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

$$\text{Είναι: } v_x = v_0 \text{ ή } v_x = 4 \text{ m/s}.$$

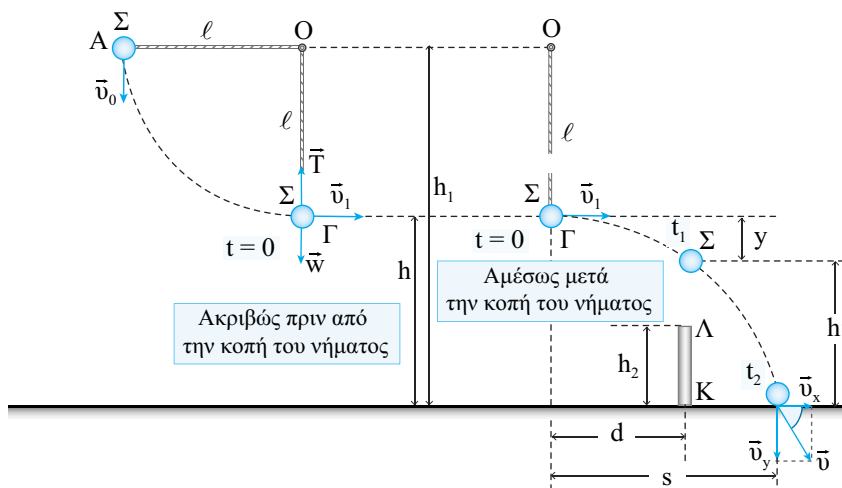
$$v_y = g \Delta t \text{ ή } v_y = 3 \text{ m/s}.$$

$$\text{Το μέτρο της ταχύτητας } \vec{v} \text{ υπολογίζεται από τη σχέση: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ ή } v = 5 \text{ m/s}.$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \text{ ή } \epsilon\phi\phi = 0,75.$$

136. α. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ του σώματος Σ εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνησή του από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ πριν από την κοπή του νήματος, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ.



Είναι: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$ ή $\frac{1}{2}mv_0^2 + mg\ell = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$

ή $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2g\ell}$ ή $v_1 = 5 \text{ m/s}$.

Έστω F_k το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$, ακριβώς πριν από την κοπή του νήματος. Είναι: $F_k = \frac{mv_1^2}{\ell}$ ή $F_k = 50 \text{ N}$.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$, ακριβώς πριν από την κοπή του νήματος, είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}$ από το νήμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι: $\Sigma F = F_k$ ή $T - w = F_k$ ή $T = mg + F_k$ ή $T = 59 \text{ N}$.

γ. Μετά την κοπή του νήματος το σώμα Σ εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_1 . Από το σχήμα προκύπτει ότι: $h = h_1 - \ell$ ή $h = 0,8 \text{ m}$.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα Σ έχει διανύσει οριζόντια απόσταση ίση με d . Είναι: $d = v_1 t_1$ ή $t_1 = 0,2 \text{ s}$.

Έστω y η κατακόρυφη απόσταση του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 0,2 \text{ m}$.

Έστω h' το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα Σ πάνω από το οριζόντιο δάπεδο τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $h' = h - y$ ή $h' = 0,6 \text{ m}$.

Επειδή είναι $h' > h_2$, το σώμα Σ δεν συγκρούεται με τη ράβδο.

δ. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,4 \text{ s.}$$

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ. Είναι:

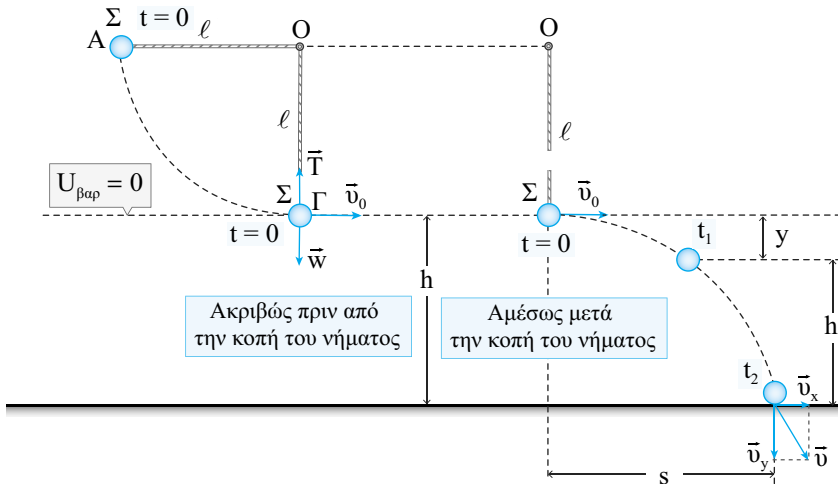
$$s = v_1 t_2 \quad \text{ή} \quad s = 2 \text{ m.}$$

Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

Είναι: $v_x = v_1$ ή $v_x = 5 \text{ m/s}$ και $v_y = g t_2$ ή $v_y = 4 \text{ m/s}$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = \sqrt{41} \text{ m/s}$.

137. α. Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα $\vec{v}_0$ του σώματος Σ, εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνησή του μεταξύ των θέσεων Α και Γ πριν από την κοπή του νήματος, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ.



Συνεπώς, έχουμε: $E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$ ή $0 + mg\ell = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$

$$\text{ή} \quad v_0 = \sqrt{2g\ell} \quad \text{ή} \quad v_0 = 4 \text{ m/s.}$$

Έστω α_κ το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$, ακριβώς

πριν από την κοπή του νήματος. Είναι: $\alpha_\kappa = \frac{v_0^2}{\ell}$ ή $\alpha_\kappa = 20 \text{ m/s}^2$.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$, ακριβώς πριν από την κοπή του νήματος, είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}$ από το νήμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T - w = m\alpha_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T = mg + m\alpha_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T = 15 \text{ N}.$$

γ. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y = 0,45 \text{ m}$.

Έστω h_1 το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα Σ πάνω από το έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $h_1 = h - y$ ή $h_1 = 0,8 \text{ m}$.

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $U = mgh_1$ ή $U = 4 \text{ J}$.

δ. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,5 \text{ s}.$$

Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad s = 2 \text{ m}.$$

ε. Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

Είναι: $v_x = v_0$ ή $v_x = 4 \text{ m/s}$ και $v_y = gt_2$ ή $v_y = 5 \text{ m/s}$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = \sqrt{41} \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

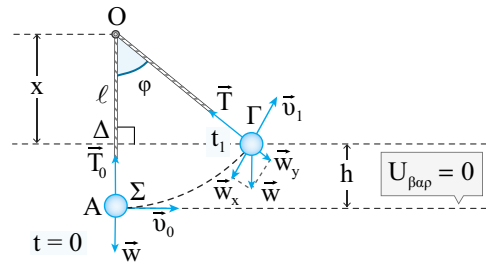
$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 1,25.$$

138. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή $t = 0$ (θέση Α) είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}_0$ από το νήμα, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = \frac{mv_0^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 50 \text{ N}.$$

β. Είναι: $\Sigma F = T_0 - w$ ή $T = \Sigma F + mg$
ή $T_0 = 68 \text{ N}$.



γ. Έστω h το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα πάνω από το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Γ της κυκλικής τροχιάς του. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΔΓ ($\hat{\Delta} = 90^\circ$) που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, προκύπτει:

$$\text{συν}\varphi = \frac{x}{\ell} \quad \text{ή} \quad \text{συν}\varphi = \frac{\ell - h}{\ell} \quad \text{ή} \quad h = \ell(1 - \text{συν}\varphi) \quad \text{ή} \quad h = 0,45 \text{ m}.$$

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α, έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$

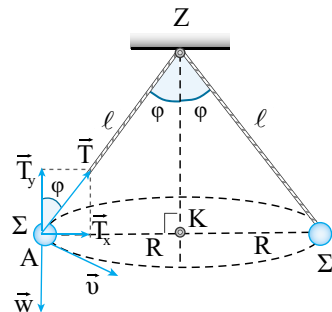
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \quad \text{ή} \quad v_1 = 4 \text{ m/s}.$$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}$ από το νήμα. Αναλύουμε το βάρος $\vec{w}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{w}_x$ και $\vec{w}_y$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 στην ακτινική διεύθυνση δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad T - w_y = \frac{mv_1^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T = mg \text{συν}\varphi + \frac{mv_1^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T = 41 \text{ N}.$$

139. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ είναι το βάρος της $\vec{w}$ και η τάση $\vec{T}$ από το νήμα. Αναλύουμε την τάση $\vec{T}$ του νήματος σε δύο συνιστώσες: μία οριζόντια συνιστώσα $\vec{T}_x$ και μία κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{T}_y$, όπως απεικονίζεται στο σχήμα.

Επειδή η σφαίρα Σ δεν κινείται στην κατακόρυφη διεύθυνση, ισχύει: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ ή $T_y - w = 0$ ή $T \text{συν}\varphi = mg$ ή $T = 10 \text{ N}$.



β. Είναι: $\Sigma F_x = F_\kappa$ ή $T_x = \frac{mv^2}{\ell}$ ή $T\eta\mu\phi = \frac{mv^2}{\ell}$ ή $v = \sqrt{\frac{T\eta\mu\phi\ell}{m}}$ ή $v = 2 \text{ m/s}$.

γ. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ZKA ($\hat{K} = 90^\circ$) που φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα προκύπτει:

$$\eta\mu\phi = \frac{R}{\ell} \quad \text{ή} \quad R = \ell\eta\mu\phi \quad \text{ή} \quad R = 0,24 \text{ m}.$$

Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας. Είναι: $v = \omega R$ ή $\omega = \frac{25}{3} \text{ rad/s}$.

δ. Το ζητούμενο χρονικό διάστημα ισούται με την περίοδο T της κυκλικής κίνησης της σφαίρας

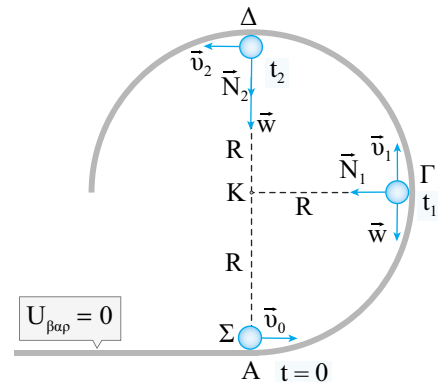
Σ. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $T = 0,24\pi \text{ s}$.

140. α. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας $\vec{v}_1$, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Γ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α.

Συνεπώς, είναι: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$

$$\text{ή} \quad K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgR$$

$$\text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gR} \quad \text{ή} \quad v_1 = 5 \text{ m/s}.$$



β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η ακτινική δύναμη $\vec{N}_1$ από τον κυκλικό οδηγό, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_\kappa \quad \text{ή} \quad N_1 = \frac{mv_1^2}{R} \quad \text{ή} \quad N_1 = 50 \text{ N}.$$

γ. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ μεταξύ των θέσεων Α και Δ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α, έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Delta)}$ ή $K_A + U_A = K_\Delta + U_\Delta$ ή $\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg2R$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_0^2 - 4gR} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{15} \text{ m/s}.$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση: $\alpha_{\kappa} = \frac{v_2^2}{R}$ ή $\alpha_{\kappa} = 30 \text{ m/s}^2$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η ακτινική δύναμη $\vec{N}_2$ από τον κυκλικό οδηγό. Είναι:

$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \text{ ή } N_2 + w = m\alpha_{\kappa} \text{ ή } N_2 = m\alpha_{\kappa} - mg \text{ ή } N_2 = 20 \text{ N.}$$

141. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 14.

α. $\alpha_{\kappa} = 4 \text{ m/s}^2$.

β. $v = 1 \text{ m/s}$.

γ. $T_{\sigma\tau} = 0,2 \text{ N}$.

δ. $f_{\text{max}} = \frac{2}{\pi} \text{ Hz}$.

142. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 15.

α. $\alpha_{\kappa} = \frac{20}{9} \text{ m/s}^2$.

β. $T_{\sigma\tau} = 4.000 \text{ N}$.

γ. $v_{\text{max}} = 30 \text{ m/s}$.

Κεφάλαιο 2ο: Διατήρηση της ορμής

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

21. α	22. γ	23. δ	24. γ	25. β	26. α	27. α	28. γ
29. β	30. α	31. δ	32. β	33. δ	34. β	35. γ	36. γ
37. β	38. γ	39. β	40. γ	41. α	42. β	43. γ	44. δ
45. α	46. β	47. α	48. δ	49. γ	50. β	51. β	52. γ
53. β	54. γ	55. β	56. δ	57. δ	58. δ	59. β	60. β
61. β	62. α	63. β					

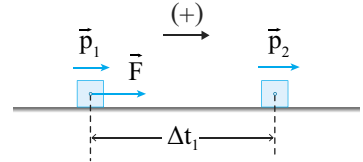
Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

64. α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ
65. α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
66. α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
67. α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
68. α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
69. α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
70. α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
71. α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
72. α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ
73. α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
74. α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
75. α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ

ΘΕΜΑΤΑ Β

76. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω $\vec{p}_1$ η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή στην οποία αρχίζει να ασκείται σε αυτό η δύναμη $\vec{F}$. Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα για χρονικό διάστημα Δt_1 και έχει την ίδια φορά με την ορμή $\vec{p}_1$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Συνεπώς, το σώμα υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$ επιταχύνεται και στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt αποκτά ορμή $\vec{p}_2$ που έχει την ίδια φορά με τη φορά της ορμής $\vec{p}_1$.



Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt_1 . Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της δύναμης } \vec{F} :$$

$$F = \frac{|\vec{p}_2| - |\vec{p}_1|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F = \frac{\Delta |\vec{p}|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta |\vec{p}| = F \Delta t \quad (1), \quad \text{όπου } \Delta |\vec{p}| \text{ η μεταβολή του μέτρου της ορμής του σώματος, στο χρονικό διάστημα } \Delta t_1, \text{ η οποία σύμφωνα με την εκφώνηση είναι: } \Delta |\vec{p}| = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος σε χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 3\Delta t_1$, αν η δύναμη που ασκείται στο σώμα διπλασιαστεί ($\vec{F}' = 2\vec{F}$). Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \vec{F}' = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t_2}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της δύναμης $\vec{F}'$:

$$F' = \frac{|\vec{p}_2'| - |\vec{p}_1'|}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad F' = \frac{\Delta |\vec{p}'|}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad \Delta |\vec{p}'| = F' \Delta t_2 \quad (2), \quad \text{όπου } \Delta |\vec{p}'| \text{ η μεταβολή του μέτρου της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα } \Delta t_2.$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε:

$$\frac{\Delta |\vec{p}'|}{\Delta |\vec{p}|} = \frac{F' \Delta t_2}{F \Delta t_1} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta |\vec{p}'|}{\Delta |\vec{p}|} = 6 \quad \text{ή} \quad \Delta |\vec{p}'| = 72 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

77. Σωστή επιλογή είναι η β.

Επειδή το αυτοκίνητο επιβραδύνεται, η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται σε αυτό έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.

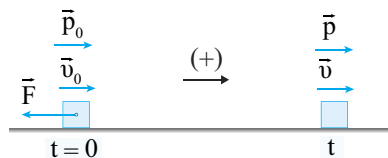
Έστω $\vec{p}_0$ η ορμή του σώματος της χρονική στιγμή $t = 0$ και $\vec{p}$ η ορμή του την τυχαία χρονική στιγμή t .

$$\text{Είναι: } \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t - 0}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ορμής $\vec{p}_0$:

$$-F = \frac{p - p_0}{t} \quad \text{ή} \quad p = p_0 - Ft \quad (1).$$

Επομένως, το διάγραμμα στο οποίο απεικονίζεται ορθά η γραφική παράσταση της σχέσης (1) είναι το διάγραμμα β.



78. Σωστή επιλογή είναι η γ.

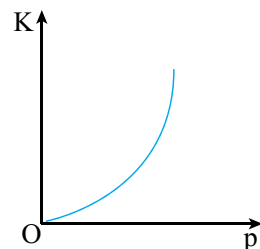
Θεωρούμε σώμα μάζας m που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου v . Το μέτρο της ορμής τού σώματος δίνεται από τη σχέση: $p = mv$ ή $v = \frac{p}{m}$ (1).

Η κινητική ενέργεια K του σώματος δίνεται από τη σχέση: $K = \frac{1}{2}mv^2$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } K = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{p^2}{2m} \quad (2).$$

Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K του σώματος σε συνάρτηση με το μέτρο p της ορμής του.

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, η γραφική παράσταση είναι παραβολή.



79. Σωστή επιλογή είναι η γ.

$$\text{Είναι: } K_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad K_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = 4 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2.$$

Έστω p_1 το μέτρο της ορμής του σώματος (1). Είναι: $p_1 = m_1v_1$ (3).

Έστω p_2 το μέτρο της ορμής του σώματος (2). Είναι: $p_2 = m_2v_2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε:

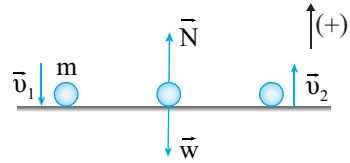
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} \quad \text{ή} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad p_2 = 2p_1.$$

80. Σωστή επιλογή είναι η α.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Sigma \vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{N} + \vec{w} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$N - w = \frac{mv_2 - m(-v_1)}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + mg.$$



81. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος πριν από την κρούση είναι: $v_1 = +15 \text{ m/s}$.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος μετά την κρούση είναι: $v_2 = +5 \text{ m/s}$.

Έστω $\vec{F}$ η μέση δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά:}$$

$$F = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F = \frac{(0,1 \cdot 15 - 0,1 \cdot 5) \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ s}} \quad \text{ή} \quad F = 1 \text{ N}.$$

82. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του βαγονιού Α ακριβώς πριν από την κρούση και v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Α και Β κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad mv_1 = 2mv \quad \text{ή} \quad \frac{v}{v_1} = \frac{1}{2}.$$

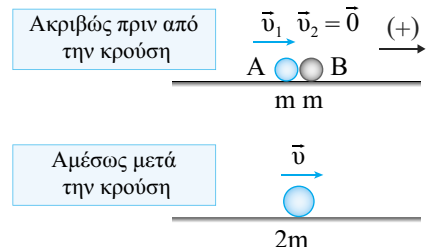
Η κινητική ενέργεια του βαγονιού Α ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_A = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (1). \quad \text{Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση δίνεται}$$

$$\text{από τη σχέση: } K_\Sigma = \frac{1}{2}2mv^2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει:

$$\frac{K_\Sigma}{K_A} = 2 \left(\frac{v}{v_1} \right)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{K_\Sigma}{K_A} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad K_\Sigma = \frac{K_A}{2}.$$



83. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω u' το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Α και Β κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή $m_1 u = (m_1 + m_2) u'$

$$\text{ή } \frac{u'}{u} = \frac{1}{3} \quad (1).$$

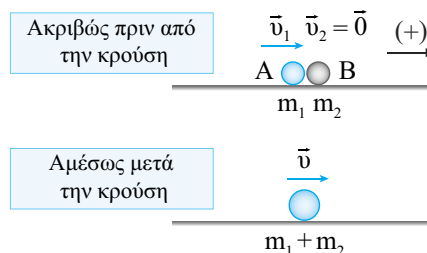
Η κινητική ενέργεια της σφαίρας Α ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση: $K = \frac{1}{2} m_1 u^2$ (2).

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u'^2 \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (2) προκύπτει: $\frac{K_{\Sigma}}{K} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \left(\frac{u'}{u} \right)^2$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{K_{\Sigma}}{K} = \frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad K_{\Sigma} = \frac{K}{3}.$$

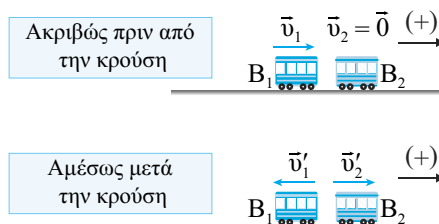


84. Σωστή επιλογή είναι η β.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}_1$:

$$m_1 u_1 = -m_1 u'_1 + m_2 u'_2 \quad \text{ή} \quad m_2 = 50.000 \text{ kg}.$$



85. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω u_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

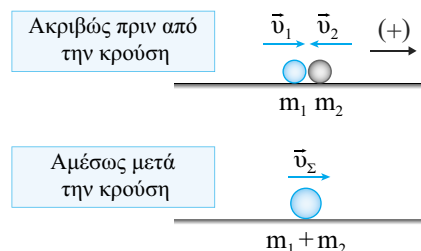
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}_1$:

$$m_1 u_1 - m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad 2m u - m u = 3m u_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad u = 3u_{\Sigma} \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \quad \text{ή} \quad K_1 = \frac{1}{2} m_1 u^2 \quad (2).$$



Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{K_1}{K_{\Sigma}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\frac{v}{v_{\Sigma}} \right)^2$

$$\text{ή } \frac{K_1}{K_{\Sigma}} = \frac{2m}{3m} \left(\frac{v}{v_{\Sigma}} \right)^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{K_1}{K_{\Sigma}} = 6.$$

86. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

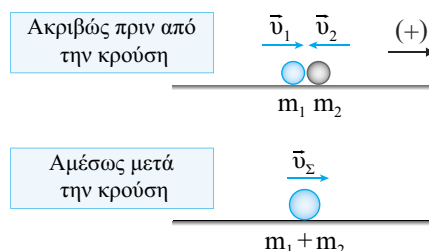
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων

κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\Sigma}$$

$$\text{ή } m_1 v_1 - 3m_1 4v_1 = 4m_1 v_{\Sigma} \quad \text{ή } v_{\Sigma} = -\frac{11v_1}{4} \quad \text{ή } |v_{\Sigma}| = \frac{11v_1}{4}.$$



87. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

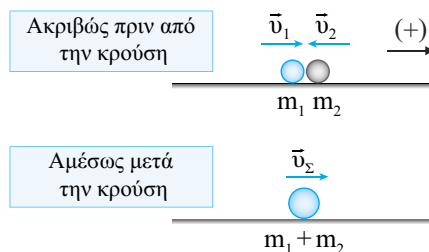
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων

κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\Sigma} \quad \text{ή } mv - 4m \frac{v}{2} = 5mv_{\Sigma}$$

$$\text{ή } v_{\Sigma} = -\frac{v}{5}.$$



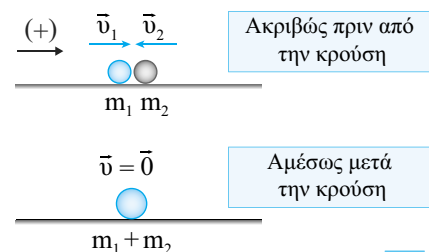
Επομένως, το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v/5$.

88. Σωστή επιλογή είναι η β.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και

Σ_2 κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 2 \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (2).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{K_1}{K_2} = 2.$$

89. Σωστή επιλογή είναι η γ.

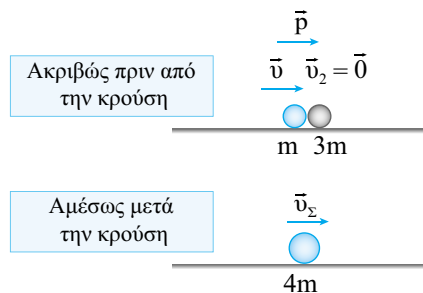
Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση και $\bar{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\bar{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \bar{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad m\bar{v} = 4m\bar{v}_\Sigma \quad \text{ή} \quad \bar{v}_\Sigma = \frac{\bar{v}}{4}.$$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας $3m$ εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

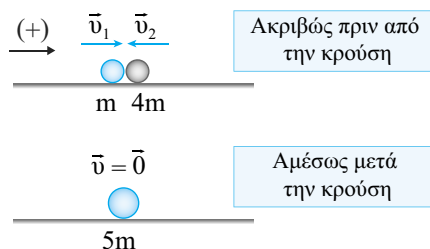
$$\Delta \bar{p}_2 = \bar{p}_{2(\text{μετά})} - \bar{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta \bar{p}_2 = 3m\bar{v}_\Sigma - \bar{0} \quad \text{ή} \quad \Delta \bar{p}_2 = 3m \frac{\bar{v}}{4} \quad \text{ή} \quad \Delta \bar{p} = \frac{3}{4} \bar{p}.$$



90. Σωστή επιλογή είναι η β.

Επειδή το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο αμέσως μετά την κρούση, τα δύο σώματα ακριβώς πριν από την κρούση κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις. Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα του σώματος μάζας m και $\bar{v}_2$ η ταχύτητα του σώματος μάζας $4m$, ακριβώς πριν από την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\bar{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \bar{p}_{\text{ολ(μετά)}}$



ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $mv_1 - 4mv_2 = 0$ ή $v_2 = \frac{v_1}{4}$.

Η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (1).$$

Έστω ΔK η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Είναι:

$$\Delta K = K_{\text{ολ(μετά)}} - K_{\text{ολ(πριν)}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = 0 - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}4mv_2^2 \right) \quad \text{ή} \quad \Delta K = -\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}4m \frac{v_1^2}{16}$$

$$\text{ή} \quad \Delta K = -\frac{1}{2}mv_1^2 \left(1 + \frac{1}{4} \right) \quad \text{ή} \quad |\Delta K| = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):} \quad |\Delta K| = \frac{5K}{4}.$$

91. Σωστή επιλογή είναι η γ .

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα αυτοκίνητο – κιβώ-

τιο κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$Mv = (M + m_1)V \quad \text{ή} \quad Mv = \frac{21M}{20}V \quad \text{ή} \quad V = \frac{20}{21}v \quad (1).$$

Η μεταβολή $\Delta \vec{p}$ της ορμής του αυτοκινήτου εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = MV - Mv \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):} \quad \Delta p = -\frac{Mv}{21} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = \frac{Mv}{21}.$$

92. Σωστή επιλογή είναι η α .

Έστω $\vec{F}_1$ η δύναμη που ασκείται από το σημειακό αντικείμενο (2) στο σημειακό αντικείμενο (1) και $\vec{F}_2$ η δύναμη που ασκείται από το σημειακό αντικείμενο (1) στο σημειακό αντικείμενο (2) κατά τη διάρκεια της κρούσης. Οι δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σημειακά αντικείμενα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι αντίθετες. Συνεπώς, ισχύει:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \quad \text{ή} \quad |\Delta \vec{p}_1| = |\Delta \vec{p}_2|.$$

93. Σωστή επιλογή είναι η α .

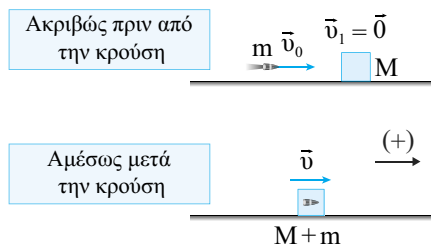
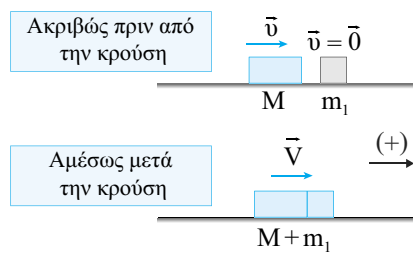
Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώ-

ματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο.

για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση

$$\text{έχουμε:} \quad \vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad mv_0 = (M + m)v$$

$$\text{ή} \quad v = \frac{m}{M + m}v_0.$$



Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = mv - mv_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = m(v - v_0) \quad \text{ή} \quad \Delta p = m \left(\frac{m}{M+m} v_0 - v_0 \right)$$

$$\text{ή} \quad \Delta p = mv_0 \left(\frac{m}{M+m} - 1 \right) \quad \text{ή} \quad \Delta p = mv_0 \left(-\frac{M}{M+m} \right) \quad \text{ή} \quad \Delta p = -\frac{mMv_0}{M+m}.$$

94. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Οι δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σώματα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι αντίθετες. Συνεπώς, ισχύει: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ή $\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$ ή $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$ ή $|\Delta \vec{p}_1| = |\Delta \vec{p}_2|$.

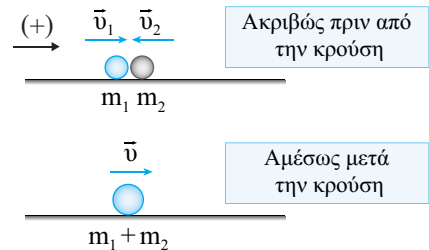
95. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \bar{v}$$

$$\text{ή} \quad mv_0 - 2mv_0 = 3m\bar{v} \quad \text{ή} \quad \bar{v} = -\frac{v_0}{3}.$$



Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{\text{τελ(1)}} - \vec{p}_{\text{αρχ(1)}} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά:}$$

$$\Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 \left(-\frac{v_0}{3} \right) - m_1 v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -\frac{4}{3} m v_0 \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = \frac{4}{3} m v_0 \quad (1).$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μάζας m_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{τελ(2)}} - \vec{p}_{\text{αρχ(2)}} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά:}$$

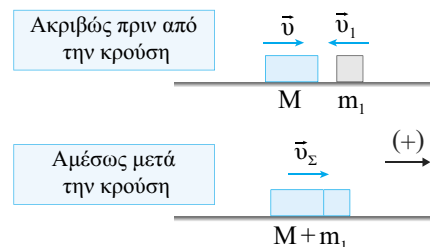
$$\Delta p_2 = m_2 v - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = 2m \left(-\frac{v_0}{3} \right) - 2m(-v_0) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +\frac{4}{3} m v_0 \quad \text{ή} \quad |\Delta p_2| = \frac{4}{3} m v_0 \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = \frac{4}{3} m v_0$.

96. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\bar{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:



$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή $M\vec{u} + m_1\vec{u}_1 = (M + m_1)\vec{u}_Σ$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}$:

$$Mu - \frac{M}{4}2u = \frac{5M}{4}u_Σ \quad \text{ή} \quad u_Σ = 0,4u.$$

Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$p_{ολ} = (M + m_1)u_Σ \quad \text{ή} \quad p_{ολ} = \frac{5M}{4}0,4u \quad \text{ή} \quad p_{ολ} = \frac{Mu}{2}.$$

97. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\vec{u}_1$ η ταχύτητα του επιβατηγού αυτοκινήτου ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι $\vec{u}_1 = -3\vec{u}$.

Έστω $\vec{u}_Σ$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad M\vec{u} + m_1\vec{u}_1 = (M + m_1)\vec{u}_Σ$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}$: $Mu - \frac{M}{4}3u = \frac{5M}{4}u_Σ \quad \text{ή} \quad u_Σ = 0,2u.$

Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$p_{ολ} = (M + m_1)u_Σ \quad \text{ή} \quad p_{ολ} = \frac{5M}{4}0,2u \quad \text{ή} \quad p_{ολ} = \frac{Mu}{4}.$$

98. Σωστή επιλογή είναι η β.

Οι δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σώματα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι

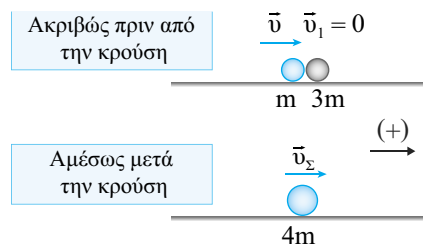
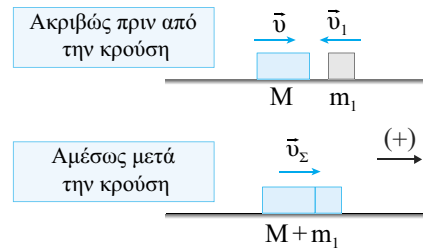
αντίθετες. Συνεπώς, ισχύει: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ή $\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}$ ή $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$.

99. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω $\vec{u}_Σ$ η ταχύτητα του συσσωματώματος. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m\vec{u} = 4m\vec{u}_Σ \quad \text{ή} \quad u_Σ = \frac{u}{4}.$$

Έστω $\Delta\vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m εξαιτίας της κρούσης. Είναι:



$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = mv_{\Sigma} - mv \quad \text{ή} \quad \Delta p = -\frac{3mv}{4} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = \frac{3m}{4}|v|.$$

Το μέτρο της μέσης δύναμης $\vec{F}$ που δέχεται το σώμα μάζας m κατά την κρούση δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F = \frac{3m|v|}{4\Delta t}.$$

100. Σωστή επιλογή είναι η β.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι το αμαξιδίον Α πριν από την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Έστω v_A η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του αμαξιδίου Α πριν από την κρούση.

$$\text{Είναι: } v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad v_A = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

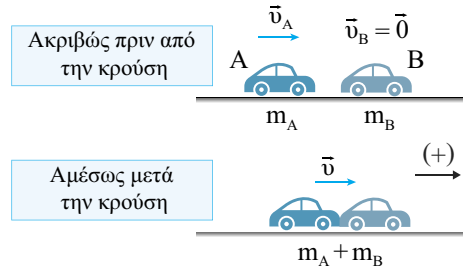
$$\text{ή} \quad v_A = \frac{(0,6 - 0,2) \text{ m}}{(2 - 0) \text{ s}} \quad \text{ή} \quad v_A = 0,2 \text{ m/s}.$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μετά την κρούση. Έστω v η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση. Είναι:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad v = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad v = \frac{(0,7 - 0,6) \text{ m}}{(3 - 2) \text{ s}} \quad \text{ή} \quad v = 0,1 \text{ m/s}.$$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad m_A v_A = (m_A + m_B)v \quad \text{ή} \quad m_B = \frac{m_A v_A}{v} - m_A \quad \text{ή} \quad m_B = 1 \text{ kg}.$$



101. Σωστή επιλογή είναι η β.

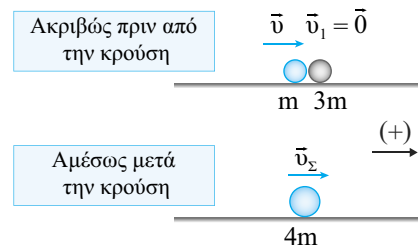
Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad mv = 4mv_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad v_{\Sigma} = \frac{v}{4}.$$

Το ζητούμενο ποσοστό δίνεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{Q_K}{K_{\text{ολ(πριν)}}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}}{K_{\text{ολ(πριν)}}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}4mv_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2}mv^2} \cdot 100\%$$

$$\text{ή} \quad \pi = 75\%.$$



102. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\bar{v}_0$ η ταχύτητα του βλήματος ακριβώς πριν από την κρούση και $\bar{v}$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\bar{p}_{ολ(πριν)} = \bar{p}_{ολ(μετά)}$ ή $m\bar{v}_0 = (M + m)\bar{v}$

$$\text{ή } v = \frac{v_0}{5}.$$

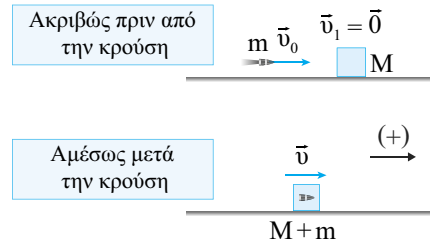
Η κινητική ενέργεια του βλήματος ακριβώς πριν από την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1).$$

Η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

$$K_{απ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad K_{απ} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)v^2 \quad \text{ή} \quad K_{απ} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}5m\frac{v_0^2}{25}$$

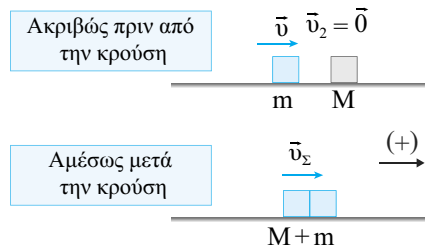
$$\text{ή } K_{απ} = \frac{1}{2}mv_0^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \quad \text{ή} \quad K_{απ} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } K_{απ} = \frac{4}{5}E.$$

**103.** Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\bar{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\bar{p}_{ολ(πριν)} = \bar{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m\bar{v} = (M + m)\bar{v}_\Sigma$$

$$\text{ή } \frac{v_\Sigma}{v} = \frac{m}{M + m} \quad (1).$$



Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{Q_K}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \left[1 - \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}}\right] \cdot 100\%$$

$$\text{ή } 0,75 = 1 - \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \quad \text{ή} \quad \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} = 0,25 \quad \text{ή} \quad \frac{\frac{1}{2}(M + m)v_\Sigma^2}{\frac{1}{2}mv^2} = 0,25 \quad \text{ή} \quad \frac{M + m}{m} \left(\frac{v_\Sigma}{v}\right)^2 = 0,25$$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{M+m}{m} \frac{m^2}{(M+m)^2} = 0,25$ ή $\frac{m}{M+m} = \frac{1}{4}$ ή $M = 3m$.

104. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\vec{v}_1$ η ταχύτητα του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση και $\vec{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad \frac{v_\Sigma}{v_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (1).$$

Έστω K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση και K_Σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Είναι: $K_\Sigma = \frac{20}{100} K_1$

ή $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ ή $\left(\frac{v_\Sigma}{v_1} \right)^2 = \frac{1}{5} \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ ή λόγω της σχέσης (1):

$$\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{5} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{5} \quad \text{ή} \quad m_2 = 4m_1 \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}.$$

105. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\vec{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m v_0 = (M + m) v_\Sigma$$

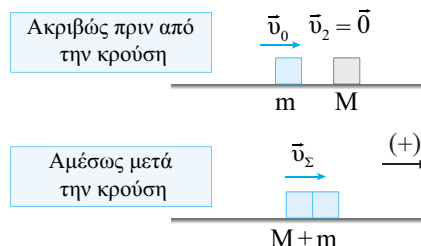
ή $\frac{v_\Sigma}{v_0} = \frac{m}{M + m} \quad (1).$

Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση που χάνεται εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{Q_K}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \left[1 - \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \right] \cdot 100\%$$

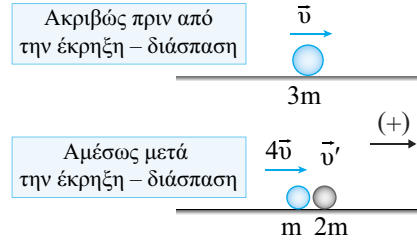
ή $0,75 = 1 - \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \quad \text{ή} \quad \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} = 0,25 \quad \text{ή} \quad \frac{\frac{1}{2} (M + m) v_\Sigma^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} = 0,25 \quad \text{ή} \quad \frac{M + m}{m} \left(\frac{v_\Sigma}{v_0} \right)^2 = 0,25$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{M+m}{m} \frac{m^2}{(M+m)^2} = 0,25$ ή $\frac{m}{M+m} = \frac{1}{4}$ ή $M = 3m$ ή $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$.

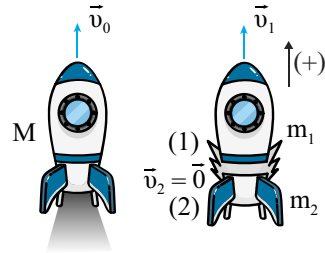


106. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα του σώματος μάζας $2m$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$
 ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:
 $3mv = m4v + 2mv'$ ή $-mv = 2mv'$ ή $v' = -\frac{v}{2}$.


107. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\vec{v}_1$ η ταχύτητα του κομματιού (1) αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση.
 Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των κομματιών (1) και (2) κατά την έκρηξη έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$
 ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:



$$Mv_0 = m_1v_1 \quad \text{ή} \quad Mv_0 = \frac{4}{5}Mv_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{5}{4}v_0.$$

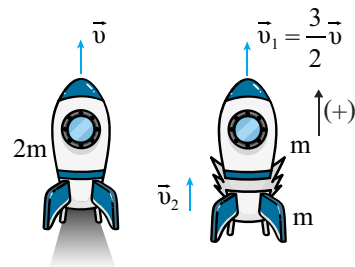
Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του κομματιού (1) εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{τελ(1)} - \vec{p}_{αρχ(1)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1v_1 - m_1v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1(v_1 - v_0) \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = \frac{1}{4}m_1v_0$$

$$\text{ή} \quad \Delta p_1 = +\frac{1}{5}Mv_0 \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = \frac{1}{5}Mv_0.$$

108. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $\vec{v}_1$ η ταχύτητα του πάνω τμήματος του πυραύλου αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Είναι: $v_1 = \frac{3}{2}v$.
 Έστω $\vec{v}_2$ η ταχύτητα του κάτω τμήματος του πυραύλου.
 Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο τμημάτων στα οποία διαχωρίζεται ο πύραυλος κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

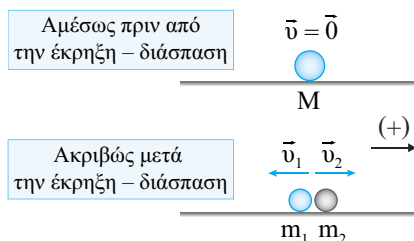


$$\text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω: } 2mv = mv_1 + mv_2 \quad \text{ή} \quad mv = m\frac{3}{2}v + mv_2$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \frac{v}{2}.$$

109. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη αποκτούν οριζόντιες ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ αντίστοιχα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:



$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_2: 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\text{ή } m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή } v_1 = 2v_2 \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (2).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση δίνεται από τη σχέση:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{K_1}{K_2} = 2$.

110. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των κομματιών Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$



ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$Mv = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή } Mv = \frac{M}{2} 2v + \frac{M}{2} v_2 \quad \text{ή } v_2 = 0.$$

Αμέσως πριν από την έκρηξη

Ακριβώς μετά την έκρηξη

111. Σωστή επιλογή είναι η β.

Επειδή η ορμή του συστήματος των κομματιών (1) και (2) διατηρείται σταθερή κατά την έκρηξη – διάσπαση ισχύει: $\Delta \vec{p}_{ολ} = \vec{0}$ ή $\Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = \vec{0}$ ή αλγεβρικά:

$$\Delta p_1 + \Delta p_2 = 0 \quad \text{ή } \Delta p_1 = -\Delta p_2 \quad \text{ή } |\Delta \mathbf{p}_1| = |\Delta \mathbf{p}_2|.$$

Έστω $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ οι ορμές των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των κομματιών (1) και (2) κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή } \vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \text{ή αλγεβρικά:}$$

$$0 = p_1 + p_2 \quad \text{ή } p_2 = -p_1 \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια K_1 του κομματιού (1) αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση δίνεται από τη σχέση: $K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ ή $K_1 = \frac{(m_1 v_1)^2}{2m_1}$ ή $K_1 = \frac{p_1^2}{2m_1}$ (2).

Η κινητική ενέργεια K_2 του κομματιού (2) αμέσως μετά την έκρηξη δίνεται από τη σχέση:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{ή} \quad K_2 = \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_2} \quad \text{ή} \quad K_2 = \frac{p_2^2}{2m_2} \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) προκύπτει: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{p_1^2 m_2}{p_2^2 m_1}$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_2}{m_1}$ (4).

Επειδή είναι: $m_1 \neq m_2$, από τη σχέση (4) προκύπτει: $K_1 \neq K_2$.

Η μεταβολή ΔK_1 της κινητικής ενέργειας του κομματιού (1) κατά την έκρηξη – διάσπαση είναι:

$$\Delta K_1 = K_{1(\text{μετά})} - K_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta K_1 = K_1 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta K_1 = K_1.$$

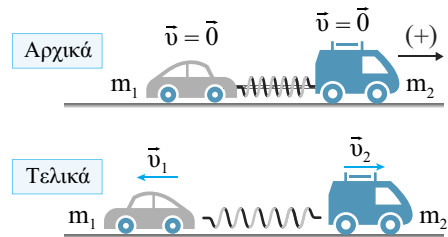
Η μεταβολή ΔK_2 της κινητικής ενέργειας του κομματιού (2) κατά την έκρηξη – διάσπαση είναι:

$$\Delta K_2 = K_{2(\text{μετά})} - K_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta K_2 = K_2 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta K_2 = K_2.$$

Επειδή είναι: $K_1 \neq K_2$, προκύπτει: $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

112. Σωστή επιλογή είναι η α.

Επειδή το δάπεδο είναι λείο, τα αμαξάκια μετά την απώλεια της επαφής τους με το ελατήριο εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις πάνω στο οριζόντιο δάπεδο κινούμενα προς αντίθετες κατευθύνσεις, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα με την οποία κινείται το αμαξάκι μάζας m_1 μετά την απώλεια της επαφής του με το ελατήριο και $\bar{v}_2$ η ταχύτητα με την οποία κινείται το αμαξάκι μάζας m_2 μετά την απώλεια της επαφής του με το ελατήριο.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_2$:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2.$$

Είναι: $v_1 = \frac{s_1}{\Delta t}$ (1) και $v_2 = \frac{s_2}{\Delta t}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1}{s_2}$ ή $s_1 = 2s_2$ ή $s_2 = \frac{s_1}{2}$.

113. Σωστή επιλογή είναι η β.

Επειδή το παγοδρόμιο είναι λείο, οι παγοδρόμοι εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις πάνω στο παγοδρόμιο κινούμενοι προς αντίθετες κατευθύνσεις.

Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα με την οποία κινείται ο παγοδρόμος μάζας m_1 και $\bar{v}_2$ η ταχύτητα με την οποία κινείται ο παγοδρόμος μάζας m_2 .

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο παγοδρόμων έχουμε: $\bar{p}_{ολ(αρχ)} = \bar{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_2$:

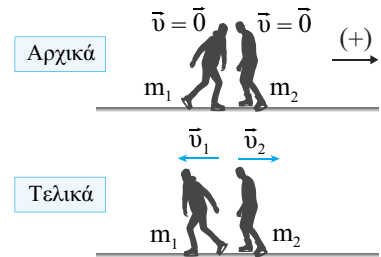
$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1).$$

Επειδή οι παγοδρόμοι εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις, ισχύει:

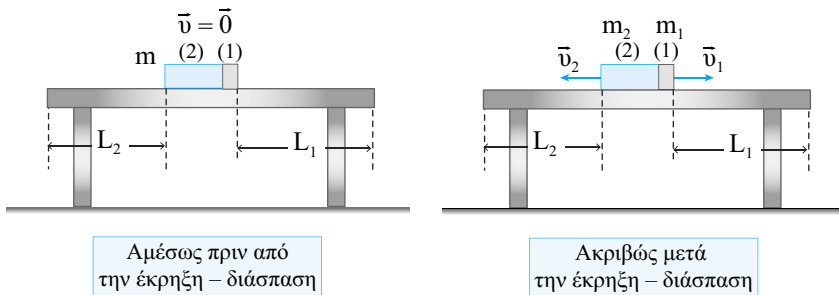
$$v_1 = \frac{x_1}{\Delta t} \quad (2) \quad \text{και} \quad v_2 = \frac{x_2}{\Delta t} \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{x_1}{x_2}$ ή λόγω της σχέσης (1):

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$



114. Σωστή επιλογή είναι η β.



Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα του κομματιού μάζας m_1 και $\bar{v}_2$ η ταχύτητα του κομματιού μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$\bar{p}_{ολ(πριν)} = \bar{p}_{ολ(μετά)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_1$:

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 4v_2.$$

Επειδή το τραπέζι είναι λείο, τα δύο σώματα μετά την έκρηξη – διάσπαση εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις πάνω στο τραπέζι και φτάνουν ταυτόχρονα στις άκρες του τραπεζιού κινούμενα για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt . Συνεπώς, ισχύει:

$$v_1 = \frac{L_1}{\Delta t} \quad (1) \quad \text{και} \quad v_2 = \frac{L_2}{\Delta t} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_1}{L_2}$ ή $\frac{L_1}{L_2} = 4$ ή $L_1 = 4L_2$.

115. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Επειδή το παγοδρόμιο είναι λείο, οι παγοδρόμοι εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις πάνω στο παγοδρόμιο κινούμενοι προς αντίθετες κατευθύνσεις.

Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα με την οποία κινείται ο παγοδρόμος μάζας m_1 και $\bar{v}_2$ η ταχύτητα με την οποία κινείται ο παγοδρόμος μάζας m_2 .

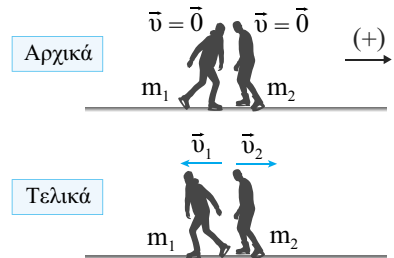
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο παγοδρόμων έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_2$:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (1) \quad \text{ή} \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2.$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2).$

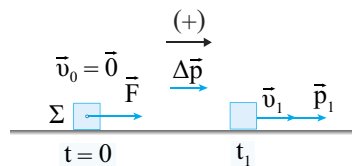
Επειδή είναι $m_1 > m_2$, από τη σχέση (2) προκύπτει: $v_2 > v_1$.



116. α. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της ορμής $\vec{p}_1$ του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 .

Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_1 = mv_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά: $\Delta p = +p_1 - 0$ ή $\Delta p = +40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Επομένως, το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής $\Delta \vec{p}$ του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt έχει φορά προς τα δεξιά, όπως απεικονίζεται στο σχήμα και το μέτρο της είναι:

$$|\Delta p| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $|\Sigma F| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $F = 4 \text{ N}$.

117. α. Έστω p_0 το μέτρο της αρχικής ορμής του σώματος. Είναι: $p_0 = mv_0$ ή $p_0 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

β. Το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $v_1 = v_0 + at_1$ ή $v_1 = 20 \text{ m/s}$.

Το μέτρο p_1 της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_1 = mv_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_0:$$

$$\Delta p = p_1 - p_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Επομένως, το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής $\Delta \vec{p}$ του σώματος έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$ και μέτρο $|\Delta p| = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

δ. Έστω $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά: } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = +1 \text{ N}.$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ που ασκείται στο σώμα έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$ και μέτρο $|\Sigma \vec{F}| = 1 \text{ N}$.

118. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

α. $p_0 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

β. $p_1 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

γ. $\Delta p = -15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

δ. $\Sigma F = -5 \text{ N}$.

119. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το δάπεδο και η δύναμη $\vec{F}$.

Επειδή το σώμα δεν κινείται στον άξονα $y'y'$ ισχύει: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$.

Επειδή οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι σταθερές, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος $\frac{d\vec{p}}{dt}$ είναι

$$\text{σταθερός. Είναι: } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \vec{0} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x$$

$$\text{ή αλγεβρικά: } \frac{dp}{dt} = \Sigma F_x \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Επειδή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι

$$\text{σταθερός, ισχύει: } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F} \quad \text{ή αλγεβρικά: } \frac{\Delta p}{\Delta t} = F \quad \text{ή} \quad \Delta p = F \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta p = Ft_1$$

$$\text{ή} \quad \Delta p = +4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $\vec{p}_1$ η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

$$\text{ή αλγεβρικά: } \Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = p_1 - 0 \quad \text{ή} \quad p_1 = +4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

120. α. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η ορμή $\vec{p}_0$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$.

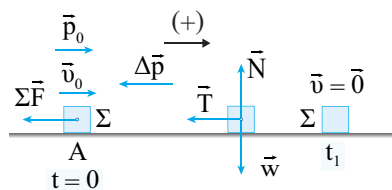
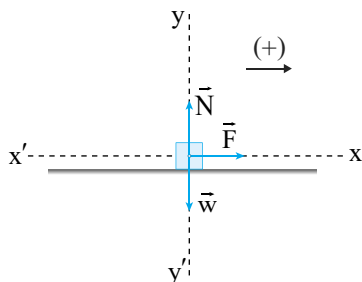
Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_0$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_0 = mv_0 \quad \text{ή} \quad p_0 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή αλγεβρικά: $\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά: $\Delta p = 0 - (+p_0)$ ή $\Delta p = -p_0$ ή $\Delta p = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Επομένως, η μεταβολή της ορμής $\Delta \vec{p}$ του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt έχει φορά προς τα αριστερά και το μέτρο της είναι: $|\Delta p| = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.



γ. Έστω $\vec{\Sigma F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του από τη χρονική στιγμή $t = 0$ τη χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \text{ ή αλγεβρικά: } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F = -2 \text{ N.}$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ που ασκείται στο σώμα έχει φορά προς τα αριστερά και το μέτρο της είναι: $|\Sigma F| = 2 \text{ N}$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το δάπεδο. Επειδή το σώμα δεν κινείται στον άξονα $y'y'$ ισχύει: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ ή $N - w = 0$ ή $N = mg$ ή $N = 10 \text{ N}$.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y \text{ ή } \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_x + \vec{0} \text{ ή } \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_x$$

$$\text{ή αλγεβρικά: } \Sigma F = \Sigma F_x \text{ ή } \Sigma F = -T \text{ ή } T = 2 \text{ N.}$$

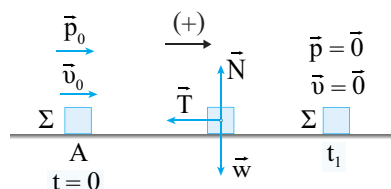
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $\mu = 0,2$.

121. α. Έστω p_0 το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι:

$$p_0 = mv_0 \text{ ή } p_0 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \text{ ή } N - w = 0 \text{ ή } N = mg \text{ ή } N = 20 \text{ N.}$$



Έστω $\frac{d\vec{p}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

$$\text{Είναι: } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \text{ ή } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y \text{ ή } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \vec{0} \text{ ή } \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x \text{ ή αλγεβρικά: } \frac{dp}{dt} = \Sigma F_x$$

$$\text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά: } \frac{dp}{dt} = -T \text{ ή } \frac{dp}{dt} = -\mu N \text{ ή } \frac{dp}{dt} = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή αλγεβρικά:

$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} \text{ ή } \Delta p = 0 - (+p_0) \text{ ή } \Delta p = -30 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \text{ ή } |\Delta p| = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

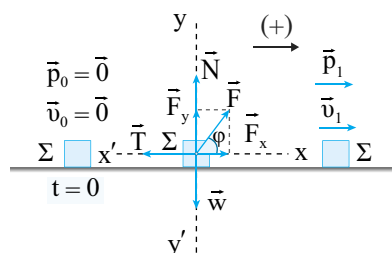
δ. Επειδή η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το οριζόντιο δάπεδο είναι σταθερή, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι σταθερός. Συνεπώς, ισχύει:

$$\frac{dp}{dt} = -T \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = -T \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{t_1 - 0} = -T \quad \text{ή} \quad t_1 = -\frac{\Delta p}{T} \quad \text{ή} \quad t_1 = 3 \text{ s}.$$

122. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

α. $\left| \frac{dp}{dt} \right| = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$. **β.** $|\Delta p| = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $|p| = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **δ.** $v = 4 \text{ m/s}$.

123. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$, η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το δάπεδο και η δύναμη $\vec{F}$. Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες: μια οριζόντια συνιστώσα $\vec{F}_x$ και μια κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{F}_y$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Είναι: $F_x = F \sin \varphi$ ή $F_x = 12 \text{ N}$ και $F_y = F \eta \mu \varphi$ ή $F_y = 16 \text{ N}$.

Επειδή το σώμα δεν κινείται στον άξονα $y'y'$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N + F_y - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = mg - F_y \quad \text{ή} \quad N = 4 \text{ N}.$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 2 \text{ N}$.

Επειδή οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι σταθερές, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του $\frac{d\vec{p}}{dt}$ κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι σταθερός. Είναι:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \vec{0} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x \quad \text{ή αλγεβρικά:} \quad \frac{dp}{dt} = \Sigma F_x$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά: $\frac{dp}{dt} = F_x - T$ ή $\frac{dp}{dt} = +10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x$ ή αλγεβρικά:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F_x \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_x - T \quad \text{ή} \quad \Delta p = (F_x - T)t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $\vec{p}_1$ η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή αλγεβρικά:

$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = p_1 - 0 \quad \text{ή} \quad p_1 = \Delta p \quad \text{ή} \quad p_1 = +40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |p_1| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

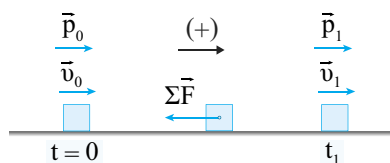
$$|p_1| = mv_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 20 \text{ m/s}.$$

124. α. Έστω p_0 το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι:

$$p_0 = mv_0 \quad \text{ή} \quad p_0 = 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $v_1 = v_0 - at_1$ ή $v_1 = 2 \text{ m/s}$.

Έστω p_1 το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $p_1 = mv_1$ ή $p_1 = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.



γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή $\Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:

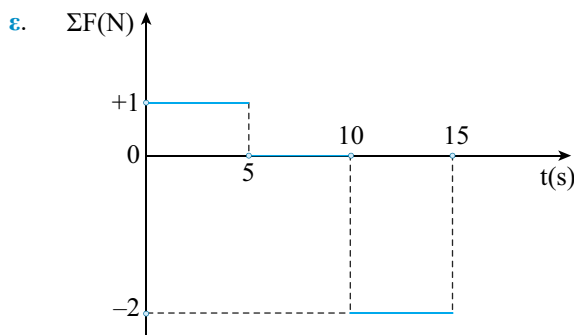
$$\Delta p = p_1 - p_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = -1,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 1,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = \frac{\Delta p}{t_1} \quad \text{ή} \quad \Sigma F = -0,6 \text{ N} \quad \text{ή} \quad |\Sigma F| = 0,6 \text{ N}.$$

125. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 3.

α. $v_{\min} = 10 \text{ m/s}$, $v_{\max} = 20 \text{ m/s}$. **β.** $\Delta p_1 = +5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $\Delta p_2 = 0$. **δ.** $\Delta p_3 = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.



126. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ είναι $p_1 = +2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Έστω v_1 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $p_1 = m_1 v_1$ ή $v_1 = +20 \text{ m/s}$ ή $|v_1| = 20 \text{ m/s}$.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι η αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$ είναι $p_2 = +3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Έστω v_2 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

$$p_2 = m_2 v_2 \text{ ή } v_2 = +30 \text{ m/s} \text{ ή } |v_2| = 30 \text{ m/s}.$$

β. Έστω ΣF_1 η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα Δt_1 , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$. Είναι:

$$\Sigma F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \Sigma F_1 = 0.$$

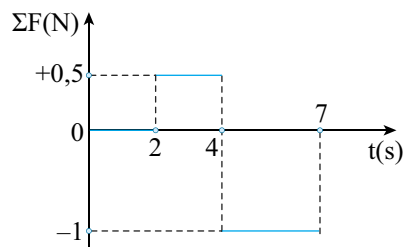
Έστω ΣF_2 η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα Δt_2 , από τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$. Είναι:

$$\Sigma F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t_2} \text{ ή } \Sigma F_2 = \frac{(3-2) \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{(4-2) \text{ s}} \text{ ή } \Sigma F_2 = +0,5 \text{ N}.$$

Έστω ΣF_3 η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα Δt_3 , από τη χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 7 \text{ s}$. Είναι:

$$\Sigma F_3 = \frac{\Delta p_3}{\Delta t_3} \text{ ή } \Sigma F_3 = \frac{(0-3) \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{(7-4) \text{ s}} \text{ ή } \Sigma F_3 = -1 \text{ N}.$$

Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 7 \text{ s}$.

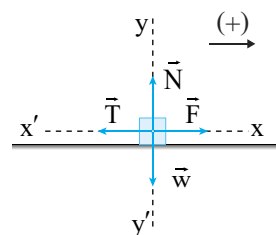


γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

Επειδή το σώμα δεν κινείται στον άξονα $y'y'$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \text{ ή } N - w = 0 \text{ ή } N = mg \text{ ή } N = 1 \text{ N}.$$

$$\text{Είναι: } T = \mu N \text{ ή } T = 0,2 \text{ N}.$$



δ. Στο χρονικό διάστημα Δt_1 ισχύει: $\Sigma \vec{F}_1 = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y$ ή αλγεβρικά:

$$\Sigma F_1 = \Sigma F_x + 0 \text{ ή } \Sigma F_1 = F - T \text{ ή } 0 = F - T \text{ ή } F = T \text{ ή } F = +0,2 \text{ N}.$$

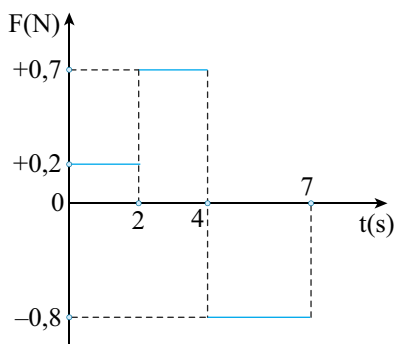
Στο χρονικό διάστημα Δt_2 ισχύει: $\Sigma \vec{F}_2 = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y$ ή αλγεβρικά:

$$\Sigma F_2 = \Sigma F_x + 0 \quad \text{ή} \quad \Sigma F_2 = F - T \quad \text{ή} \quad F = +0,7 \text{ N.}$$

Στο χρονικό διάστημα Δt_3 ισχύει: $\Sigma \vec{F}_3 = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y$ ή αλγεβρικά:

$$\Sigma F_3 = \Sigma F_x + 0 \quad \text{ή} \quad \Sigma F_3 = F - T \quad \text{ή} \quad F = -0,8 \text{ N.}$$

Στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος απεικονίζεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με τον χρόνο t από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 7 \text{ s}$.



127. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

α. $p_1 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **β.** $p_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $\Delta p = -1,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **δ.** $|F| = 60 \text{ N}$.

128. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

α. $p_1 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, $p_2 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **β.** $|\Delta p| = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $|F| = 600 \text{ N}$.

129. α. Έστω p_1 το μέτρο της ορμής της σφαίρας ακριβώς πριν από την κρούση με το δάπεδο. Είναι: $p_1 = mv_1$ ή $p_1 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

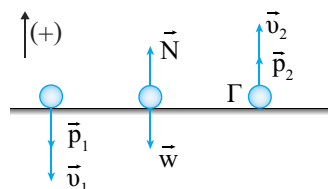
β. Έστω p_2 το μέτρο της ορμής της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση με το δάπεδο. Είναι:

$$p_2 = mv_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ της σφαίρας ακριβώς πριν και αμέσως μετά την κρούση με το δάπεδο αντίστοιχα.

Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης με το δάπεδο. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$



ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) \quad \text{ή} \quad \Delta p = p_2 + p_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +5 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω $\vec{N}$ η μέση δύναμη που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N - w = \frac{\Delta p}{t_1} \quad \text{ή} \quad N = mg + \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad N = 102 \text{ N}.$$

130. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.

α. $p_1 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$

β. $p_2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$

γ. $|\Delta p| = 3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$

δ. $N = 105 \text{ N}.$

131. α. Έστω p_1 το μέτρο της ορμής της σφαίρας ακριβώς πριν από την κρούση με το έδαφος. Είναι: $p_1 = mv_1$ ή $p_1 = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$

Έστω p_2 το μέτρο της ορμής της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση με το έδαφος. Είναι:

$$p_2 = mv_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ της σφαίρας.

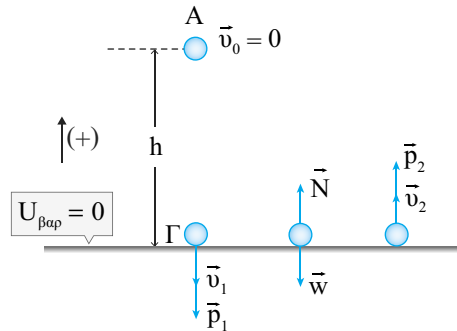
Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης με το έδαφος. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) \quad \text{ή} \quad \Delta p = +0,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή} \quad |\Delta p| = 0,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



γ. Έστω $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης με το έδαφος. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $\Sigma F = +20 \text{ N}$ ή $|\Sigma F| = 20 \text{ N}.$

δ. Έστω $\vec{N}$ η μέση δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης με το έδαφος. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \vec{N} + \vec{w}$ ή αλγεβρικά: $\Sigma F = N - w$ ή $N = \Sigma F + mg$ ή $N = +22 \text{ N}$ ή $|N| = 22 \text{ N}.$

ε. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση της σφαίρας πριν από την κρούση μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο σχήμα, έχουμε: $E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$

ή θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με το έδαφος: $0 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$ ή $h = \frac{v_1^2}{2g}$ ή $h = 0,45 \text{ m}$.

132. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.

α. $p_1 = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **β.** $p_2 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $|\Delta p| = 4,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **δ.** $|N| = 95 \text{ N}$.

133. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. $p_0 = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **β.** $p_1 = 25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. **γ.** $\left| \frac{dp}{dt} \right| = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$. **δ.** $|\Delta p| = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

ε. $s = 120 \text{ m}$.

134. α. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 3 \text{ s. Είναι: } s = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad v_0 = 20 \text{ m/s.}$$

Έστω p_0 το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι:

$$p_0 = mv_0 \quad \text{ή} \quad p_0 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Από το διπλανό σχήμα προκύπτει:

$$y = h - h_1 \quad \text{ή} \quad y = 20 \text{ m}.$$

$$\text{Είναι: } y = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = 2 \text{ s}.$$

Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_{1x}$ και $\bar{v}_{1y}$, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

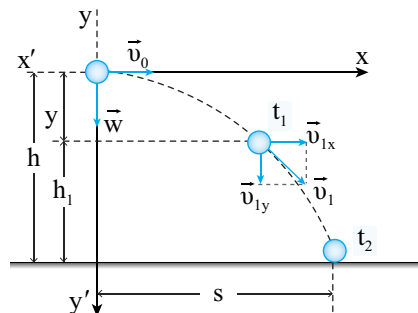
$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + (gt_1)^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = 20\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

Έστω p_1 το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$p_1 = mv_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = 40\sqrt{2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής που εκτελεί είναι το βάρος του $\bar{w}$. Έστω $\frac{d\bar{p}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική

στιγμή t_1 . Είναι: $\frac{d\bar{p}}{dt} = \Sigma \bar{F}$ ή $\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{w}$ ή αλγεβρικά:



$$\frac{dp}{dt} = w \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = mg \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = +20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

δ. Έστω $\vec{dp}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Επειδή το βάρος $\vec{w}$ του σώματος είναι σταθερό, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι σταθερός. Συνεπώς, ισχύει: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\Sigma F}$ ή αλγεβρικά:

$$\frac{dp}{dt} = w \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = w \quad \text{ή} \quad \Delta p = mgt_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

135. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Είναι:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad v = 2 \text{ m/s}.$$

Έστω p το μέτρο της ορμής του σώματος. Είναι: $p = mv$ ή $p = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

β. Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής το σώματος Σ . Είναι:

$$\frac{dp}{dt} = F_k \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{mv^2}{R} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 4\pi \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

γ. Στο σχήμα 1 έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}$ και $\vec{p}'$ του σώματος Σ τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t_1 = T/2$ αντίστοιχα.

Επειδή το σώμα Σ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας παραμένει σταθερό, οπότε τα μέτρα των ορμών του $\vec{p}$ και $\vec{p}'$ είναι ίσα. Συνεπώς, ισχύει: $p' = p$ ή $p' = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

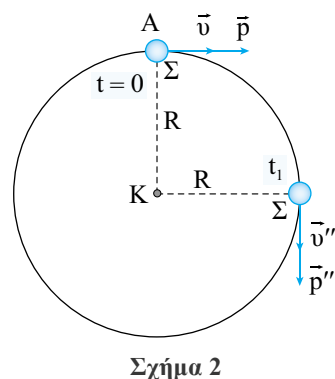
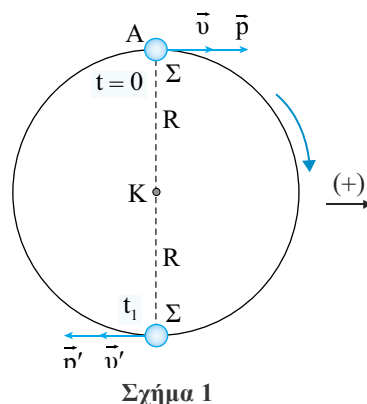
Έστω $\vec{dp}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της ορμής } \vec{p} :$$

$$\Delta p = -p' - p \quad \text{ή} \quad \Delta p = -8 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Στο σχήμα 2 έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}$ και $\vec{p}''$ του σώματος Σ τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και t_2 αντίστοιχα.

Επειδή το σώμα Σ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας παραμένει σταθερό,



οπότε τα μέτρα των ορμών του $\vec{p}$ και $\vec{p}''$ είναι ίσα. Δηλαδή, ισχύει:

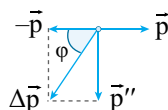
$$p'' = p \quad \text{ή} \quad p'' = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Η μεταβολή της ορμής $\Delta \vec{p}$ του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 , δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p} = \vec{p}'' - \vec{p} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p} = \vec{p}'' + (-\vec{p}) \quad (1).$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι για να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ορμής $\Delta \vec{p}$ του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt πρέπει να προσθέσουμε τα διανύσματα $\vec{p}''$ και $-\vec{p}$.

Επομένως, σχηματίζουμε τα διανύσματα $\vec{p}''$ και $(-\vec{p})$ με κοινή αρχή και στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον κανόνα του παραλληλόγραμμου για να σχηματίσουμε το διάνυσμα $\Delta \vec{p}$, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Επειδή τα διανύσματα $\vec{p}''$ και $-\vec{p}$ είναι κάθετα μεταξύ τους, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ στο χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta p = \sqrt{p''^2 + p^2} \quad \text{ή} \quad \Delta p = 4\sqrt{2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

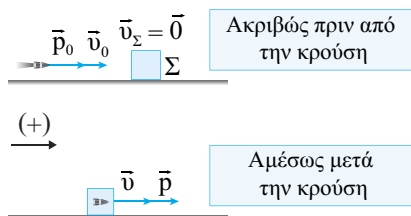
136. α. Έστω p_0 το μέτρο της ορμής του βλήματος ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι:

$$p_0 = mv_0 \quad \text{ή} \quad p_0 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\vec{p}$ η ορμή του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Είναι: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ορμής $\vec{p}_0$:

$$p_0 = p \quad \text{ή} \quad p = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



β. Έστω u το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Είναι:

$$p = (M + m)u \quad \text{ή} \quad u = 2 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = mv - mv_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -19,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = Mu - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = Mu \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +19,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

137. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $v = 2 \text{ m/s}$.

β. $\Delta p_1 = -6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, $\Delta p_2 = +6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

γ. $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 300 \text{ N}$.

δ. $E_{\text{απωλ}} = 24 \text{ J}$.

138. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$

ή $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$ ή $v_1 = 5 \text{ m/s}$.

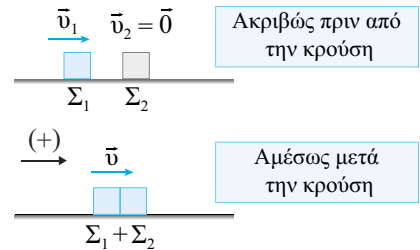
β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 15 \text{ J}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -6 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω F_1 το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 από το σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F_1 = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t}$ ή $F_1 = 600 \text{ N}$.



139. α. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα ακριβώς πριν από την κρούση.

Έστω $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})}$ η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι:

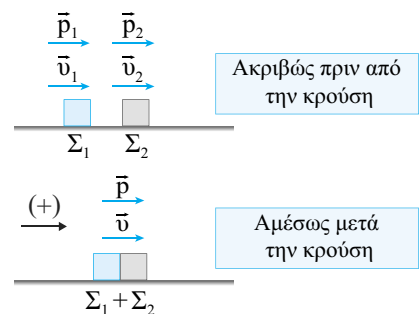
$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά: } p_{\text{ολ}(\text{πριν})} = p_1 + p_2$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$p_{\text{ολ}} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad p_{\text{ολ}} = +15 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |p_{\text{ολ}}| = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Έστω $\vec{p}$ η ορμή του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad p_{\text{ολ}(\text{πριν})} = p \quad \text{ή} \quad p = +15 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |p| = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Είναι:

$$|p| = (m_1 + m_2)v \quad \text{ή} \quad v = 5 \text{ m/s.}$$

δ. Έστω $\vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

140. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.

α. $|\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})}| = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

β. $v = 5 \text{ m/s.}$

γ. $|\Delta p_1| = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

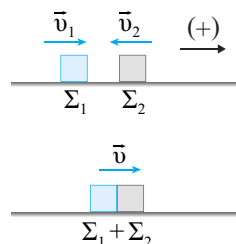
δ. $|\Delta p_2| = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

ε. $F_2 = 200 \text{ N.}$

141. α. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα

δεξιά: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad \text{ή} \quad v = 3 \text{ m/s.}$



β. Έστω $\vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -18 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2(v + v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +18 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

γ. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

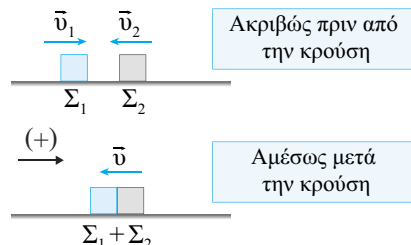
$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 135 \text{ J.}$$

142. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας

$$v_1: m_1 v_1 - m_2 v_2 = -(m_1 + m_2)v \quad \text{ή} \quad v_1 = 8 \text{ m/s.}$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1 (v + v_1)$$

$$\text{ή} \quad \Delta p_1 = -28 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 28 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = -m_2 v - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 (v_2 - v)$$

$$\text{ή} \quad \Delta p_2 = +28 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_2| = 28 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω Q το ποσό θερμότητας που εκλύεται στο περιβάλλον εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$Q = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad \text{ή} \quad Q = 294 \text{ J}.$$

ε. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

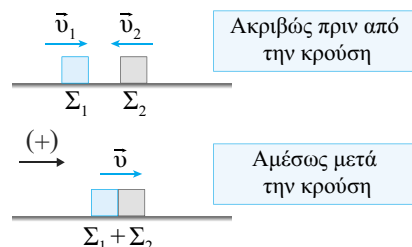
$$\pi = \frac{Q_K}{K_{\text{ολ}(\text{πριν})}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{Q_K}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 73\%.$$

143. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας

$$\vec{v}_1: m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad \text{ή} \quad m_2 = 3 \text{ kg}.$$



β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 . Είναι:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 150 \text{ J}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 (v + v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -15 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω F_1 το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 από το σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F_1 = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F_1 = 1.500 \text{ N}.$

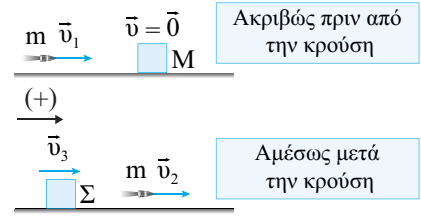
144. α. Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα βλήμα – κιβώτιο

κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$mv_1 = Mv_3 + mv_2 \quad \text{ή} \quad v_3 = 10 \text{ m/s.}$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = Mv_3 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = Mv_3 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = +5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή} \quad |\Delta p_1| = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(μετά)} - \vec{p}_{2(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = mv_2 - mv_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = -5 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_2| = 5 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο βλήμα από το κιβώτιο κατά τη διάρκεια

$$\text{της κρούσης. Είναι: } F_2 = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F_2 = 250 \text{ N.}$$

δ. Έστω Q το ποσό θερμότητας που παράχθηκε εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$Q = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \left(\frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} M v_3^2 \right) \quad \text{ή} \quad Q = 350 \text{ J.}$$

145. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

α. $v'_2 = 4 \text{ m/s.}$

β. $\Delta p_1 = -16 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \Delta p_2 = +16 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

γ. $F_1 = 400 \text{ N}, F_2 = 400 \text{ N.}$

δ. $E_{απωλ} = 0.$

146. α. Έστω $\vec{v}'_1$ η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση.

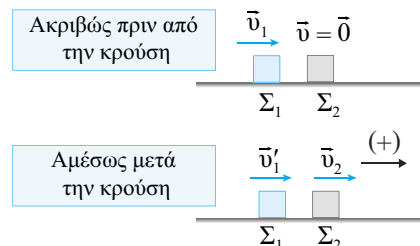
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα σωμάτων Σ_1 και Σ_2

κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v'_1 = -2 \text{ m/s.}$$



Επομένως, το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική με ταχύτητα μέτρου $|v'_1| = 2 \text{ m/s}$.

β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \right) \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 30 \text{ J}.$$

γ. Η ενέργεια $E_{\text{μεταβ}}$ που μεταβιβάστηκε από το σώμα Σ_1 στο Σ_2 κατά την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\text{μετ}} = \Delta K_2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{μετ}} = K_{2(\text{μετά})} - K_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - 0 \quad \text{ή} \quad E_{\text{μετ}} = 18 \text{ J}.$$

δ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v_1' - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

147. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 12.

α. $v_1 = 8 \text{ m/s}$.

β. $Q = 7.680 \text{ J}$.

γ. $t_1 = 1,6 \text{ s}$.

δ. $s = 6,4 \text{ m}$.

148. α. Έστω $\vec{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στον άξονα $y'y$, ισχύει:

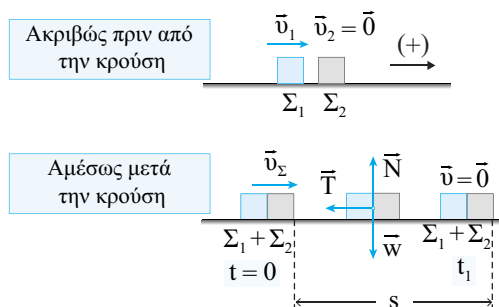
$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad N = 30 \text{ N}.$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 9 \text{ N}$.

Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_\Sigma$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση που εκτελεί από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία ακινητοποιείται. Συνεπώς, έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_w + W_N \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = \sqrt{\frac{2Ts}{m_1 + m_2}}$$

ή $v_\Sigma = 3 \text{ m/s}$.



β. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_1 = 9 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v_\Sigma - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -6 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 6 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

δ. Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του συσσωματώματος. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε: $\Sigma F_x = (m_1 + m_2)a$ ή $T = (m_1 + m_2)a$ ή $a = 3 \text{ m/s}^2$.

Είναι: $v = v_\Sigma - at_1$ ή $0 = v_\Sigma - at_1$ ή $t_1 = \frac{v_\Sigma}{a}$ ή $t_1 = 1 \text{ s.}$

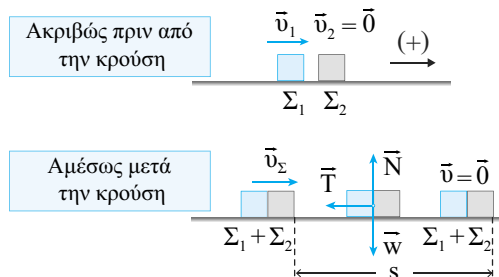
149. α. Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Είναι: $p = (m_1 + m_2)v_\Sigma$ ή $v_\Sigma = 4 \text{ m/s.}$

β. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_\Sigma$ ή $v_1 = 10 \text{ m/s.}$



γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο δάπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y$, ισχύει: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ ή $N - w = 0$ ή $N = (m_1 + m_2)g$ (1).

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται, έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W_F \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T + W_w + W_N \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = -Ts + 0 + 0$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = \mu N s$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = \mu(m_1 + m_2)gs \quad \text{ή} \quad s = \frac{v_\Sigma^2}{2\mu g} \quad \text{ή} \quad s = 2 \text{ m.}$$

δ. Έστω Q_K το ποσό θερμότητας που παράχθηκε εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$Q_K = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad Q_K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 \quad \text{ή} \quad Q_K = 60 \text{ J.}$$

Έστω Q_T το ποσό θερμότητας που παράχθηκε εξαιτίας της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

$$Q_T = |W_T| \quad \text{ή} \quad Q_T = Ts \quad \text{ή} \quad Q_T = 40 \text{ J.}$$

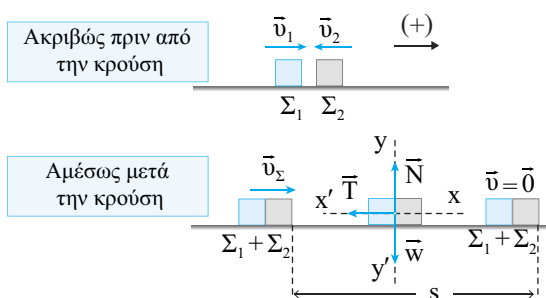
Το ζητούμενο συνολικό ποσό θερμότητας είναι: $Q_{\text{ολ}} = Q_K + Q_T$ ή $Q_{\text{ολ}} = 100 \text{ J.}$

150. α. Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 2 \text{ m/s.}$$



β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 60 \text{ J.}$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_\Sigma - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 (v_\Sigma + v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p}_2 = +12 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο δάπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y'$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad (1).$$

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται, έχουμε: $\Delta K = \Sigma W_F$ ή $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_w + W_N$

$$\text{ή } 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή } \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = \mu Ns$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = \mu(m_1 + m_2)gs \quad \text{ή } s = \frac{v_\Sigma^2}{2\mu g} \quad \text{ή } s = 1 \text{ m.}$$

ε. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος $\frac{d\vec{p}}{dt}$ είναι σταθερός κατά τη διάρκεια της κίνησής του. Είναι:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \Sigma \vec{F}_y \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x + \vec{0} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}_x \quad \text{ή αλγεβρικά:}$$

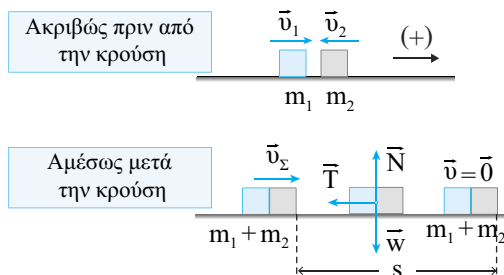
$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F_x \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -T \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -\mu N \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -\mu(m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

151. α. Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων κατά τη διάρκεια της κρούσης έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 10 \text{ m/s.}$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου (2) εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(μετά)} - \vec{p}_{2(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_\Sigma - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2(v_\Sigma + v_2)$$

$$\text{ή } \Delta p_2 = +20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_2| = 20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω F_2 το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο αυτοκίνητο (2) από το αυτοκίνητο (1) κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F_2 = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$ ή $F_2 = 200.000 \text{ N.}$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του οδηγού του αυτοκινήτου (1) κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$ ή $\Delta p = m v_\Sigma - m v_1$ ή $\Delta p = -800 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στον οδηγό του αυτοκινήτου (1) από τη ζώνη ασφαλείας κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = 8.000 \text{ N.}$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο δάπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad (1).$$

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται, έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W_F \quad \text{ή} \quad K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_w + W_N \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = -Ts + 0 + 0$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = \mu N s \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

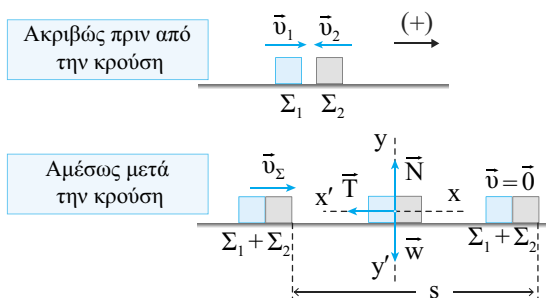
$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = \mu(m_1 + m_2)gs \quad \text{ή} \quad s = \frac{v_{\Sigma}^2}{2\mu g} \quad \text{ή} \quad s = 12,5 \text{ m.}$$

152. α. Έστω $\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)}$ η ορμή του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $p_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = m_1 v_1 - m_2 v_2$

$$\text{ή} \quad p_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = +12 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)}| = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



β. Έστω v_{Σ} η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad \text{ή} \quad p_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = (m_1 + m_2)v_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad v_{\Sigma} = +4 \text{ m/s.}$$

γ. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 13, ερώτ. β: $\pi = 66,67\%$.

δ. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 13, ερώτ. γ: $\mu = 0,2$.

153. α. Έστω v_1 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{(12 - 0) \text{ m}}{(2 - 0) \text{ s}} \quad \text{ή} \quad v_1 = +6 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad |v_1| = 6 \text{ m/s.}$$

β. Έστω v'_1 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση. Είναι:

$$v'_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad v'_1 = \frac{(0-12) \text{ m}}{(5-2) \text{ s}} \quad \text{ή} \quad v'_1 = -4 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad |v'_1| = 4 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_2 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά τη κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή αλγεβρικά: $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v_2$ ή $v_2 = +2 \text{ m/s}$ ή $|v_2| = 2 \text{ m/s.}$

δ. Έστω Δp_1 η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι: $\Delta p_1 = p_{1(μετά)} - p_{1(πριν)}$ ή $\Delta p_1 = m_1 v'_1 - m_1 v_1$ ή $\Delta p_1 = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

Έστω Δp_2 η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι: $\Delta p_2 = p_{2(μετά)} - p_{2(πριν)}$ ή $\Delta p_2 = m_2 v_2 - 0$ ή $\Delta p_2 = +10 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

ε. Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 0.$$

154. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 10.

α. $v_1 = 10 \text{ m/s.}$

β. $\Delta p_1 = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \Delta p_2 = +10 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

γ. $E = 75 \text{ J.}$

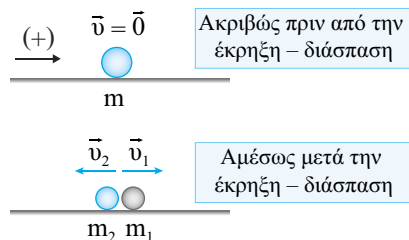
δ. $F_1 = 200 \text{ N}, F_2 = 200 \text{ N.}$

155. α. Είναι: $m = m_1 + m_2$ ή $m_2 = 1 \text{ kg.}$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$ ή $m_1 v_1 = m_2 v_2$

ή $v_2 = 6 \text{ m/s.}$



β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v_1 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = +6 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(μετά)} - \vec{p}_{2(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = 0 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = -m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = -6 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

γ. Έστω E η ενέργεια που ελευθερώθηκε από την έκρηξη – διάσπαση. Είναι:

$$E = K_{\text{ολ(μετά)}} - K_{\text{ολ(πριν)}} \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - 0 \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{ή} \quad E = 24 \text{ J.}$$

δ. Επειδή το δάπεδο είναι λείο, τα σώματα μετά την έκρηξη εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις. Έστω s_1 το διάστημα που διανύει το σώμα Σ_1 στο οριζόντιο δάπεδο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$s_1 = v_1 t_1 \quad \text{ή} \quad s_1 = 4 \text{ m.}$$

Έστω s_2 το διάστημα που διανύει το σώμα Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $s_2 = v_2 t_1$ ή $s_2 = 12 \text{ m}$.

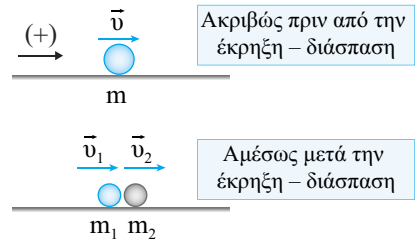
Έστω d η απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 . Επειδή τα δύο σώματα κινούνται μετά την έκρηξη προς αντίθετες κατευθύνσεις, ισχύει: $d = s_1 + s_2$ ή $d = 16 \text{ m}$.

156. α. Είναι: $m = m_1 + m_2$ ή $m = 3 \text{ kg}$.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$

$$\text{ή} \quad m v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = -10 \text{ m/s.}$$

Επομένως, το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_1$ που έχει αντίθετη φορά από τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος Σ πριν από την έκρηξη.



β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά:} \quad \Delta p_1 = m_1 v_1 - m_1 v \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -20 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά:} \quad \Delta p_2 = m_2 v_2 - m_2 v \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +20 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

γ. Έστω E η ενέργεια που ελευθερώθηκε από την έκρηξη – διάσπαση. Είναι:

$$E = K_{\text{ολ(μετά)}} - K_{\text{ολ(πριν)}} \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{ή} \quad E = 300 \text{ J.}$$

157. α. Είναι: $M = m_1 + m_2$ ή $M = 4m_1$

ή $m_1 = 5.000 \text{ kg}$. Συνεπώς, είναι:

$m_2 = 3m_1$ ή $m_2 = 15.000 \text{ kg}$.

Έστω $\vec{v}_2$ η ταχύτητα του τμήματος (2) του πυραύλου αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των τμημάτων

(1) και (2) του πυραύλου κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$: $Mv = -m_1v_1 + m_2v_2$ ή $v_2 = 400 \text{ m/s}$.

β. Έστω $\Delta\vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του τμήματος (1) εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1v_1 - m_1v \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -3 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\Delta\vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του τμήματος (2) εξαιτίας της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2(μετά)} - \vec{p}_{2(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2v_2 - m_2v \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +3 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω F_1 η μέση δύναμη που ασκείται στο τμήμα (1) από το τμήμα (2) κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης. Είναι: $F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$ ή $F_1 = -3 \cdot 10^7 \text{ N}$.

Έστω F_2 η μέση δύναμη που ασκείται στο τμήμα (2) από το τμήμα (1) κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης. Είναι: $F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$ ή $F_2 = +3 \cdot 10^7 \text{ N}$.

δ. Έστω E η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης. Είναι:

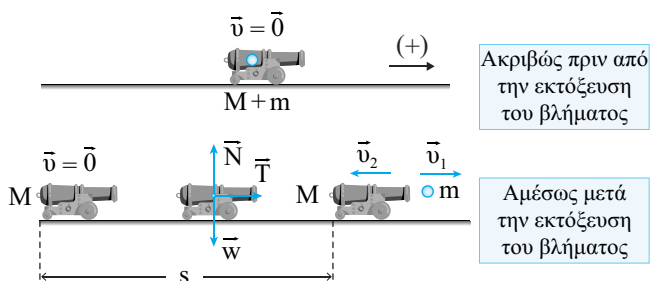
$$E = K_{ολ(μετά)} - K_{ολ(πριν)} \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}Mv^2 \quad \text{ή} \quad E = 12 \cdot 10^8 \text{ J}.$$

158. α. Έστω $\vec{v}_2$ η ταχύτητα του πυροβόλου αμέσως μετά την εκτόξευση του βλήματος.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα πυροβόλο – βλήμα κατά την εκτόξευση του βλήματος έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$0 = -Mv_2 + mv_1 \quad \text{ή} \quad Mv_2 = mv_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = 0,4 \text{ m/s}.$$



β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο πυροβόλο κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = Mg \quad \text{ή} \quad N = 10.000 \text{ N.}$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο πυροβόλο από το οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 4.000 \text{ N}$.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του πυροβόλου. Είναι:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad T = Ma \quad \text{ή} \quad a = 4 \text{ m/s}^2.$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του πυροβόλου στο οριζόντιο δάπεδο. Είναι:

$$v = v_2 - a\Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = v_2 - a\Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_2}{a} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,1 \text{ s.}$$

γ. Έστω s το διάστημα που διανύει το πυροβόλο στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$s = v_2 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad s = 0,02 \text{ m.}$$

159. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 11.

$$\alpha. v_2 = 2 \text{ m/s.} \quad \beta. |\Delta p_2| = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s.} \quad \gamma. s_2 = 0,4 \text{ m.} \quad \delta. U_{ελ} = 1,2 \text{ J.}$$

160. α. Η αρχική ορμή του συστήματος των δύο παγοδρόμων είναι ίση με μηδέν. Έστω $\vec{v}_1$ η ταχύτητα του παγοδρόμου (1) στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt . Το σύστημα των δύο παγοδρόμων είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή και ίση με μηδέν. Επομένως, οι δύο παγοδρόμοι στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt κινούνται έχοντας αντίθετες ορμές. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο παγοδρόμων έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 5 \text{ m/s.}$$

β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του παγοδρόμου (1) στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{τελ(1)} - \vec{p}_{αρχ(1)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1 v_1 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -400 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του παγοδρόμου (2) στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{τελ(2)} - \vec{p}_{αρχ(2)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_2 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +400 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

γ. Έστω F_2 το μέτρο της μέσης δύναμης που άσκησε ο παγοδρόμος (1) στον παγοδρόμο (2)

κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος Δt . Είναι: $F_2 = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$ ή $F_2 = 4.000 \text{ N}$.

δ. Έστω F_1 το μέτρο της μέσης δύναμης που άσκησε ο παγοδρόμος (2) στον παγοδρόμο (1) κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος Δt . Είναι: $F_1 = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t}$ ή $F_1 = 4.000 \text{ N}$.

ε. Οι δύο παγοδρόμοι κινούνται για χρονικό διάστημα: $\Delta t' = t_1 - \Delta t$ ή $\Delta t' = 2 \text{ s}$.

Έστω s_1 το διάστημα που διανύει ο παγοδρόμος (1) στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι:

$$s_1 = v_1 \Delta t' \quad \text{ή} \quad s_1 = 10 \text{ m.}$$

Έστω s_2 το διάστημα που διανύει ο παγοδρόμος (2) στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι:

$$s_2 = v_2 \Delta t' \quad \text{ή} \quad s_2 = 16 \text{ m.}$$

Έστω d η απόσταση των δύο παγοδρόμων τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$d = s_1 + s_2 \quad \text{ή} \quad d = 26 \text{ m.}$$

161. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 17.

α. Το σφαιρίδιο Σ_1 αποκτά αμέσως μετά την κρούση ταχύτητα $\bar{v}'_1$ που έχει αντίθετη φορά από τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_1$ και μέτρο $v'_1 = 4 \text{ m/s}$.

$$\text{β. } E_{\text{απωλ.}} = 0 \text{ J.} \quad \text{γ. } \omega_1 = \omega_2 = 4 \text{ rad/s.} \quad \text{δ. } t = 0,25\pi \text{ s.} \quad \text{ε. } \Delta\theta_1 = \pi \text{ rad.}$$

162. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 16.

$$\text{α. } v_1 = 5 \text{ m/s.} \quad \text{β. } v = 1 \text{ m/s.} \quad \text{γ. } \frac{T_1}{T_2} = 5. \quad \text{δ. } \Delta\theta = 6\pi \text{ rad.}$$

$$\text{ε. } N = 3 \text{ περιφορές.}$$

163. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 18.

$$\text{α. } v = 3 \text{ m/s.} \quad \text{β. } T = 120 \text{ N.} \quad \text{γ. } \pi = 95\%. \quad \text{δ. } h = 0,45 \text{ m.} \quad \text{ε. } \varphi = 60^\circ.$$

164. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 19.

$$\text{α. } v_1 = 5 \text{ m/s.} \quad \text{β. } v = 3 \text{ m/s.} \quad \text{γ. } T_1 = 150 \text{ N, } T_2 = 103,2 \text{ N.} \quad \text{δ. } h = 0,45 \text{ m.}$$

165. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 20.

$$\text{α. } v = 4 \text{ m/s.} \quad \text{β. } |\Delta p_1| = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s.} \quad \text{γ. } Q = 96 \text{ J.}$$

166. α. Έστω p_1 το μέτρο της ορμής της σφαίρας ακριβώς πριν από την κρούση με το δάπεδο. Είναι: $p_1 = mv_1$ ή $p_1 = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Έστω p_2 το μέτρο της ορμής της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση με το δάπεδο. Είναι:

$$p_2 = mv_2 \text{ ή } p_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ της σφαίρας.

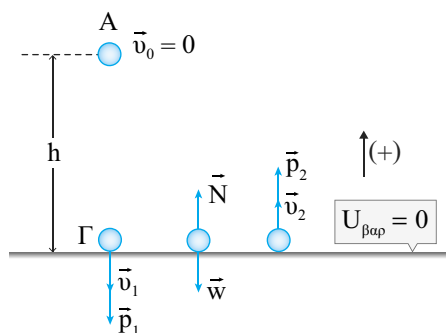
Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης με το δάπεδο. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \text{ ή } \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) \text{ ή } \Delta p = +0,7 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή } |\Delta p| = 0,7 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



β. Έστω $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης με το δάπεδο. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $\Sigma F = +7 \text{ N}$.

Έστω $\vec{N}$ η μέση δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης με το δάπεδο.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = \vec{N} + \vec{w} \text{ ή αλγεβρικά: } \Sigma F = N - w \text{ ή } N = \Sigma F + mg \text{ ή } N = 8 \text{ N ή } |N| = 8 \text{ N}.$$

γ. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση της σφαίρας πριν από την κρούση μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο σχήμα, έχουμε: $E_{\text{μηχ}(A)} = E_{\text{μηχ}(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$.

ή θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που

$$\text{ταυτίζεται με το δάπεδο: } 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \text{ ή } h = \frac{v_1^2}{2g} \text{ ή } h = 1,25 \text{ m}.$$

δ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{Q_K}{E_{\text{μηχ}(\alphaρχ)}} \cdot 100\% \text{ ή } \pi = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2}{mgh} \cdot 100\% \text{ ή } \pi = 84\%.$$

167. α. Επειδή, σύμφωνα με τη δοθείσα χρονική εξίσωση της ορμής, η ορμή του σώματος μεταβάλλεται γραμμικά σε συνάρτηση με τον χρόνο, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι σταθερός και ίσος με τον συντελεστή του χρόνου t .

Συνεπώς, από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της ορμής του σώματος προκύπτει ότι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του είναι: $\frac{dp}{dt} = -15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του. Συνεπώς, ισχύει: $\frac{dp}{dt} = -w$ ή $\frac{dp}{dt} = -mg$ ή $m = 1,5 \text{ kg}$.

β. Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος η ορμή του είναι ίση με μηδέν. Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της ορμής του σώματος, για $p = 0$ και $t = t_1$, προκύπτει ότι: $0 = 30 - 15t_1$ (S.I.) ή $t_1 = 2 \text{ s}$.

γ. Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της ορμής του σώματος προκύπτει ότι η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι: $p_0 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Έστω v_0 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $p_0 = mv_0$ ή $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

Το σώμα κατά την άνοδό του εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\vec{a}$, της οποίας το μέτρο είναι ίσο με το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Έστω h το μέγιστο ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο φτάνει το σώμα τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h = 20 \text{ m}.$$

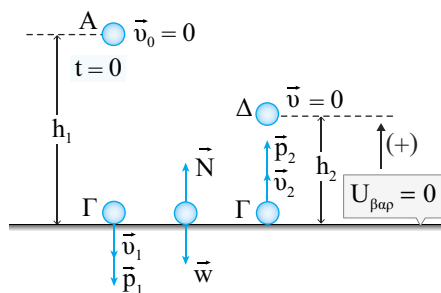
δ. Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το σώμα επιστρέφει στο έδαφος. Η μετατόπιση Δx του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς,

$$\text{ισχύει: } \Delta x = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{2v_0}{g} \quad \text{ή} \quad t_2 = 4 \text{ s}.$$

Έστω p_1 η αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 . Από τη δοθείσα χρονική εξίσωση της ορμής του σώματος, για $t = t_2 = 4 \text{ s}$ και $p = p_1$, προκύπτει: $p_1 = -30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή $\Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$ ή αλγεβρικά: $\Delta p = p_1 - p_0$ ή $\Delta p = -60 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

168. α. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ της μπάλας τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την κρούση της με το έδαφος, εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση της μπάλας μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με



Σχήμα 1

το έδαφος. Συνεπώς, έχουμε: $E_{\mu\chi\lambda(A)} = E_{\mu\chi\lambda(\Gamma)}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$

$$\text{ή } 0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \quad \text{ή } v_1 = \sqrt{2gh_1} \quad \text{ή } v_1 = 4 \text{ m/s.}$$

β. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_2$ της μπάλας τη χρονική στιγμή ακριβώς μετά την κρούση με το έδαφος εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση της μπάλας μεταξύ των θέσεων Γ και Δ που φαίνονται στο προηγούμενο σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με το δάπεδο. Έχουμε:

$$E_{\mu\chi\lambda(\Gamma)} = E_{\mu\chi\lambda(\Delta)} \quad \text{ή } K_\Gamma + U_\Gamma = K_\Delta + U_\Delta \quad \text{ή } \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = 0 + mgh_2 \quad \text{ή } v_2 = \sqrt{2gh_2} \quad \text{ή } v_2 = 2 \text{ m/s.}$$

Έστω p_1 το μέτρο της ορμής της μπάλας ακριβώς πριν από την κρούση της με το έδαφος. Είναι:

$$p_1 = mv_1 \quad \text{ή } p_1 = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω p_2 το μέτρο της ορμής της μπάλας τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση της με το έδαφος. Είναι: $p_2 = mv_2$ ή $p_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής της μπάλας εξαιτίας της κρούσης με το έδαφος. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή } \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική φορά προς τα πάνω:}$$

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) \quad \text{ή } \Delta p = p_2 + p_1 \quad \text{ή } \Delta p = +0,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

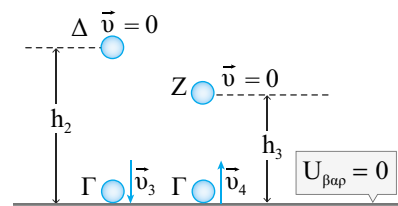
Συνεπώς, η μεταβολή $\Delta \vec{p}$ της ορμής της μπάλας είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και το μέτρο της είναι: $|\Delta p| = 0,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$

γ. Έστω Δt η ζητούμενη χρονική διάρκεια. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

$$\text{ή αλγεβρικά: } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή } \Delta t = 0,1 \text{ s.}$$

δ. Έστω $\vec{v}_3$ η ταχύτητα με την οποία προσκρούει η μπάλα στο έδαφος για δεύτερη φορά και $\vec{v}_4$ η ταχύτητα της αμέσως μετά τη δεύτερη κρούση της με το έδαφος.

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση της μπάλας μεταξύ των θέσεων Δ και Γ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα 2, έχουμε:



Σχήμα 2

$$E_{\mu\chi\lambda(\Delta)} = E_{\mu\chi\lambda(\Gamma)} \quad \text{ή } K_\Delta + U_\Delta = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή } 0 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + 0 \quad \text{ή } v_3 = \sqrt{2gh_2} \quad \text{ή } v_3 = 2 \text{ m/s.}$$

Έστω K η κινητική ενέργεια της μπάλας τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την κρούση της με το έδαφος για δεύτερη φορά και K' η κινητική της ενέργεια αμέσως μετά την κρούση της με το έδαφος για δεύτερη φορά. Η απώλεια, $E_{\text{απωλ}}$, της κινητικής ενέργειας της μπάλας

κατά την κρούση της με το έδαφος για δεύτερη φορά δίνεται από τη σχέση: $E_{\text{απωλ}} = \frac{50}{100} K$ ή

$$K - K' = \frac{1}{2} K \quad \text{ή} \quad K' = \frac{1}{2} K \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_4^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m v_3^2 \quad \text{ή} \quad v_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_3 \quad \text{ή} \quad v_4 = \sqrt{2} \text{ m/s.}$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για τη κίνηση της μπάλας μεταξύ των θέσεων Γ και Ζ που φαίνονται στο σχήμα 2, έχουμε:

$$E_{\text{μηχ}(\Gamma)} = E_{\text{μηχ}(Z)} \quad \text{ή} \quad K_\Gamma + U_\Gamma = K_Z + U_Z \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_4^2 + 0 = 0 + m g h_3 \quad \text{ή} \quad h_3 = 0,1 \text{ m.}$$

169. α. Η μπάλα του τένις εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο η μπάλα του τένις εκτελεί την οριζόντια

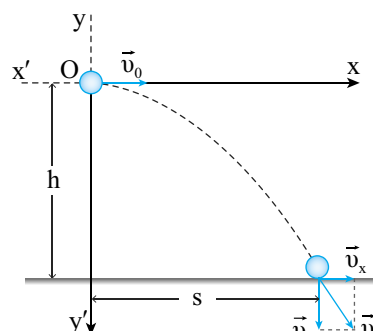
βολή. Είναι: $h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 0,7 \text{ s}$.

β. Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει η μπάλα του τένις στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα 1. Το μέτρο της ταχύ-

τητας $\vec{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή

$$v = \sqrt{v_0^2 + (g \Delta t)^2} \quad \text{ή} \quad v = 21 \text{ m/s.}$$

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η μπάλα του τένις. Είναι: $s = v_0 \Delta t$ ή $s = 14 \text{ m}$.



Σχήμα 1

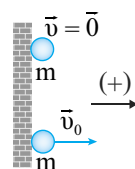
γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής της μπάλας εξαιτίας της επαφής της με τη ρακέτα. Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:

$$\Delta p = m v_0 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = m v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +1,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της επαφής της μπάλας με τη ρακέτα. Είναι:

$$|\Sigma F| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{|\Delta p|}{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,005 \text{ s.}$$



Σχήμα 2

δ. Η οριζόντια απόσταση του φιλέ από το σημείο Ο στο οποίο η ρακέτα χτύπησε την μπάλα του τένις είναι $d = 12 \text{ m}$, ενώ το ύψος του φιλέ είναι $h_1 = 0,912 \text{ m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.

Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα κίνησης της μπάλας από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το χτύπημα της ρακέτας μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία μετατοπίζεται οριζόντια από την αρχική της θέση κατά d . Είναι: $d = v_0 \Delta t'$ ή $\Delta t' = 0,6 \text{ s}$.

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας στο

χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι: $y = \frac{1}{2} g (\Delta t')^2$ ή $y = 1,8 \text{ m}$.

Έστω h_2 το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται η μπάλα τη χρονική στιγμή στην οποία έχει μετατοπιστεί οριζόντια από την αρχική της θέση κατά d . Είναι:

$h_2 = h - y$ ή $h_2 = 0,65 \text{ m}$. Επειδή είναι $h_2 < h_1$, η μπάλα χτυπά στο φιλέ.

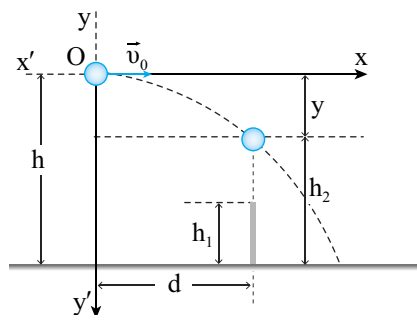
170. α. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

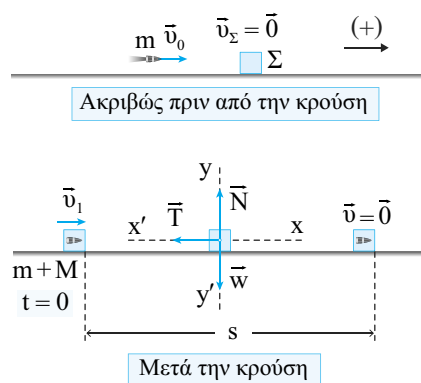
$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$mv_0 = (M + m)v_1 \text{ ή } v_1 = 6 \text{ m/s.}$$



Σχήμα 3



β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο – βλήμα εξαιτίας της κρούσης. Είναι: $E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}$ ή $E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} (M + m)v_1^2$ ή $E_{\text{απωλ}} = 582 \text{ J}$.

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{μετά}} - \vec{p}_{\text{πριν}} \text{ ή } \Delta p = Mv_1 \text{ ή } \Delta p = +5,82 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που άσκησε το βλήμα στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της

κρούσης. Είναι: $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = 582 \text{ N}$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο δάπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (M + m)g \quad (1).$$

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται, έχουμε: $\Delta K = \Sigma W_F$ ή $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_w + W_N$

$$\text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = \mu Ns$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = \mu(m_1 + m_2)gs \quad \text{ή} \quad s = \frac{v_1^2}{2\mu g} \quad \text{ή} \quad s = 9 \text{ m}.$$

171. α. Έστω v_0 το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Αρχή διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)v_0 \quad \text{ή} \quad v_0 = 8 \text{ m/s}.$$

β. Έστω $|\Delta K|$ η μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$|\Delta K| = |K_{\text{μετά}} - K_{\text{πριν}}| \quad \text{ή} \quad |\Delta K| = \left| \frac{1}{2}m_1 v_0^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \right| \quad \text{ή} \quad |\Delta K| = 1.276,8 \text{ J}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{μετά}} - \vec{p}_{\text{πριν}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = m_2 v_0 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = m_2 v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = +15,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

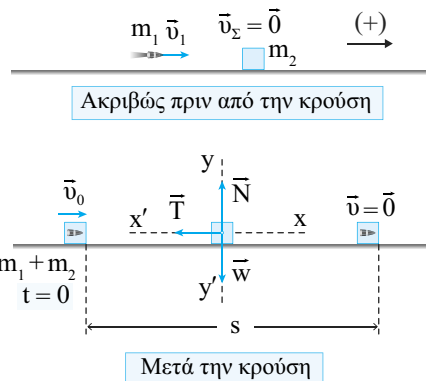
Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του κιβωτίου κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{15,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,02 \text{ s}} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = 760 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

δ. i. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y$, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad N = 20 \text{ N}.$$



Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 4 \text{ N}$.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του συσσωματώματος. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε: $\Sigma F_x = (m_1 + m_2)a$ ή $T = (m_1 + m_2)a$ ή $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

$$v = v_0 - a\Delta t \quad (1) \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_0}{a} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 4 \text{ s}.$$

ii. Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

$$s = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad s = 16 \text{ m}.$$

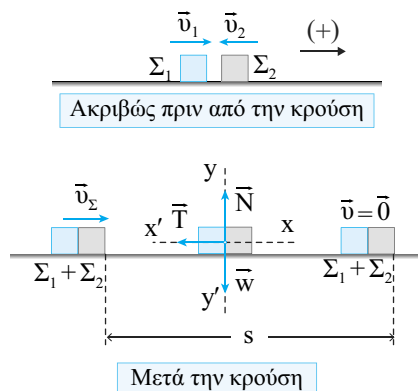
172. α. Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση

$$\text{έχουμε: } \vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας

$$\vec{v}_1: m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 8 \text{ m/s}.$$



β. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ}(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 1.080 \text{ J}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v_\Sigma - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -72 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 72 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_\Sigma - (-m_2 v_2) \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v_\Sigma + m_2 v_2$$

$$\text{ή} \quad \Delta p_2 = +72 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_2| = 72 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω F_1 το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_1 από το σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F_1 = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t}$ ή $F_1 = 720 \text{ N}$.

Έστω F_2 το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ_2 από το σώμα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F_2 = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$ ή $F_2 = 720 \text{ N}$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησης του στο οριζόντιο δάπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Επειδή το συσσωμάτωμα δεν κινείται στο άξονα $y'y$, ισχύει:

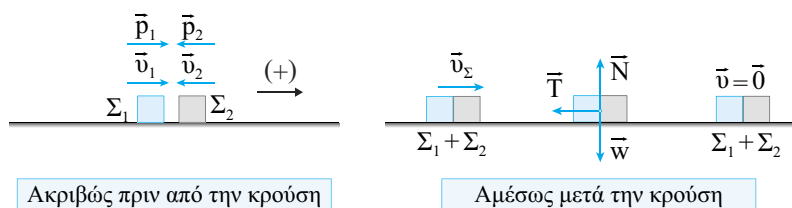
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad (1).$$

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται, έχουμε: $\Delta K = \Sigma W_F$ ή $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_w + W_N$

$$\text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = \mu Ns$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2 = \mu(m_1 + m_2)gs \quad \text{ή} \quad s = \frac{v_{\Sigma}^2}{2\mu g} \quad \text{ή} \quad s = 10 \text{ m}.$$

173. α. Έστω $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ οι ορμές των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα ακριβώς πριν από την κρούση. Στο ακόλουθο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$.



Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση: $p_1 = m_1 v_1$ ή $p_1 = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_2$ υπολογίζεται από τη σχέση: $p_2 = m_2 v_2$ ή $p_2 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

β. Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$ ή $p_1 - p_2 = (m_1 + m_2)v_{\Sigma}$ ή $v_{\Sigma} = 5 \text{ m/s}$.

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

$$\text{Είναι:} \quad \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad N = 10 \text{ N}.$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 2 \text{ N}$.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του συσσωματώματος. Είναι:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2)a \quad \text{ή} \quad T = (m_1 + m_2)a \quad \text{ή} \quad a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

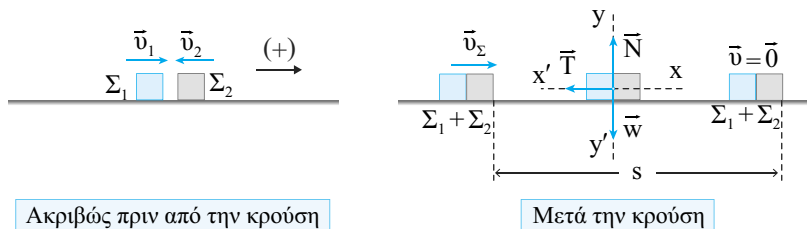
$$v = v_{\Sigma} - \alpha \Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = v_{\Sigma} - \alpha \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_{\Sigma}}{\alpha} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2,5 \text{ s.}$$

δ. Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

$$s = v_{\Sigma} \Delta t - \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad s = 6,25 \text{ m.}$$

Έστω Q_T η απώλεια ενέργειας του συσσωματώματος εξαιτίας της τριβής ολίσθησης που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι: $Q_T = |W_T|$ ή $Q_T = T \cdot s$ ή $Q_T = 12,5 \text{ J}$.

174. α. Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad v_{\Sigma} = 10 \text{ m/s.}$$

β. Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος

εξαιτίας της κρούσης δίνεται από τη σχέση: $\pi = \frac{\Delta K_{ολ}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\%$ ή $\pi = \frac{K_{ολ(μετά)} - K_{ολ(πριν)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\%$

$$\text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\Sigma}^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \left[\frac{(m_1 + m_2) v_{\Sigma}^2}{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2} - 1 \right] \cdot 100\%$$

$$\text{ή} \quad \pi = -60\%.$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = (m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad N = 10 \text{ N.}$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 2 \text{ N}$.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής $\frac{dp}{dt}$ του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο τραχύ οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $\frac{dp}{dt} = \Sigma F_x$ ή $\frac{dp}{dt} = -T$
ή $\frac{dp}{dt} = -2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

δ. Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του συσσωματώματος. Είναι:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2)a \quad \text{ή} \quad T = (m_1 + m_2)a \quad \text{ή} \quad a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή που εισέρχεται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο έως τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Είναι:

$$v = v_\Sigma - a\Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = v_\Sigma - a\Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_\Sigma}{a} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 5 \text{ s}.$$

Έστω s το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$s = v_\Sigma \Delta t - \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad s = 25 \text{ m}.$$

175. α. Έστω p_1 το μέτρο της ορμής του βέλους ακριβώς πριν από την κρούση με το μήλο. Είναι: $p_1 = mv_1$ ή $p_1 = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Έστω p_2 το μέτρο της ορμής του βέλους αμέσως μετά την κρούση με το μήλο. Είναι:

$$p_2 = mv_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\vec{p}_3$ η ορμή του μήλου αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα βέλος – μήλο κατά την κρούση έχουμε:

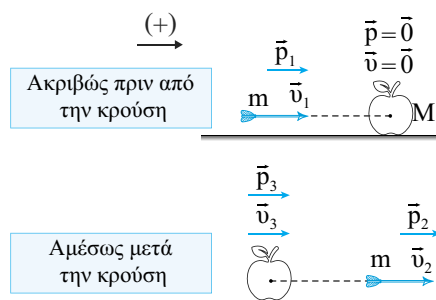
$$\vec{p}_{\text{ολ}(πριν)} = \vec{p}_{\text{ολ}(μετά)} \quad \text{ή} \quad \vec{p}_1 + \vec{p} = \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της ορμής } \vec{p}_1 : \\ p_1 + 0 = p_2 + p_3 \quad \text{ή} \quad p_3 = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Έστω $\Delta \vec{p}_\beta$ η μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_\beta = \vec{p}_{\beta(\text{μετά})} - \vec{p}_{\beta(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p}_\beta = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά: } \Delta p_\beta = p_2 - p_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_\beta = -0,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_\mu$ η μεταβολή της ορμής του μήλου εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_\mu = \vec{p}_{\mu(\text{μετά})} - \vec{p}_{\mu(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p}_\mu = \vec{p}_3 - \vec{p} \quad \text{ή} \quad \text{αλγεβρικά: } \Delta p_\mu = p_3 - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_\mu = p_3 \quad \text{ή} \quad \Delta p_\mu = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



Έστω $\vec{F}_\mu$ η μέση δύναμη που ασκείται στο μήλο από το βέλος κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Είναι: $\vec{F}_\mu = \frac{\Delta \vec{p}_\mu}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $F_\mu = \frac{\Delta p_\mu}{\Delta t}$ ή $F_\mu = 1 \text{ N}$.

Έστω $\vec{F}_\beta$ η μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Είναι: $\vec{F}_\beta = \frac{\Delta \vec{p}_\beta}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $F_\beta = \frac{\Delta p_\beta}{\Delta t}$ ή $F_\beta = -1 \text{ N}$.

δ. Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας του μήλου αμέσως μετά την κρούση. Είναι:

$p_3 = Mv_3$ ή $v_3 = 0,5 \text{ m/s}$.

Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βέλος – μήλο εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

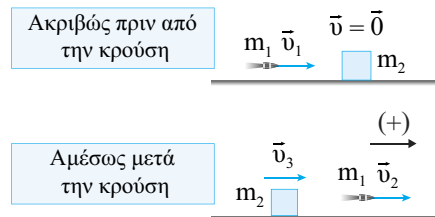
$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}$ ή $E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \left(\frac{1}{2}Mv_3^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \right)$ ή $E_{\text{απωλ}} = 0,875 \text{ J}$.

176. α. Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας του ξύλινου σώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα βλήμα – ξύλινο σώμα κατά την κρούση έχουμε:

$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $m_1v_1 = m_2v_3 + m_1v_2$

ή $v_3 = 10 \text{ m/s}$.



β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

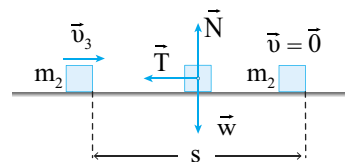
$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})}$ ή $\Delta p = m_1v_2 - m_1v_1$ ή $\Delta p = -40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ή $|\Delta p| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο βλήμα από το ξύλινο σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = 20 \text{ N}$.

γ. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}$ ή $E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \left(\frac{1}{2}m_2v_3^2 + \frac{1}{2}m_1v_2^2 \right)$ ή $E_{\text{απωλ}} = 7.800 \text{ J}$.

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο ξύλινο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησης του στο οριζόντιο επίπεδο μετά την κρούση είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο επίπεδο.



Είναι: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ ή $N - w = 0$ ή $N = m_2 g$ ή $N = 40 \text{ N}$.

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο ξύλινο σώμα από το οριζόντιο επίπεδο υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 8 \text{ N}$.

Έστω s το διάστημα που διανύει το ξύλινο σώμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_N + W_w \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m_2 v_3^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή} \quad s = \frac{m_2 v_3^2}{2T} \quad \text{ή} \quad s = 25 \text{ m}.$$

177. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα βλήμα – κιβώτιο κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$

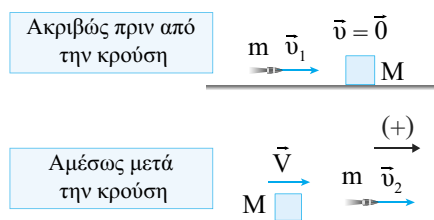
ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$mv_1 = MV + mv_2 \quad \text{ή} \quad M = 1,6 \text{ kg}.$$

β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{2(\text{μετά})} - \vec{p}_{2(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p = mv_2 - mv_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p = -8 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο βλήμα από το κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι: $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = 40 \text{ N}$.



γ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{\Delta K_{\text{κιβ}}}{K_{\text{βλ}(\text{πριν})}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{K_{\text{κιβ}(\text{μετά})} - K_{\text{κιβ}(\text{πριν})}}{K_{\text{βλ}(\text{πριν})}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2} MV^2 - 0}{\frac{1}{2} mv_1^2} \cdot 100\%$$

$$\text{ή} \quad \pi = \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{V}{v_1} \right)^2 \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 4\%.$$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο επίπεδο μετά την κρούση είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το οριζόντιο επίπεδο.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F}_y = 0 \quad \text{ή} \quad N - w = 0 \quad \text{ή} \quad N = Mg \quad (1).$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το οριζόντιο επίπεδο είναι:

$$T = \mu N \quad \text{ή, σύμφωνα με τη σχέση (1), } T = \mu Mg \quad (2).$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται. Έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_N + W_W \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}MV^2 = -Ts + 0 + 0 \quad \text{ή, σύμφωνα με τη σχέση (2):}$$

$$-\frac{1}{2}MV^2 = -\mu Mgs \quad \text{ή} \quad \mu = \frac{V^2}{2gs} \quad \text{ή} \quad \mu = \frac{5}{16}.$$

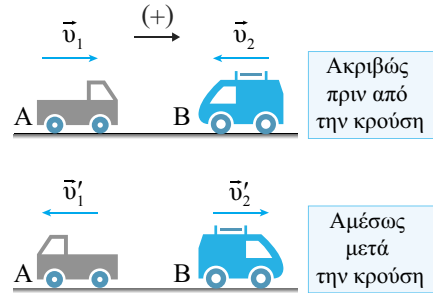
178. α. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του αμαξιδίου Α ακριβώς πριν από την κρούση είναι: $v_1 = +2 \text{ m/s}$, ενώ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του αμέσως μετά την κρούση είναι $v'_1 = -1 \text{ m/s}$.

Έστω $\Delta \vec{p}_A$ η μεταβολή της ορμής του αμαξιδίου Α εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_A = \vec{p}_{A(\text{μετά})} - \vec{p}_{A(\text{πριν})} \quad \text{ή αλγεβρικά: } \Delta p_A = m_1 v'_1 - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_A = -3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

β. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του αμαξιδίου Β ακριβώς πριν από την κρούση είναι $v_2 = -2 \text{ m/s}$.

Έστω v'_2 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του αμαξιδίου Β αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο αμαξιδίων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(πριν)} = \vec{p}_{\text{ολ}(μετά)}$ ή αλγεβρικά:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \text{ή} \quad v'_2 = -0,5 \text{ m/s}.$$


γ. Έστω $\Delta \vec{p}_B$ η μεταβολή της ορμής του αμαξιδίου Β εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_B = \vec{p}_{B(\text{μετά})} - \vec{p}_{B(\text{πριν})} \quad \text{ή αλγεβρικά: } \Delta p_B = m_2 v'_2 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \Delta p_B = +3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

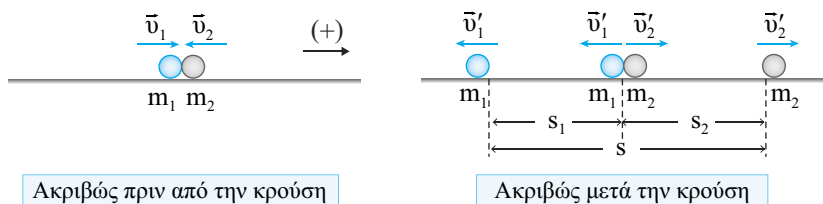
Έστω $\vec{F}_B$ η μέση δύναμη που ασκείται στο αμαξίδιο Β κατά την κρούση. Είναι:

$$\vec{F}_B = \frac{\Delta \vec{p}_B}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά: } F_B = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F_B = +30 \text{ N}.$$

δ. Έστω ΔK η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο αμαξιδίων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta K = K_{\text{ολ}(μετά)} - K_{\text{ολ}(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2}m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2 v'^2_2 - \left(\frac{1}{2}m_1 v^2_1 + \frac{1}{2}m_2 v^2_2 \right) \quad \text{ή} \quad \Delta K = -5,25 \text{ J}.$$

179. α. Έστω v'_2 η ταχύτητα της σφαίρας μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$
ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}_1$: $m_1 u_1 - m_2 u_2 = -m_1 u'_1 + m_2 u'_2$ ή $u'_2 = +8 \text{ m/s}$.

β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της σφαίρας μάζας m_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -m_1 u'_1 - m_1 u_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -36 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\vec{F}_1$ η μέση δύναμη που ασκείται στη σφαίρα μάζας m_1 από τη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση. Είναι: $\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}$ ή αλγεβρικά: $F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$ ή $F_1 = -3.600 \text{ N}$.

γ. Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 \right) \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 0.$$

δ. Οι σφαίρες μετά την κρούση εκτελούν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Το χρονικό διάστημα $\Delta t''$ της κίνησης των δύο σφαιρών μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 2,01 \text{ s}$ από τη χρονική στιγμή που ήρθαν σε επαφή είναι:

$$\Delta t'' = \Delta t' - \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t'' = 2 \text{ s}.$$

Έστω s_1 το διάστημα που διανύει η σφαίρα μάζας m_1 στο χρονικό διάστημα $\Delta t''$. Είναι:

$$s_1 = v'_1 \Delta t'' \quad \text{ή} \quad s_1 = 14 \text{ m}.$$

Έστω s_2 το διάστημα που διανύει η σφαίρα μάζας m_2 στο χρονικό διάστημα $\Delta t''$. Είναι:

$$s_2 = v'_2 \Delta t'' \quad \text{ή} \quad s_2 = 16 \text{ m}.$$

Η ζητούμενη απόσταση d μεταξύ των δύο σφαιρών είναι: $d = s_1 + s_2$ ή $d = 30 \text{ m}$.

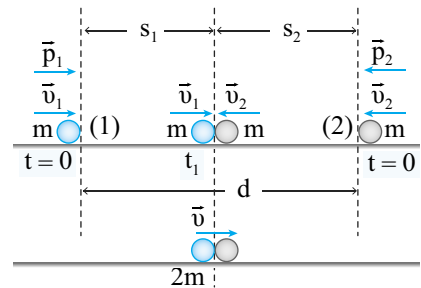
180. α. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ορμές $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_1 = mv_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Το μέτρο της ορμής $\vec{p}_2$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_2 = mv_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



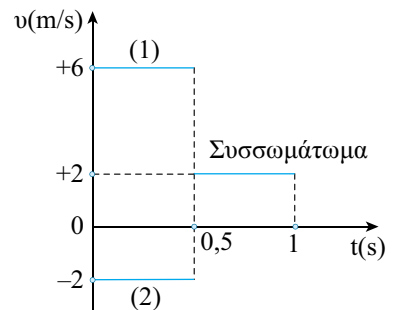
β. Έστω s_1 και s_2 τα διαστήματα που διανύουν τα σώματα (1) και (2) αντίστοιχα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία συγκρούονται. Είναι:

$$d = s_1 + s_2 \quad \text{ή} \quad d = v_1 t_1 + v_2 t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,5 \text{ s}.$$

γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$ ή $mv_1 - mv_2 = 2mv$ ή $v = 2 \text{ m/s}$.

δ. Επειδή το δάπεδο είναι λείο, το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος απεικονίζονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων καθώς και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$.

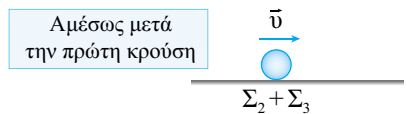
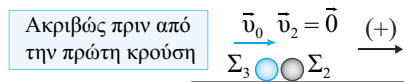


181. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σφαιρών Σ_2 και Σ_3 κατά την πρώτη κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$mv_0 = 2mv \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s}.$$

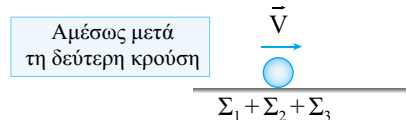
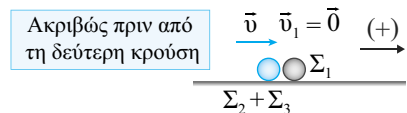


β. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σφαιρών Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 κατά τη δεύτερη κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$2mv = (2m + M)V \quad \text{ή} \quad V = 4 \text{ m/s}.$$



γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Σ_1 εξαιτίας της δεύτερης κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{\text{τελ.}} - \vec{p}_{\text{αρχ.}} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = MV - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = +24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\vec{F}_1$ η μέση δύναμη που ασκείται στη σφαίρα Σ_1 από το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_2 και

$$\Sigma_3 \text{ κατά τη δεύτερη κρούση. Είναι: } \vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά: } F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F_1 = 240 \text{ N}.$$

δ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{K_{\text{ολ. (πριν)}} - K_{\text{ολ. (μετά)}}}{K_{\text{ολ. (πριν)}}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+2m)V^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 80\%.$$

182. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ. (πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ. (μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$mv = (M+m)V_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad V_{\Sigma} = 2,5 \text{ m/s}.$$

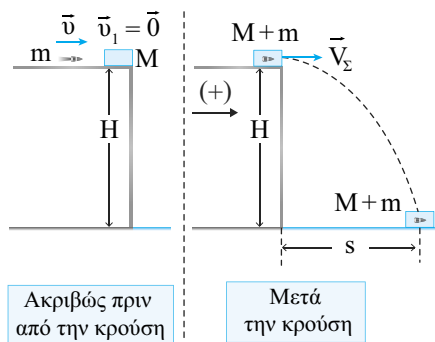
β. Έστω $E_{\text{απωλ.}}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{\text{απωλ.}} = K_{\text{ολ. (πριν)}} - K_{\text{ολ. (μετά)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ.}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(M+m)V_{\Sigma}^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ.}} = 243,75 \text{ J}.$$

γ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το συσσωμάτωμα εκτελεί την οριζόντια βολή. Είναι:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 3 \text{ s}.$$

δ. Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το συσσωμάτωμα υπολογίζεται από τη σχέση: $s = V_{\Sigma}\Delta t$ ή $s = 7,5 \text{ m}$.



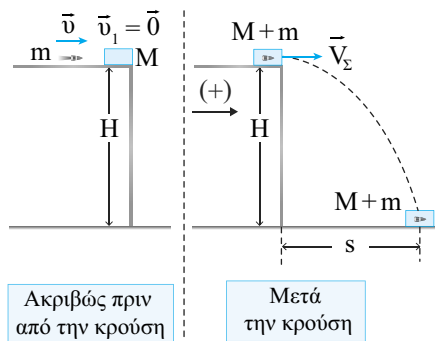
183. α. Έστω V_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ. (πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ. (μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$mv = (M+m)V_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad V_{\Sigma} = 4 \text{ m/s}.$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = mV_{\Sigma} - mv_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = -3,92 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω F το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα κατά τη διάρκεια

της κρούσης. Είναι: $F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t}$ ή $F = 392 \text{ N}$.

δ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το συσσωμάτωμα εκτελεί την οριζόντια βολή. Είναι:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,5 \text{ s}.$$

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το συσσωμάτωμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = V_{\Sigma}\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 2 \text{ m}.$$

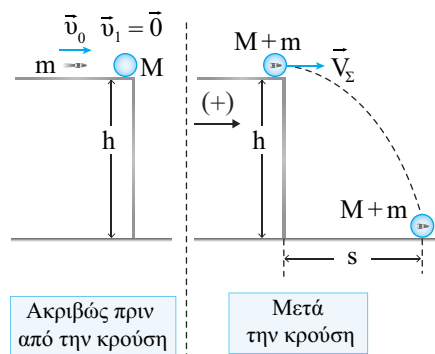
184. α. Έστω V_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων

κατά την κρούση, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:

$$mv_0 = (M + m)V_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad V_{\Sigma} = 5 \text{ m/s}.$$



β. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το συσ-

σωμάτωμα εκτελεί την οριζόντια βολή. Είναι: $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 4 \text{ s}$.

Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το συσσωμάτωμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = V_{\Sigma}\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 20 \text{ m}.$$

γ. Η οριζόντια μετατόπιση x του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } x = V_{\Sigma}t \quad \text{ή} \quad t = \frac{x}{V_{\Sigma}} \quad (1).$$

Η κατακόρυφη μετατόπιση y του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{V_{\Sigma}^2} \quad \text{ή} \quad y = \frac{1}{5}x^2 \quad (\text{S.I.}).$$

δ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}}{K_{\text{ολ(πριν)}}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M + m)V_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 97,5\%.$$

185. α. Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία στο συσσωμάτωμα φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο. Είναι: $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 0,4 \text{ s}$.

Είναι: $s = V\Delta t$ ή $V = 2 \text{ m/s}$.

β. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$
ή $m v_{\pi} = (M + m)V$ ή $v_{\pi} = 8 \text{ m/s}$.

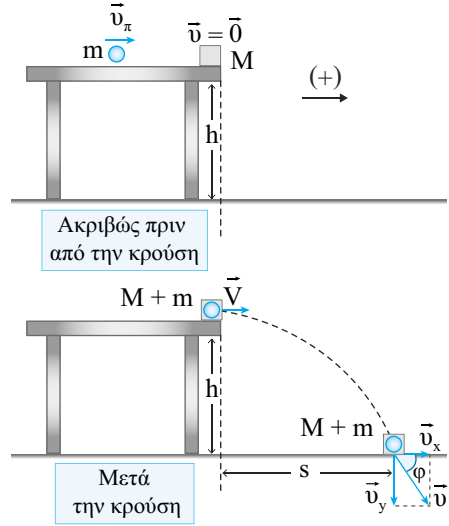
γ. Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος πλαστελίνη – κύβος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = \frac{1}{2}m v_{\pi}^2 - \frac{1}{2}(M + m)V^2 \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 0,24 \text{ J}.$$

δ. Έστω $\bar{v}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το συσσωμάτωμα στο οριζόντιο δάπεδο. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

$$\text{Είναι: } \epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{g\Delta t}{V} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = 2.$$

Συνεπώς, ισχύει ότι: $\epsilon\phi\phi > \epsilon\phi 45^\circ$ ή $\phi > 45^\circ$ (iii).

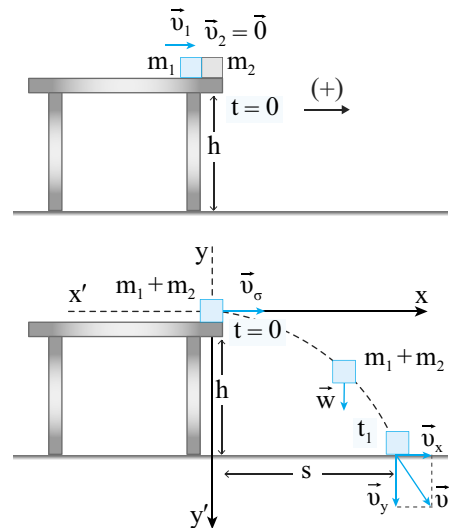


186. α. Το χρονικό διάστημα Δt της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος υπολογίζεται από τη σχέση: $s = v_o\Delta t$ ή $\Delta t = 0,4 \text{ s}$.

β. Το ύψος H υπολογίζεται από τη σχέση:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad H = 0,8 \text{ m}.$$

γ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$
ή $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v_o$ ή $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$.



δ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής είναι το βάρος του $\vec{w}$. Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής που εκτελεί είναι σταθερός. Συνεπώς, ισχύει:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = |\Sigma \vec{F}| \quad \text{ή} \quad \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = w \quad \text{ή} \quad \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = (m_1 + m_2)g \quad \text{ή} \quad \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

187. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)}$$

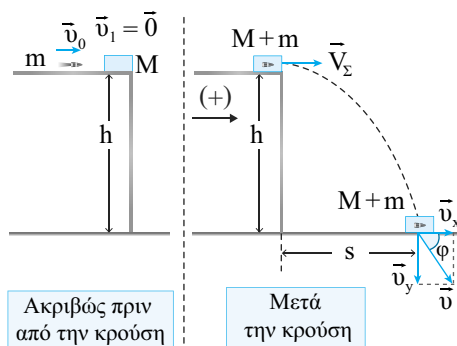
ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας

$$\vec{u}_0: m u_0 = (M + m) V_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad V_{\Sigma} = 4 \text{ m/s}.$$

β. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη

$$\text{σχέση: } \pi = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\%$$

$$\text{ή } \pi = \frac{\frac{1}{2} m u_0^2 - \frac{1}{2} (M + m) V_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2} m u_0^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 90\%.$$



γ. Έστω $\vec{u}$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το συσσωμάτωμα στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{u}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{u}_x$ και $\vec{u}_y$, όπως απεικονίζεται στο προηγούμενο σχήμα. Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο.

$$\text{Είναι: } \epsilon\phi\phi = \frac{u_y}{u_x} \quad \text{ή} \quad 1 = \frac{u_y}{u_x} \quad \text{ή} \quad u_y = u_x \quad \text{ή} \quad g\Delta t = V_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,4 \text{ s}.$$

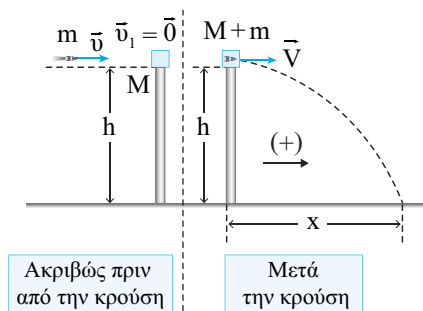
Έστω s η ζητούμενη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές). Είναι: $s = V_{\Sigma}\Delta t$ ή $s = 1,6 \text{ m}$.

δ. Το ύψος h του πάγκου υπολογίζεται από τη σχέση: $h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$ ή $h = 0,8 \text{ m}$.

188. α. Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 1 \text{ s}.$$

β. Είναι: $x = V\Delta t$ ή $V = 10 \text{ m/s}$.



γ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad mv = (M + m)V \quad \text{ή} \quad v = 200 \text{ m/s.}$$

δ. Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(M + m)V^2 \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 1.900 \text{ J.}$$

189. α. Έστω Δt η χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα (2) μετά την κρούση. Είναι: $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 2 \text{ s.}$

β. Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί η σφαίρα (2) μετά την κρούση. Από το δοθέν σχήμα προκύπτει ότι: $d = \sqrt{h^2 + s^2}$ ή $d^2 = h^2 + s^2$ ή $s = \sqrt{d^2 - h^2}$ ή $s = 15 \text{ m.}$

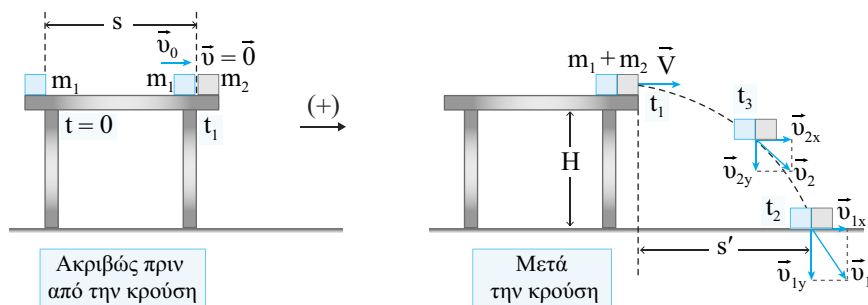
Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}'_2$ της σφαίρας (2) αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση: $s = v'_2 \Delta t$ ή $v'_2 = 7,5 \text{ m/s.}$

γ. Έστω $\vec{v}'_1$ η ταχύτητα της σφαίρας (1) αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}'_1$, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$ ή $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + 2m_1 v'_2$ ή $v'_1 = 0.$

δ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{Q_K}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \pi = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 50\%.$$

190. α. Επειδή το τραπέζι είναι λείο, η κίνηση που εκτελεί το σώμα μάζας m_1 πάνω στο τραπέζι μέχρι να συγκρουστεί με το σώμα μάζας m_2 είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_0$. Επομένως, το σώμα μάζας m_1 συγκρούεται με το σώμα μάζας m_2 τη χρονική στιγμή t_1 με ταχύτητα $\vec{v}_0$, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Έστω $\vec{V}$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$: $m_1 v_0 = (m_1 + m_2)V$ ή $V = 2 \text{ m/s}$.

β. Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά την κρούση, έως τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία το συσσωμάτωμα φτάνει στο έδαφος. Είναι: $H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 0,4 \text{ s}$.

Έστω s' η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) που διανύει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Είναι: $s' = V\Delta t$ ή $s' = 0,8 \text{ m}$.

γ. Επειδή το σώμα μάζας m_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση από τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία εκτοξεύεται έως τη χρονική στιγμή t_1 ακριβώς πριν από την κρούση, ισχύει:

$$s = v_0 \Delta t_1 \text{ ή } s = v_0 t_1 \text{ ή } t_1 = 0,1 \text{ s}.$$

$$\text{Είναι: } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ ή } t_2 = \Delta t + t_1 \text{ ή } t_2 = 0,5 \text{ s}.$$

δ. Έστω $\vec{v}_1$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το συσσωμάτωμα στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{1x}$ και $\vec{v}_{1y}$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \text{ ή } v_1 = \sqrt{V^2 + (g\Delta t)^2} \text{ ή } v_1 = \sqrt{20} \text{ m/s}.$$

Έστω K_1 η κινητική ενέργεια με την οποία φτάνει το συσσωμάτωμα στο έδαφος. Είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 \text{ ή } K_1 = 50 \text{ J}.$$

Έστω $\vec{v}_2$ η ταχύτητα του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία η κινητική του ενέργεια K_2 είναι ίση με το 25% της κινητικής του ενέργειας K_1 με την οποία φτάνει στο έδαφος. Δηλαδή, είναι:

$$K_2 = \frac{25}{100}K_1 \text{ ή } \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2 = \frac{1}{4}K_1 \text{ ή } v_2 = \sqrt{5} \text{ m/s}.$$

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_2$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{2x}$ και $\vec{v}_{2y}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι: $v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}$ ή $v_2^2 = V^2 + v_{2y}^2$ ή $v_{2y} = 1 \text{ m/s}$.

Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή t_3 . Είναι:

$$v_{2y} = g\Delta t' \text{ ή } \Delta t' = \frac{v_{2y}}{g} \text{ ή } t_3 - t_1 = \frac{v_{2y}}{g} \text{ ή } t_3 = t_1 + \frac{v_{2y}}{g} \text{ ή } t_3 = 0,2 \text{ s}.$$

191. α. Έστω $\vec{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

$$\text{ή } m v_B = (M + m) v_\Sigma \quad \text{ή } v_\Sigma = 10 \text{ m/s.}$$

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του πάνω στο τραπέζι είναι το βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το τραπέζι. Είναι: $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ ή $N - w = 0$ ή $N = (M + m)g$ ή $N = 20 \text{ N}$.

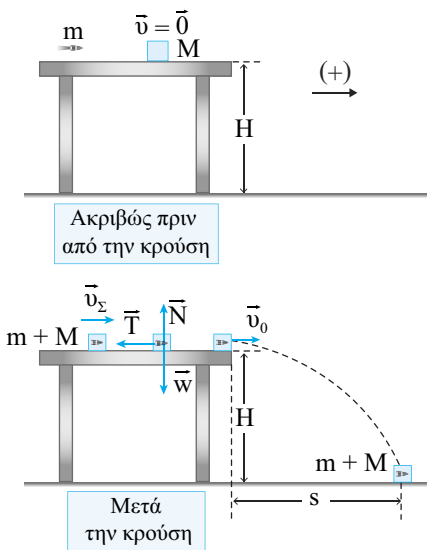
Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το τραπέζι υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 4 \text{ N}$.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του συσσωματώματος. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε: $\Sigma F_x = (M + m)a$ ή $T = (M + m)a$ ή $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_0$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v_0 = v_\Sigma - a \Delta t_1$ ή $v_0 = 6 \text{ m/s}$.

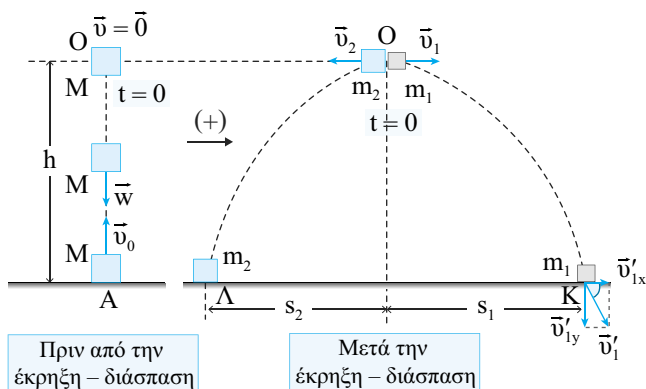
γ. Είναι: $H = \frac{1}{2} g \Delta t_2^2$ ή $\Delta t_2 = 0,4 \text{ s}$.

δ. Έστω $x_{\max}$ η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος στο χρονικό διάστημα Δt_2 στο οποίο εκτελεί την οριζόντια βολή. Είναι: $x_{\max} = v_0 \Delta t_2$ ή $x_{\max} = 2,4 \text{ m}$.



192. α. Επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στην οβίδα κατά τη διάρκεια της κίνησής της είναι το βάρος της $\vec{w}$, η κίνηση που εκτελεί είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση μέτρου $a = g$. Επομένως, τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία η οβίδα φτάνει στο ανώτερο σημείο Ο της τροχιάς της, η ταχύτητά της είναι ίση με μηδέν ($\vec{v} = \vec{0}$). Συνεπώς, η ορμή της οβίδας τη χρονική στιγμή $t = 0$ ακριβώς πριν από την έκρηξη – διάσπαση είναι ίση με μηδέν ($\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{0}$). Επειδή η ορμή του συστήματος των σωμάτων με μάζες m_1 και m_2 στα οποία διασπάται η οβίδα διατηρείται σταθερή κατά την έκρηξη – διάσπαση ($\vec{p}_{ολ(μετά)} = \vec{0}$), η ορμή του σώματος μάζας m_2 τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ορμή του σώματος μάζας m_1 την ίδια χρονική στιγμή.

Επομένως, η ταχύτητα $\vec{v}_2$ του σώματος μάζας m_2 τη χρονική στιγμή $t = 0$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έχει φορά προς τα αριστερά, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των κομματιών μάζας m_1 και m_2 κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά: $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$ ή $m_1 v_1 = m_2 v_2$ ή $v_2 = 5 \text{ m/s}$.

β. Επειδή τα κομμάτια μάζας m_1 και m_2 εκτελούν οριζόντιες βολές από το ίδιο ύψος h φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνουν τα κομμάτια στο έδαφος. Είναι:

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 = 2 \text{ s}.$$

γ. Έστω s_1 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_1 . Είναι:

$$s_1 = v_1 t_1 \quad \text{ή} \quad s_1 = 20 \text{ m}.$$

Έστω s_2 το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_2 . Είναι:

$$s_2 = v_2 t_2 \quad \text{ή} \quad s_2 = 10 \text{ m}.$$

Όπως προκύπτει από το προηγούμενο σχήμα, η απόσταση (ΚΛ) είναι:

$$(ΚΛ) = s_1 + s_2 \quad \text{ή} \quad (ΚΛ) = 30 \text{ m}.$$

δ. Έστω $\vec{v}'_1$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα μάζας m_1 στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}'_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}'_{1x}$ και $\vec{v}'_{1y}$, όπως απεικονίζεται στο προηγούμενο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}'_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v'_1 = \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}} \quad \text{ή} \quad v'_1 = \sqrt{v_1^2 + (g t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v'_1 = 10\sqrt{5} \text{ m/s}.$$

Έστω φ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}'_1$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{v'_{1y}}{v'_{1x}} \quad \text{ή} \quad \epsilon\varphi\varphi = 2.$$

193. α. Έστω $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ οι οριζόντιες ταχύτητες που αποκτούν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

$$\text{ή} \quad v_1 = 3v_2 \quad (1).$$

Είναι: $m = m_1 + m_2$ ή $m = 4m_1$ ή $m_1 = 1 \text{ kg}$.

Επομένως, είναι: $m_2 = 3m_1$ ή $m_2 = 3 \text{ kg}$.

Η κινητική ενέργεια $K_{ολ(μετά)}$ του συστήματος

των δύο σωμάτων αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση δίνεται από τη σχέση:

$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2} m_1 9v_2^2 + \frac{1}{2} 3m_1 v_2^2 \quad \text{ή} \quad K_{ολ(μετά)} = 6m_1 v_2^2 \quad \text{ή} \quad v_2 = 8 \text{ m/s}.$$

Από τη σχέση (1), για $v_2 = 8 \text{ m/s}$, προκύπτει: $v_1 = 24 \text{ m/s}$.

β. Επειδή τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν οριζόντιες βολές από το ίδιο ύψος, φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος. Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης των δύο σωμάτων από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνουν στο έδαφος.

Το βεληνεκές s_1 της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_1 δίνεται από τη σχέση:

$$s_1 = v_1 \Delta t \quad (2).$$

Το βεληνεκές s_2 της οριζόντιας βολής που εκτελεί το σώμα Σ_2 δίνεται από τη σχέση:

$$s_2 = v_2 \Delta t \quad (3).$$

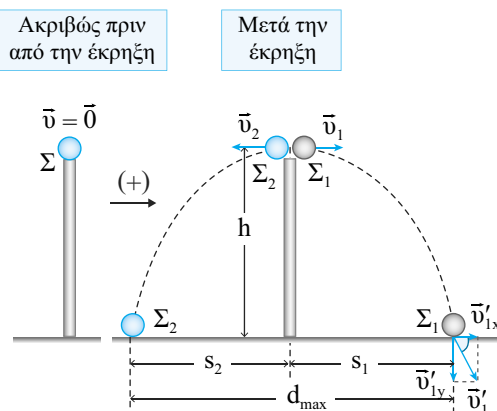
Η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή στην οποία τα δύο σώματα φτάνουν στο έδαφος. Από το σχήμα προκύπτει ότι: $d_{\max} = s_1 + s_2$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3): } d_{\max} = v_1 \Delta t + v_2 \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = 5 \text{ s}.$$

$$\text{γ. Είναι: } h = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad h = 125 \text{ m}.$$

δ. Έστω $\vec{v}'_1$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα Σ_1 στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}'_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}'_{1x}$ και $\vec{v}'_{1y}$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}'_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v'_1 = \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}} \quad \text{ή} \quad v'_1 = \sqrt{v_1^2 + (g\Delta t)^2} \quad \text{ή} \quad v'_1 = 55,46 \text{ m/s}.$$

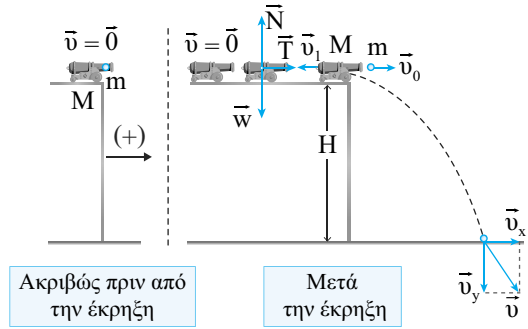


194. α. Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα του πυροβόλου αμέσως μετά την έκρηξη.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα πυροβόλο – βλήμα κατά την έκρηξη, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad 0 = mv_0 - Mv_1$$

$$\text{ή} \quad Mv_1 = mv_0 \quad \text{ή} \quad v_1 = 5 \text{ m/s.}$$



β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο πυροβόλο κατά τη διάρκεια της κίνησής του από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται είναι το βάρος του $\bar{w}$, η κάθετη δύναμη $\bar{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\bar{T}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Είναι: $\Sigma \vec{F}_y = \bar{0}$ ή $N - w = 0$ ή $N = Mg$ ή $N = 1.000 \text{ N}$.

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση: $T = \mu N$ ή $T = 500 \text{ N}$.

Έστω Δx η μετατόπιση του πυροβόλου από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πυροβόλου από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T + W_w + W_N \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}Mv_1^2 = -T\Delta x + 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{Mv_1^2}{2T} \quad \text{ή} \quad \Delta x = 2,5 \text{ m.}$$

γ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}$ με την οποία φτάνει το βλήμα στο έδαφος σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_x$ και $\bar{v}_y$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v_y = 50 \text{ m/s.}$$

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία φτάνει το βλήμα στο έδαφος. Είναι: $v_y = gt_1$ ή $t_1 = 5 \text{ s}$.

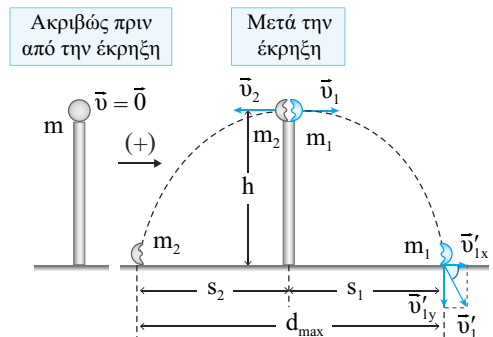
δ. Είναι: $H = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $H = 125 \text{ m}$.

Έστω s το βεληνεκές της οριζόντιας βολής που εκτελεί το βλήμα. Είναι: $s = v_0 t_1$ ή $s = 500 \text{ m}$.

195. α. Είναι: $H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $H = 45 \text{ m}$.

β. Έστω $\bar{v}_1$ και $\bar{v}_2$ οι οριζόντιες ταχύτητες που αποκτούν τα κομμάτια με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα αμέσως μετά την έκρηξη.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο κομματιών κατά την έκρηξη, έχουμε:



$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2 \quad (1).$$

Το βεληνεκές s_1 της οριζόντιας βολής που εκτελεί το κομμάτι μάζας m_1 δίνεται από τη σχέση: $s_1 = v_1 \Delta t$ (2).

Το βεληνεκές s_2 της οριζόντιας βολής που εκτελεί το κομμάτι μάζας m_2 δίνεται από τη σχέση: $s_2 = v_2 \Delta t$ (3).

Η απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνουν στο έδαφος. Από το προηγούμενο σχήμα προκύπτει ότι: $D = s_1 + s_2$ ή $D = v_1 \Delta t + v_2 \Delta t$

ή λόγω της σχέσης (1): $D = 2v_2 \Delta t + v_2 \Delta t$ ή $v_2 = 20 \text{ m/s}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) έχουμε: $v_1 = 40 \text{ m/s}$.

γ. Έστω $\vec{v}'_1$ η ταχύτητα με την οποία φτάνει το κομμάτι μάζας m_1 στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}'_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}'_{1x}$ και $\vec{v}'_{1y}$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}'_1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v'_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad \text{ή} \quad v'_1 = \sqrt{v_1^2 + (g\Delta t)^2} \quad \text{ή} \quad v'_1 = 50 \text{ m/s}.$$

δ. Η κατακόρυφη μετατόπιση y των δύο κομματιών στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$ είναι η ίδια. Επομένως, μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t'$ μετά την έκρηξη, τα δύο κομμάτια βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Έστω x_1 η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το κομμάτι μάζας m_1 στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι: $x_1 = v_1 \Delta t'$ ή $x_1 = 80 \text{ m}$.

Έστω x_2 η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το κομμάτι μάζας m_2 στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι: $x_2 = v_2 \Delta t'$ ή $x_2 = 40 \text{ m}$.

Η απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t'$ από τη χρονική στιγμή στην οποία πραγματοποιήθηκε η έκρηξη είναι: $d = x_1 + x_2$ ή $d = 120 \text{ m}$.

196. α. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε:

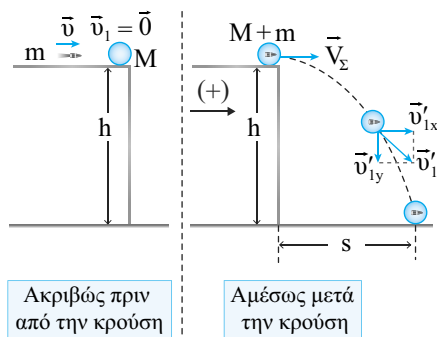
$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$mv = (M + m)V_\Sigma \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = 10 \text{ m/s}.$$

β. Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(M + m)V_\Sigma^2 \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 450 \text{ J}.$$



γ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το συσσωμάτωμα εκτελεί την οριζόντια βολή. Είναι:

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 0,3 \text{ s.}$$

Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το συσσωμάτωμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s = V_{\Sigma}\Delta t \quad \text{ή} \quad s = 3 \text{ m.}$$

δ. Έστω $\bar{u}'_1$ η ταχύτητα του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2}(M+m)u_1'^2 \quad \text{ή} \quad u_1' = \sqrt{101} \text{ m/s.}$$

Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{u}'_1$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{u}'_{1x}$ και $\bar{u}'_{1y}$, όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Είναι: $u_1' = \sqrt{u_{1x}'^2 + u_{1y}'^2}$ ή $u_1'^2 = V_{\Sigma}^2 + u_{1y}'^2$ ή $u_{1y}' = 1 \text{ m/s}$.

Είναι: $u_{1y}' = gt_1$ ή $t_1 = 0,1 \text{ s}$.

Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα είναι: $y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ ή $y_1 = 0,05 \text{ m}$.

Επομένως, η απόσταση του συσσωματώματος από το έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 προκύπτει:

$$h_1 = h - y_1 \quad \text{ή} \quad h_1 = 0,4 \text{ m.}$$

197. α. Επειδή τα σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές από το ίδιο ύψος h πάνω από το έδαφος, φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος. Συνεπώς, τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt . Είναι: $h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή $\Delta t = 2 \text{ s}$.

β. Οι οριζόντιες αποστάσεις s_1 και s_2 που διανύουν τα δύο σώματα κατά τη διάρκεια των οριζόντιων βολών που εκτελούν δίνονται από τις σχέσεις: $s_1 = u_1'\Delta t$ (1) και $s_2 = u_2'\Delta t$ (2).

Όπως προκύπτει από το σχήμα, είναι: $d = s_1 - s_2$

ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $d = u_1'\Delta t - u_2'\Delta t$ ή $u_1' - u_2' = 4 \text{ (S.I.)}$ (3).

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\bar{u}_1$, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m_1u_1 = m_1u_1' + m_2u_2' \quad \text{ή} \quad u_1 = u_1' + 4u_2' \quad \text{ή} \quad u_1' + 4u_2' = 84 \text{ (S.I.)} \quad (4).$$

Με αφαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (3) προκύπτει: $5u_2' = 80 \text{ (S.I.)}$ ή $u_2' = 16 \text{ m/s}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (3), προκύπτει: $u_1' = 20 \text{ m/s}$.

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του βλήματος εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(μετά)} - \vec{p}_{1(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1u_1' - m_1u_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -3,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p_1| = 3,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(μετά)} - \vec{p}_{2(πριν)} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2u_2' - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2u_2' \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +3,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή} \quad |\Delta p_2| = 3,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

δ. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$s_1 = 40 \text{ m και } s_2 = 32 \text{ m.}$$

198. α. Έστω v_A το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος Α αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του τμήματος Α μάζας $m_A = m/2$ από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει σε μέγιστο ύψος h πάνω από το σημείο της έκρηξης, έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w_A} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m_A v_A^2 = -m_A g h \quad \text{ή} \quad v_A = \sqrt{2gh} \quad \text{ή} \quad v_A = 60 \text{ m/s.}$$

β. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την έκρηξη. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος μάζας m από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -m g y \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2gy} \quad \text{ή} \quad v = 20 \text{ m/s.}$$

Έστω v_B η ταχύτητα του τμήματος Β μάζας $m_B = m/2$ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την έκρηξη – διάσπαση, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad m v = m_A v_A + m_B v_B$

$$\text{ή} \quad m v = \frac{m}{2} v_A + \frac{m}{2} v_B \quad \text{ή} \quad v_B = 2v - v_A \quad \text{ή} \quad v_B = -20 \text{ m/s.}$$

Επομένως, το τμήμα Β αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητας μέτρου: $|v_B| = 20 \text{ m/s.}$

γ. Έστω t_1 η χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την έκρηξη – διάσπαση του σώματος μάζας m . Είναι: $v = v_0 - g t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = 2 \text{ s.}$

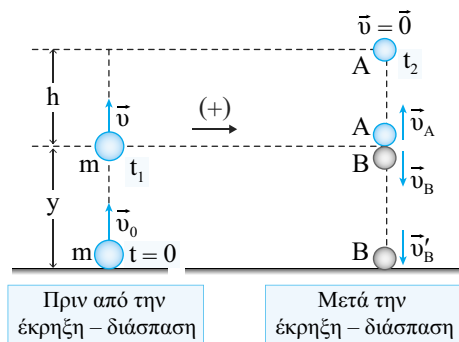
Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το τμήμα Α φτάνει στο μέγιστο ύψος πάνω από το έδαφος.

$$\text{Είναι: } v = v_A - g \Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = v_A - g \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_A}{g} \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \frac{v_A}{g} \quad \text{ή} \quad t_2 = t_1 + \frac{v_A}{g} \quad \text{ή} \quad t_2 = 8 \text{ s.}$$

δ. Έστω v'_B η ταχύτητα με την οποία φτάνει το τμήμα Β στο έδαφος. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Β από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι τη χρονική

στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος έχουμε: $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w_B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_B v'^2_B - \frac{1}{2} m v^2_B = m_B g y$

$$\text{ή} \quad |v'_B| = \sqrt{v^2_B + 2gy} \quad \text{ή} \quad |v'_B| = 40 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v'_B = -40 \text{ m/s.}$$



Έστω $\Delta \vec{p}_B$ η μεταβολή της ορμής του τμήματος B από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι: $\Delta \vec{p}_B = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή αλγεβρικά: $\Delta p_B = m_B v'_B - m_B v_B$ ή $\Delta p_B = \frac{m}{2} v'_B - \frac{m}{2} v_B$ ή $\Delta p_B = -100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

199. α. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$

ή $mv_1 = (M + m)v_2$ ή $v_2 = 10 \text{ m/s}$.

β. Επειδή το μεταλλικό έλασμα είναι λείο, το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω $\vec{F}$ η δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα.

Η δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $F = \frac{(M + m)v_2^2}{R}$ ή $F = 1.000 \text{ N}$.

γ. Έστω T η περίοδος της κυκλικής κίνησης του συσσωματώματος. Είναι:

$$v_2 = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad T = 0,04\pi \text{ s}.$$

Το χρονικό διάστημα $\Delta t'$ της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο A στο σημείο B είναι: $\Delta t' = \frac{T}{2}$ ή $\Delta t' = 0,02\pi \text{ s}$.

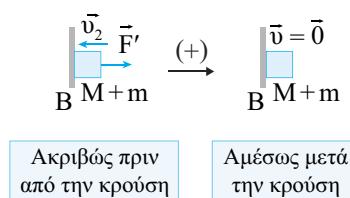
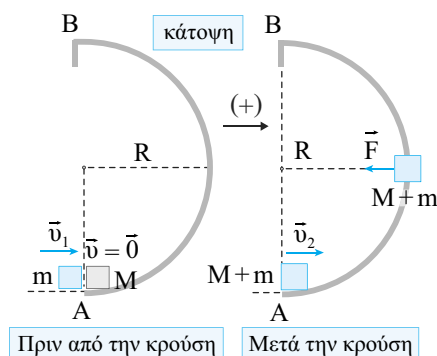
δ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της κρούσης με το ακλόνητο στήριγμα. Είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta p = 0 - (M + m)v_2$$

$$\text{ή} \quad \Delta p = -20 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Έστω F' το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο συσσωμάτωμα από το στήριγμα κατά τη διάρκεια της κρούσης. Είναι:

$$F' = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F' = 200 \text{ N}.$$



200. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του τρένου. Είναι: $v = \frac{2\pi r}{T}$ ή $v = 2 \text{ m/s}$.

β. Έστω m_2 η μάζα του πίσω βαγονιού. Είναι:

$$m = m_1 + m_2 \quad \text{ή} \quad m_2 = 2 \text{ kg}.$$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο βαγονιών

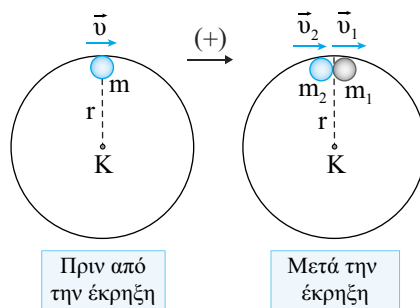
κατά την έκρηξη, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$mv = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = -3 \text{ m/s}.$$

Επομένως, το πίσω βαγόνι αμέσως μετά την

έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου $|v_2| = 3 \text{ m/s}$, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$ του τρένου ακριβώς πριν από την έκρηξη.



γ. Το ποσό της ενέργειας Q που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη δίνεται από τη σχέση:

$$Q = K_{ολ(μετά)} - K_{ολ(πριν)} \quad \text{ή} \quad Q = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad Q = 75 \text{ J}.$$

δ. Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του μπροστινού βαγονιού μετά την έκρηξη. Είναι:

$v_1 = \omega_1 r$ ή $\omega_1 = 6\pi \text{ rad/s}$. Έστω ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του πίσω βαγονιού μετά την έκρηξη. Είναι: $|v_2| = \omega_2 r$ ή $\omega_2 = 1,5\pi \text{ rad/s}$.

Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης των δύο βαγονιών από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη έως τη χρονική στιγμή στην οποία θα συναντηθούν για πρώτη φορά μετά την έκρηξη. Η γωνία ϕ_1 που διαγράφει το μπροστινό βαγόνι στο χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση: $\phi_1 = \omega_1 \Delta t$ (1). Η γωνία που διαγράφει το πίσω βαγόνι στο χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση: $\phi_2 = \omega_2 \Delta t$ (2).

Είναι: $\phi_1 + \phi_2 = 2\pi$ (S.I.) ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $\omega_1 \Delta t + \omega_2 \Delta t = 2\pi$ ή $\Delta t = \frac{4}{15} \text{ s}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\phi_1 = 1,6\pi \text{ rad} \quad \text{και} \quad \phi_2 = 0,4\pi \text{ rad}.$$

201. α. Έστω T_1 και T_2 οι περίοδοι της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελούν τα αυτοκίνητα

με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Είναι: $v_1 = \frac{2\pi R}{T_1}$ ή $T_1 = 10 \text{ s}$ και $v_2 = \frac{2\pi R}{T_2}$ ή $T_2 = 8 \text{ s}$.

β. Έστω Δt το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των δύο αυτοκινήτων.

Το μήκος του τόξου s_1 που διανύει το αυτοκίνητο μάζας m_1 σε χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση: $s_1 = v_1 \Delta t$ (1).

Το μήκος του τόξου s_2 που διανύει το αυτοκίνητο μάζας m_2 σε χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση: $s_2 = v_2 \Delta t$ (2).

Με δεδομένο ότι τα αυτοκίνητα κινούνται κατά την ίδια φορά, θα ξανασυνατηθούν όταν το αυτοκίνητο μάζας m_2 θα έχει εκτελέσει μία παραπάνω περιφορά από το αυτοκίνητο μάζας m_1 .

Επομένως, είναι: $s_2 - s_1 = 2\pi R$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$v_2 \Delta t - v_1 \Delta t = 2\pi R \quad \text{ή} \quad \Delta t = 40 \text{ s.}$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου μάζας m_2

εξαιτίας της κρούσης με τον τοίχο. Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

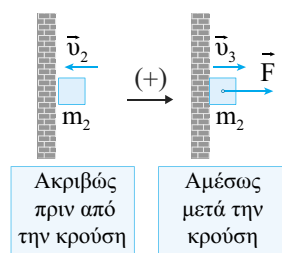
ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_3$, έχουμε: $\Delta p = m_2 v_3 - (m_2 v_2)$ ή $\Delta p = m_2 (v_3 + v_2)$

$$\text{ή} \quad \Delta p = +0,21 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\vec{F}$ η μέση δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο μάζας m_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.

$$\text{Είναι: } \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{ή αλγεβρικά: } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad F = +3 \text{ N.}$$

Επομένως, η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια φορά με τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_3$ και μέτρο $|F| = 3 \text{ N}$.



δ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση: $\pi = \frac{K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}}{K_{\text{ολ(πριν)}}} \cdot 100\%$

$$\text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_2 v_3^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{v_2^2 - v_3^2}{v_2^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 84\%.$$

202. α. Έστω V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων κατά την κρούση έχουμε:

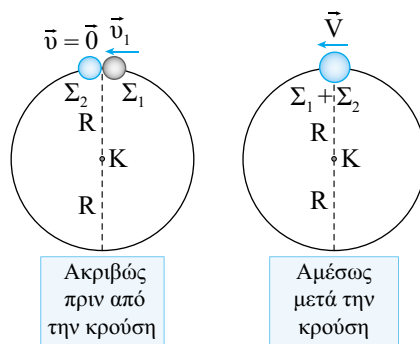
$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$ ακριβώς πριν από την κρούση:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V \quad \text{ή} \quad V = 2 \text{ m/s.}$$

Η περίοδος T της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το συσσωμάτωμα είναι:

$$V = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi \text{ s.}$$



β. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου Σ_1 εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\text{μετά})} - \vec{p}_{1(\text{πριν})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad \Delta p = -12 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

γ. Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιριδίων εξαιτίας της κρούσης. Είναι: $E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$

$$\text{ή} \quad E_{\text{απωλ}} = 30 \text{ J}.$$

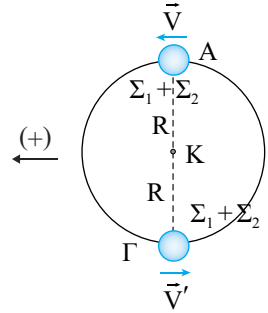
δ. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο V της γραμμικής του ταχύτητας παραμένει σταθερό, δηλαδή ισχύει: $V = V'$.

Έστω $\Delta \vec{p}'$ η μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της κίνησής του από τη θέση Α στη θέση Γ που φαίνονται στο σχήμα. Είναι: $\Delta \vec{p}' = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{V}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση:

$$\Delta p' = -(m_1 + m_2) V' - (m_1 + m_2) V \quad \text{ή} \quad \Delta p' = -2(m_1 + m_2) V \quad \text{ή} \quad \Delta p' = -40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή} \quad |\Delta p'| = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$



203. α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \omega \ell \quad \text{ή} \quad \omega = 20 \text{ rad/s}.$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος μάζας m_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\alpha_k = \frac{v^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad \alpha_k = 200 \text{ m/s}^2.$$

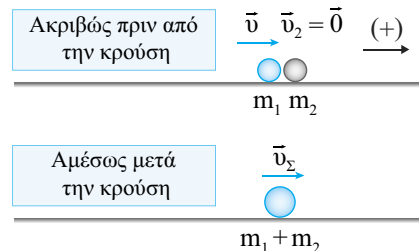
Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σώματος μάζας m_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ή} \quad T = 0,1\pi \text{ s}.$$

β. Έστω $\vec{v}_\Sigma$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος μάζας m_1 ακριβώς πριν από την κρούση, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad m_1 v = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 2 \text{ m/s}.$$



Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{K_{\text{συσσωμ(μετά)}}}{K_{I(\text{πριν})}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2}m_1 v^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 20\%.$$

γ. Επειδή το τραπέζι είναι λείο, το συσσωμάτωμα μετά την κοπή του νήματος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και φτάνει στην άκρη του τραπεζιού με ταχύτητα μέτρου: $V = v_{\Sigma}$ ή $V = 2 \text{ m/s}$.

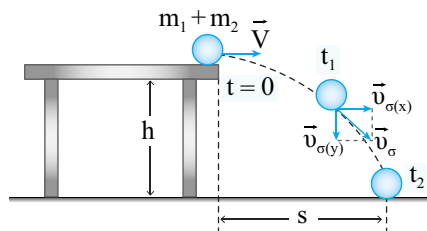
Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το συσσωμάτωμα φτάνει στο δάπεδο. Είναι:

$$s = Vt_2 \quad \text{ή} \quad t_2 = 0,4 \text{ s}.$$

Έστω h το ύψος του τραπεζιού. Είναι: $h = \frac{1}{2}gt_2^2$ ή $h = 0,8 \text{ m}$.

δ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}_{\sigma}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_{\sigma(x)}$ και $\vec{v}_{\sigma(y)}$, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$v_{\sigma} = \sqrt{v_{\sigma(x)}^2 + v_{\sigma(y)}^2} \quad \text{ή} \quad \sqrt{2}V = \sqrt{V^2 + v_{\sigma(y)}^2} \quad \text{ή} \quad v_{\sigma(y)} = V \quad \text{ή} \quad gt_1 = V \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,2 \text{ s}.$$



204. α. Η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης που εκτελεί το κουτί Α είναι: $T = 0,2\pi \text{ s}$.

Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος Α. Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

$$\text{Είναι: } v = \omega L \quad \text{ή} \quad L = 2 \text{ m}.$$

β. Επειδή η επιφάνεια της ταράτσας του κτηρίου είναι λεία, το σώμα Α μετά την κοπή του νήματος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και συγκρούεται με το σώμα Β με ταχύτητα μέτρου v .

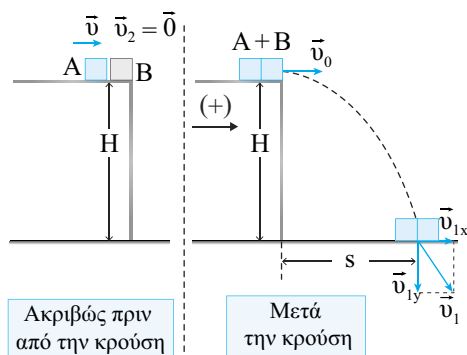
Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Α και Β κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$: ή $m_1 v = (m_1 + m_2)v_0$ ή $v_0 = 15 \text{ m/s}$.

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο έδαφος. Είναι:

$$H = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 2 \text{ s}.$$



Έστω s η οριζόντια απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:
 $s = v_0 \Delta t$ ή $s = 30 \text{ m}$.

γ. Έστω $\bar{v}_1$ η ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα φτάνει στο έδαφος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\bar{v}_1$ στις κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\bar{v}_{1x}$ και $\bar{v}_{1y}$ που φαίνονται στο προηγούμενο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση: $v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}$ ή $v_1 = \sqrt{v_0^2 + (g\Delta t)^2}$ ή $v_1 = 25 \text{ m/s}$.

Έστω φ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\bar{v}_1$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{4}{3}.$$

δ. Έστω $\Delta t'$ το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία έχει μετατοπιστεί οριζόντια από την αρχική του θέση κατά d . Είναι:

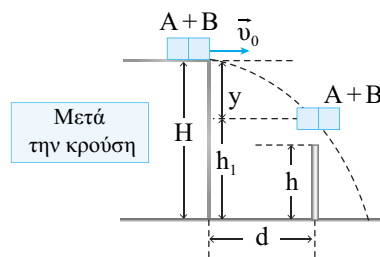
$$d = v_0 t \quad \text{ή} \quad t = 1 \text{ s}.$$

Έστω y η κατακόρυφη μετατόπιση του συσσωματώματος

στο χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Είναι: $y = \frac{1}{2} g (\Delta t')^2$ ή $y = 5 \text{ m}$.

Έστω h_1 το ύψος πάνω από το έδαφος στο οποίο βρίσκεται το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή στην οποία έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά d από την αρχική του θέση. Είναι:

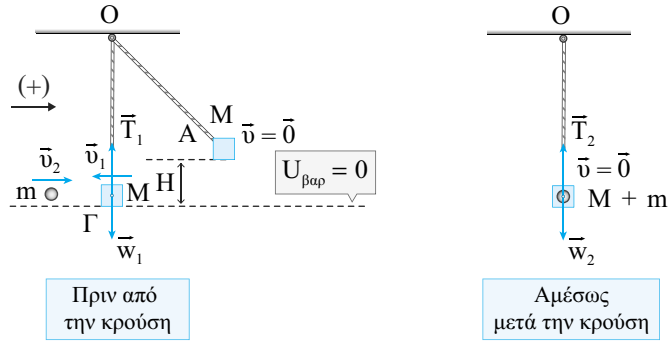
$h_1 = H - y$ ή $h_1 = 15 \text{ m}$. Επειδή είναι $h_1 > h = 6 \text{ m}$, το συσσωμάτωμα θα περάσει πάνω από τον στύλο.



205. α. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας M τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από τη θέση όπου το νήμα γίνεται κατακόρυφο (θέση Γ) για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή στην οποία το σώμα αφέθηκε ελεύθερο να κινηθεί.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος μάζας M πριν από την κρούση μεταξύ των θέσεων A και Γ που φαίνονται στο επόμενο σχήμα, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ , έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad 0 + MgH = \frac{1}{2} M v_1^2 + 0 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{2gH} \quad \text{ή} \quad v_1 = 3 \text{ m/s}.$$



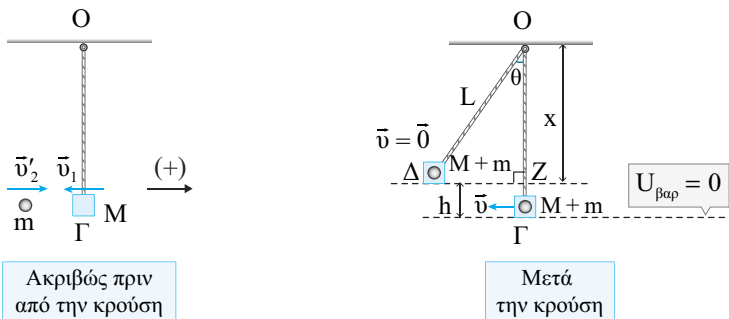
β. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$mv_2 - Mv_1 = 0 \quad \text{ή} \quad mv_2 = Mv_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = \frac{Mv_1}{m} \quad \text{ή} \quad v_2 = 24 \text{ m/s.}$$

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μάζας M ακριβώς πριν από την κρούση είναι η τάση του νήματος $\vec{T}_1$ και το βάρος του $\vec{w}_1$. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_κ$ ή $T_1 - w_1 = \frac{Mv_1^2}{L}$ ή $T_1 = Mg + \frac{Mv_1^2}{L}$ ή $T_1 = 76 \text{ N}$.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση είναι η τάση του νήματος $\vec{T}_2$ και το βάρος του $\vec{w}_2$. Είναι: $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ ή $T_2 - w_2 = 0$ ή $T_2 = (M + m)g$ ή $T_2 = 45 \text{ N}$. Η ζητούμενη μεταβολή της τάσης του νήματος είναι: $\Delta T = T_2 - T_1$ ή $\Delta T = -31 \text{ N}$.

δ. Έστω v'_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m ακριβώς πριν από την κρούση και v το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Έστω h το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το συσσωμάτωμα πάνω από το οριζόντιο επίπεδο το οποίο διέρχεται από τη θέση Γ μετά την κρούση. Από το ορθογώνιο τρίγωνο $OZ\Delta$ που φαίνεται στο σχήμα προκύπτει:

$$\sin\theta = \frac{x}{L} \quad \text{ή} \quad \sin\theta = \frac{L-h}{L} \quad \text{ή} \quad h = L(1 - \sin\theta) \quad \text{ή} \quad h = 0,2 \text{ m.}$$

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος μεταξύ των θέσεων Γ και Δ που φαίνονται στο προηγούμενο σχήμα έχουμε: $E_{μηχ(\Gamma)} = E_{μηχ(\Delta)}$ ή $K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_{\Delta} + U_{\Delta}$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}(M+m)v^2 + 0 = 0 + (M+m)gh \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{2gh} \quad \text{ή} \quad v = 2 \text{ m/s.}$$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad mv'_2 - Mv_1 = -(M+m)v \quad \text{ή} \quad v'_2 = 6 \text{ m/s.}$$

206. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α κατά τη διάρκεια της κίνησής του πριν από την κρούση είναι το βάρος του $\vec{w}_A$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_A$ από το οριζόντιο επίπεδο.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \quad \text{ή} \quad N_A - w_A = 0$$

$$\text{ή} \quad N_A = m_A g \quad \text{ή} \quad N = 50 \text{ N.}$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα Α από το οριζόντιο επίπεδο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T_A = \mu N_A \quad \text{ή} \quad T_A = 10 \text{ N.}$$

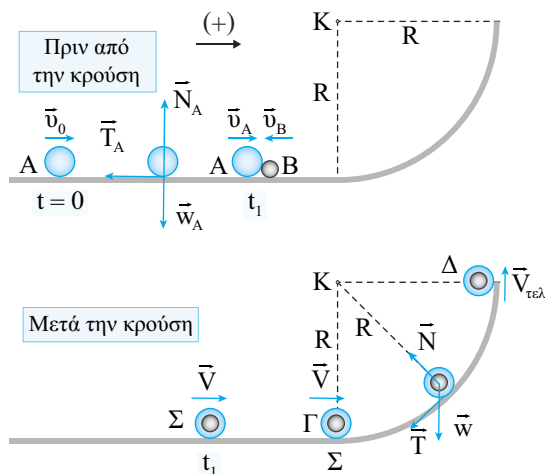
Έστω α το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Α. Είναι:

$$\Sigma F_x = m_A \alpha \quad \text{ή} \quad T_A = m_A \alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \text{ m/s}^2.$$

Έστω v_A το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Α τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$, ακριβώς πριν από την κρούση. Είναι: $v_A = v_0 - \alpha t_1$ ή $v_A = 6 \text{ m/s}$.

β. Έστω $\vec{V}$ η ταχύτητα του συσσωματώματος Σ αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Α και Β κατά την κρούση, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_A$, έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$ ή $m_A v_A - m_B v_B = (m_A + m_B) V$ ή $V = 4 \text{ m/s}$.

γ. Το συσσωμάτωμα Σ από τη χρονική στιγμή t_1 , αμέσως μετά την κρούση, έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο κατώτερο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\vec{V}$.



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο τεταρτοκύκλιο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η ακτινική δύναμη $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το τεταρτοκύκλιο.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος στο τεταρτοκύκλιο από τη θέση Γ στη θέση Δ, έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_T + W_N \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 = -(m_A + m_B)gR + W_T + 0$$

ή $W_T = -35 \text{ J}$.

δ. Έστω Q_K η θερμότητα που παράχθηκε εξαιτίας της κρούσης. Είναι:

$$Q_K = K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή} \quad Q_K = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 \quad \text{ή} \quad Q_K = 35 \text{ J}.$$

Έστω W_{T_A} το έργο της τριβής κατά την ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση του σώματος Α.

$$\text{Είναι: } W_{T_A} = -T_A \cdot x_A \quad (1).$$

$$\text{Ισχύει: } x_A = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad x_A = 16 \text{ m} \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει:

$$W_{T_A} = -160 \text{ J} \quad \text{ή} \quad |W_{T_A}| = 160 \text{ J}.$$

Επομένως, η συνολική θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου είναι:

$$Q_{\text{ολ}} = Q_K + Q_T + Q_{T_A} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = Q_K + |W_T| + |W_{T_A}| \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 230 \text{ J}.$$

Κεφάλαιο 3ο: Ηλεκτρικό πεδίο

3.1 Ηλεκτρικό πεδίο

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

14. α	15. γ	16. γ	17. β	18. α	19. δ
20. α	21. δ	22. β	23. δ	24. γ	25. α
26. β	27. α	28. β	29. β	30. γ	31. α
32. γ	33. δ	34. β	35. β	36. δ	37. α
38. γ	39. α	40. δ	41. γ	42. δ	43. α
44. δ	45. δ	46. γ	47. γ	48. δ	49. β
50. β	51. γ	52. α	53. β		

Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

54. α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
55. α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
56. α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ
57. α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
58. α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ

59. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω U_1 η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 , όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r_1 = 0,1$ m. Είναι: $U_1 = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1}$ (1).

Έστω U_2 η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q'_2 , όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r_2 = 0,05$ m. Είναι: $U_2 = K_c \frac{q_1 q'_2}{r_2}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{q_2 r_2}{q'_2 r_1} \quad \text{ή} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{6}.$$

60. Σωστή επιλογή είναι η α.

Επειδή η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των δύο φορτίων είναι αρνητική, τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ετερόσημα. Επομένως, οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σφαιρίδια είναι ελκτικές, οπότε από τη χρονική στιγμή στην οποία τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν και μετά αρχίζουν να εκτελούν ευθύγραμμες επιταχυνόμενες κινήσεις πλησιάζοντας μεταξύ τους. Έστω K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιριδίων με φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα τη χρονική στιγμή στην οποία η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος τους είναι ίση με U' . Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σφαιρίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος τους διατηρείται σταθερή. Συνεπώς, ισχύει:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 0 + U = K_1 + K_2 + U' \quad \text{ή} \quad U - U' = K_1 + K_2 \quad (1).$$

Επειδή είναι $K_1 + K_2 > 0$, από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$U - U' > 0 \quad \text{ή} \quad U' > U \quad \text{ή} \quad U' > -0,8 \text{ J} \quad (2).$$

Επομένως, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι δυνατόν να έχει γίνει: $U' = -1,2 \text{ J}$.

61. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1} \quad (1).$$

Επειδή η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι αρνητική, ισχύει $q_1 q_2 < 0$. Δηλαδή, τα φορτία q_1 και q_2 είναι ετερόσημα. Το μέτρο της δύναμης Coulomb με την οποία έλκονται τα δύο φορτία δίνεται από τη σχέση:

$$F = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad \text{ή} \quad F = -K_c \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει:

$$\frac{F}{U} = -\frac{1}{r} \quad \text{ή} \quad F = -\frac{U}{r} \quad \text{ή} \quad F = 50 \text{ N}.$$

62. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω $U_{\text{αρχ}}$ η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Είναι:

$$U_{\text{αρχ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{r} + K_c \frac{q_2 q_3}{r} + K_c \frac{q_1 q_3}{r} \quad \text{ή} \quad U_{\text{αρχ}} = \frac{K_c (q_1 q_2 + q_2 q_3 + q_1 q_3)}{r} \quad (1).$$

Έστω $U_{\text{τελ}}$ η τελική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Είναι:

$$U_{\text{τελ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{\frac{r}{2}} + K_c \frac{q_2 q_3}{\frac{r}{2}} + K_c \frac{q_1 q_3}{\frac{r}{2}} \quad \text{ή} \quad U_{\text{τελ}} = \frac{2K_c (q_1 q_2 + q_2 q_3 + q_1 q_3)}{r} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $U_{\text{τελ}} = 2U_{\text{αρχ}}$.

63. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των τριών φορτίων δίνεται από τη σχέση:

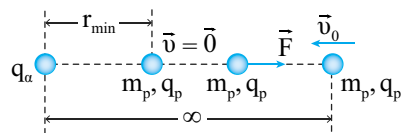
$$U = K_c \frac{q_A q_B}{\alpha} + K_c \frac{q_A q_\Gamma}{\alpha} + K_c \frac{q_B q_\Gamma}{\alpha} \quad \text{ή} \quad U = K_c \frac{(-2q)(+3q)}{\alpha} + K_c \frac{(-2q)(+q)}{\alpha} + K_c \frac{(+3q)(+q)}{\alpha}$$

$$\text{ή} \quad U = -5K_c \frac{q^2}{\alpha}.$$

64. Σωστή επιλογή είναι η α.

Αρχικά, το πρωτόνιο βρίσκεται πολύ μακριά από το σωματίο α (στο άπειρο), οπότε η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι ίση με μηδέν ($U_{\text{αρχ}} = 0$). Επειδή το

σωμάτιο α περιέχει 2 πρωτόνια, το φορτίο του είναι $q_a = +2e$, όπου e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο κατά τη διάρκεια της κίνησης του είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σωματίο α, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Το πρωτόνιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση και τη χρονική στιγμή στην οποία η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία, η απόστασή του από το σωματίο α γίνεται ελάχιστη ($r_{\min}$). Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι συντηρητική, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Για να υπολογίσουμε την ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ από το σωματίο α στην οποία φτάνει το πρωτόνιο, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων κατά τη διάρκεια της κίνησης του πρωτονίου. Έχουμε:

$$E_{\text{μηχ}(\alpha\rho\chi)} = E_{\text{μηχ}(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_p v_0^2 + 0 = 0 + K_c \frac{q_p q_\alpha}{r_{\min}} \quad \text{ή} \quad r_{\min} = \frac{4K_c e^2}{m v_0^2}.$$

65. Σωστή επιλογή είναι η γ .

Επειδή τα φορτία των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι ετερόσημα, οι ηλεκτρικές δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν είναι ελκτικές.

Έστω $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 . Επειδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα είναι ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F}_{\text{εξ}} = \vec{0}$), το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται σταθερή. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2.$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση:

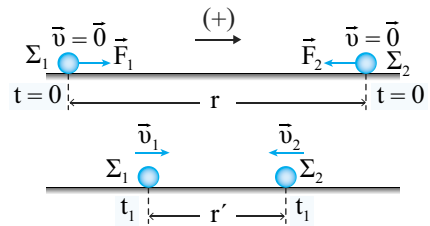
$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 4v_2^2}{2m_1 v_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{K_1}{K_2} = 2.$$

66. Α. Σωστή επιλογή είναι η β .

Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 είναι εσωτερικές για το σύστημά τους, το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Επομένως, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωματιδίων. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\tau\epsilon\lambda)}$



ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_2 = 2m_1.$$

Η κινητική ενέργεια K_1 του σωματιδίου Σ_1 τη χρονική στιγμή στην οποία τα δύο σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση $4r$ δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad (1).$$

Η κινητική ενέργεια K_2 του σωματιδίου Σ_2 τη χρονική στιγμή στην οποία τα δύο σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση $4r$ δίνεται από τη σχέση: $K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{K_1}{K_2} = 2.$

B. Σωστή επιλογή είναι η β.

Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων κατά τη διάρκεια της κίνησής του,

έχουμε: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r} = K_1 + K_2 + K_c \frac{q_1 q_2}{4r}$

$$\text{ή} \quad \frac{3}{4} K_c \frac{q_1 q_2}{r} = K_1 + \frac{K_2}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{3}{4} K_c \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{3}{2} K_1 \quad \text{ή} \quad K_1 = \frac{K_c q_1 q_2}{2r}.$$

67. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω m η μάζα και q το φορτίο κάθε σωματιδίου.

Η αρχική ηλεκτρική ενέργεια του συστήματος των δύο

σωματιδίων δίνεται από τη σχέση: $U = K_c \frac{q^2}{r} \quad (1).$

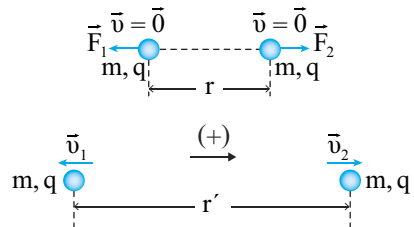
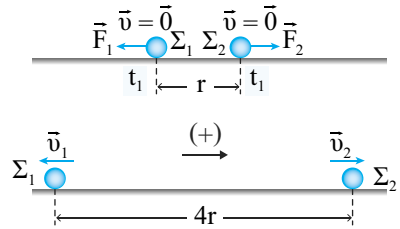
Έστω U' η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συ-

στήματος των δύο σωματιδίων τη χρονική στιγμή στην οποία τα σωματίδια απέχουν μεταξύ

τους απόσταση r' . Είναι: $U' = K_c \frac{qq}{r'} \quad \text{ή} \quad U' = K_c \frac{q^2}{2r} \quad (2).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{U}{U'} = 2 \quad \text{ή} \quad U' = \frac{U}{2}.$

Έστω $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' . Επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων, έχουμε:



$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$: $0 = -mv_1 + mv_2$ ή $v_2 = v_1$.

Οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' είναι: $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ (1) και $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ (2).

Επειδή είναι $v_1 = v_2$, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $K_1 = K_2 = K$.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για τα σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + U = K_1 + K_2 + U' \quad \text{ή} \quad U = 2K + \frac{U}{2} \quad \text{ή} \quad K = \frac{U}{4}.$$

68. Α. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω m_a η μάζα του σωματίου α. Είναι:

$$m_a = 2m_p + 2m_n \quad \text{ή} \quad m_a = 4m.$$

Έστω q_a το φορτίο του σωματίου α. Είναι:

$$q_a = 2q_p \quad \text{ή} \quad q_a = +2e.$$

Οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν το πρωτόνιο και το σωματίο α είναι απωστικές. Επειδή η δύναμη Coulomb $\vec{F}_p$ που δέχεται το πρωτόνιο από το σωματίο α έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, το πρωτόνιο επιβραδύνεται (όχι ομαλά). Το σωματίο α, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_a$ που δέχεται από το πρωτόνιο, επιταχύνεται (όχι ομαλά) ξεκινώντας από την ηρεμία. Τη χρονική στιγμή στην οποία η απόσταση μεταξύ του πρωτονίου και του σωματίου α γίνεται ελάχιστη ($r_{\min}$), η ταχύτητα $\vec{v}_p$ του πρωτονίου γίνεται ίση με την ταχύτητα $\vec{v}_a$ του σωματίου α.

Επειδή στο σύστημα των δύο σωματιδίων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν είναι εσωτερικές δυνάμεις για το σύστημα των δύο σωματιδίων), η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:

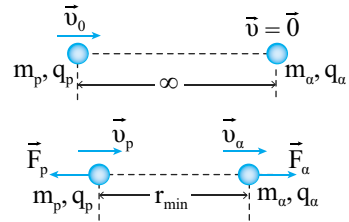
$$m_p v_0 = m_p v_p + m_a v_a \quad \text{ή} \quad mv_0 = mv_p + 4mv_p \quad \text{ή} \quad v_p = \frac{v_0}{5}. \quad \text{Συνεπώς, ισχύει: } v_p = v_a = \frac{v_0}{5}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η α.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του πρωτονίου και του σωματίου α έχουμε:

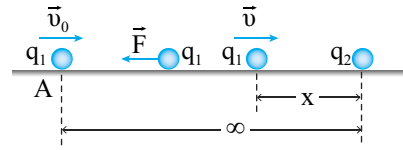
$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_p v_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m_p v_p^2 + \frac{1}{2}m_a v_a^2 + K_c \frac{q_p q_a}{r_{\min}}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}m_p v_0^2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{5} \right)^2 + \frac{1}{2}4m \left(\frac{v_0}{5} \right)^2 + K_c \frac{2e^2}{r_{\min}} \quad \text{ή} \quad r_{\min} = \frac{5K_c e^2}{mv_0^2}.$$



69. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο q_1 είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το ακλόνητο σημειακό φορτίο q_2 .



Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι συντηρητική, η μηχανική ενέργεια του συστήματος του σωματιδίου q_1 και του σημειακού φορτίου q_2 διατηρείται σταθερή. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σωματιδίου q_1 και του σημειακού φορτίου q_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή στην οποία εκτοξεύεται με κινητική ενέργεια K_0 μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία η κινητική του ενέργεια K υποτετραπλασιάζεται ($K = K_0/4$), έχουμε:

$$E_{\mu\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad K_0 + 0 = \frac{K_0}{4} + K_c \frac{q_1 q_2}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{3}{4} K_0 = K_c \frac{4e^2}{x}$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{16K_c e^2}{3K_0}.$$

70. Σωστή επιλογή είναι η α.

Οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι απωστικές. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των δύο σωματιδίων μια τυχαία χρονική στιγμή στην οποία τα σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση r δίνεται από τη σχέση:

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r} \quad (1).$$

Επειδή τα φορτία των δύο σωματιδίων είναι θετικά, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι θετική.

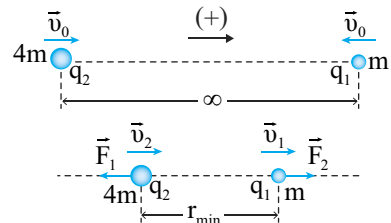
Επομένως, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων γίνεται μέγιστη, όταν η απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων γίνει ελάχιστη ($r_{\min}$). Η απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων γίνεται ελάχιστη τη χρονική στιγμή στην οποία η ταχύτητα $\vec{v}_1$ του σωματιδίου μάζας m γίνεται ίση με την ταχύτητα $\vec{v}_2$ του σωματιδίου μάζας $4m$ ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2$).

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε: $\vec{p}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda(\tau\epsilon\lambda)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$4mv_0 - mv_0 = 4mv_1 + mv_2 \quad \text{ή} \quad 3mv_0 = 5mv_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{3v_0}{5}.$$

Επομένως, είναι: $v_2 = v_1$ ή $v_2 = \frac{3v_0}{5}$.



71. Σωστή επιλογή είναι η γ.

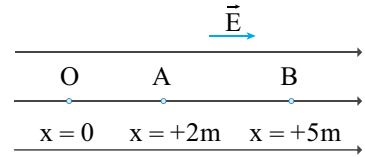
$$\text{Είναι: } E = \frac{V_A - V_B}{(AB)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_B = E(AB) \quad (1).$$

$$\text{Είναι: } E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(A\Gamma)} \quad \text{ή} \quad E = \frac{V_A - V_\Gamma}{2(AB)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = 2E(AB) \quad (2).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: } \frac{V_A - V_B}{V_A - V_\Gamma} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{2}.$$

72. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω V_A το δυναμικό του σημείου Α του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που βρίσκεται στη θέση $x = +2 \text{ m}$ και V_B το δυναμικό του σημείου Β του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που βρίσκεται στη θέση $x = +5 \text{ m}$. Είναι: $V_B = 2.500 \text{ V}$.



Η απόσταση μεταξύ των σημείων Α και Β είναι: $(AB) = (5 - 2) \text{ m}$ ή $(AB) = 3 \text{ m}$.

$$\text{Είναι: } E = \frac{V_A - V_B}{(AB)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_B = E(AB) \quad \text{ή} \quad V_A = E(AB) + V_B \quad \text{ή} \quad V_A = 4.000 \text{ V}.$$

73. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(A\Gamma)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = E(A\Gamma) \quad (1).$$

$$\text{Είναι: } (A\Gamma) = (AB) + (B\Gamma) \quad \text{ή} \quad (AB) = (A\Gamma) - (B\Gamma) \quad \text{ή} \quad (AB) = 3(B\Gamma).$$

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται, επίσης, από τη σχέση:

$$E = \frac{V_A - V_B}{(AB)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_B = E(AB) \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{V_A - V_\Gamma}{V_A - V_B} = \frac{(A\Gamma)}{(AB)} \quad \text{ή} \quad \frac{V_A - V_\Gamma}{V_A - V_B} = \frac{4(B\Gamma)}{3(B\Gamma)} \quad \text{ή} \quad \frac{V_A - V_\Gamma}{V_A - V_B} = \frac{4}{3} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{V_A + 3V_\Gamma}{4} \quad \text{ή} \quad V_B = 8 \text{ V}.$$

74. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ισούται με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων του πεδίου προς την απόστασή τους, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

Έστω x_1 η απόσταση μεταξύ των σημείων Α και Β μετρημένη κατά μήκος της δυναμικής γραμμής που διέρχεται από το σημείο Α. Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{x_1}$ ή $V_A - V_B = Ex_1$

$$\text{ή } -4,5V_B = E(AB)\sin\varphi \quad (1).$$

Έστω x_2 η απόσταση μεταξύ των σημείων Γ και Β, μετρημένη κατά μήκος της δυναμικής γραμμής που διέρχεται από το σημείο Γ. Είναι: $E = \frac{V_\Gamma - V_B}{x_2}$ ή $V_\Gamma - V_B = Ex_2$ ή $V_\Gamma - V_B = E(GB)\sin\varphi \quad (2).$

$$\text{Είναι: } E = \frac{V_\Gamma - V_B}{x_2} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma - V_B = Ex_2 \quad \text{ή} \quad V_\Gamma - V_B = E(GB)\sin\varphi \quad (2).$$

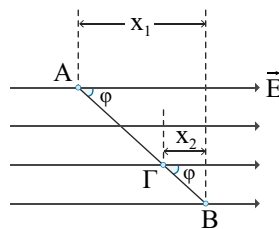
Είναι:

$$(AB) = (AG) + (GB) \quad \text{ή} \quad (AB) = 3(GB) \quad \text{ή} \quad (GB) = \frac{(AB)}{3} \quad (3).$$

Η σχέση (2), λόγω της σχέσης (3), γίνεται:

$$V_\Gamma - V_B = E \frac{(AB)}{3} \sin\varphi \quad \text{ή} \quad 3(V_\Gamma - V_B) = E(AB)\sin\varphi \quad (4).$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει: } 3(V_\Gamma - V_B) = -4,5V_B \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}.$$



75. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω V_{AB} η διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχικής θέσης Α και της τελικής θέσης Β του φορτίου. Είναι: $(AB) = 2 \text{ m}$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V_{AB}}{(AB)} \quad \text{ή} \quad V_{AB} = E(AB) \quad \text{ή} \quad V_{AB} = 2 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

76. Σωστή επιλογή είναι η β.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου υπό τη διαφορά δυναμικού V_1

$$\text{έχουμε: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_e v_1^2 - 0 = q_e V_1 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_e v_1^2 = q_e V_1 \quad (1).$$

όπου m_e η μάζα του ηλεκτρονίου και q_e το φορτίο του.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου υπό τη διαφορά δυναμικού V_2

$$\text{έχουμε: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_e v_2^2 - 0 = q_e V_2 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_e v_2^2 = q_e V_2 \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{2}v_1.$$

77. Α. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω q_a το φορτίο του σωματίου α. Είναι: $q_a = 2q_\pi$ ή $q_a = +2e$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση ενός σωματίου α μεταξύ των δύο κατακόρυφων μεταλλικών πλακών, έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad 2K_0 - K_0 = q_a V \quad \text{ή} \quad K_0 = q_a V \quad \text{ή} \quad 500 \text{ eV} = 2 \text{ eV} \quad \text{ή} \quad V = 250 \text{ V}.$$

78. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_1 = \frac{F_p}{m_p} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{q_p E}{m_p} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{q_p V}{m_p \ell} \quad (1).$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου με φορτίο q δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_2 = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{qE}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{qV}{m\ell} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{q_p m}{qm_p} \quad \text{ή} \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}.$

79. Σωστή επιλογή είναι η α.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου μεταξύ των σημείων Α και Γ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_p v_1^2 - 0 = q_p (V_A - V_\Gamma) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_p v_1^2 = q_p V \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2q_p V}{m_p}} \quad (1).$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του φορτίου q μεταξύ των σημείων Α και Γ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = q (V_A - V_\Gamma) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_2^2 = qV \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (2).$$

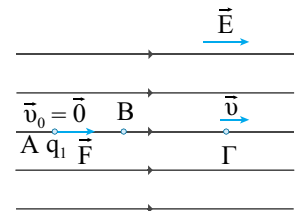
Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{q_p m}{qm_p}} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 1.$

80. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο φορτίο q_1 είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ κατά τη μετακίνηση του φορτίου q_1 από το σημείο Α στο σημείο Β δίνεται από τη σχέση:

$$W_{AB} = F(AB) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = q_1 E(AB) \quad (1).$$



Είναι: $(A\Gamma) = (AB) + (B\Gamma)$ ή $(A\Gamma) = 3(AB)$.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ κατά τη μετακίνηση του φορτίου q_1 από το σημείο Α στο σημείο Γ δίνεται από τη σχέση: $W_{A\Gamma} = q_1(A\Gamma)$ ή $W_{A\Gamma} = 3q_1(AB)$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{W_{A\Gamma}}{W_{AB}} = 3$ ή $W_{A\Gamma} = 30 \text{ J}$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του φορτίου μεταξύ των σημείων Α και Γ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad K_{\Gamma} - 0 = W_{A\Gamma} \quad \text{ή} \quad K_{\Gamma} = 30 \text{ J}.$$

81. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $q_e = -e$, όπου e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}_e$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Είναι: $F_e = |q_e|E$ ή $F_e = eE$ (1).

Το φορτίο του πρωτονίου είναι $q_p = +e$. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}_p$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

$$F_p = |q_p|E \quad \text{ή} \quad F_p = eE \quad (2).$$

Έστω α_e το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου. Είναι: $\alpha_e = \frac{F_e}{m_e}$

ή λόγω της σχέσης (1): $\alpha_e = \frac{eE}{m_e}$ (3), όπου m_e η μάζα του ηλεκτρονίου.

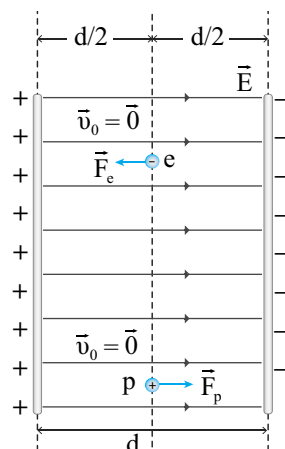
Έστω α_p το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου. Είναι: $\alpha_p = \frac{F_p}{m_p}$

ή λόγω της σχέσης (2): $\alpha_p = \frac{eE}{m_p}$ (4), όπου m_p η μάζα του πρωτονίου.

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{\alpha_e}{\alpha_p} = \frac{m_p}{m_e}$ (5).

Επειδή είναι $m_p > m_e$, από τη σχέση (5) προκύπτει ότι: $\alpha_e > \alpha_p$.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της κίνησης του ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή στην οποία αφέθηκε ελεύθερο να κινηθεί μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στη θετικά φορτισμέ-



νη πλάκα. Το διάστημα s_1 που διανύει το ηλεκτρόνιο στο χρονικό διάστημα Δt_1 είναι ίσο με $d/2$, όπου d η απόσταση μεταξύ των δύο πλακών. Συνεπώς, ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2} \alpha_e (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \alpha_e (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad d = \alpha_e (\Delta t_1)^2 \quad (6).$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα της κίνησης του πρωτονίου από τη χρονική στιγμή στην οποία αφέθηκε ελεύθερο να κινηθεί μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Το διάστημα s_2 που διανύει το πρωτόνιο στο χρονικό διάστημα Δt_2 είναι ίσο με $d/2$. Συνεπώς, ισχύει:

$$s_2 = \frac{1}{2} \alpha_p (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \alpha_p (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή} \quad d = \alpha_p (\Delta t_2)^2 \quad (7).$$

$$\text{Από τις σχέσεις (6) και (7) προκύπτει: } \alpha_e (\Delta t_1)^2 = \alpha_p (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \sqrt{\frac{\alpha_p}{\alpha_e}} \quad (8).$$

Επειδή είναι: $\alpha_e > \alpha_p$, από τη σχέση (8) προκύπτει: $\Delta t_2 > \Delta t_1$.

Επομένως, το ηλεκτρόνιο φτάνει πρώτο στη θετικά φορτισμένη πλάκα.

82. Σωστή επιλογή είναι η α.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση ενός ηλεκτρονίου, όταν επιταχύνεται από την ηρεμία υπό τη διαφορά δυναμικού V , έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_e v^2 - 0 = q_e V \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_e v^2 = -q_e V \quad (1).$$

όπου m_e η μάζα του ηλεκτρονίου.

Έστω v' το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά τελικά ένα ηλεκτρόνιο, όταν επιταχύνεται από την ηρεμία υπό διαφορά δυναμικού $V' = 4 V$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση ενός ηλεκτρονίου, όταν επιταχύνεται από την ηρεμία υπό τη διαφορά δυναμικού V' , έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_e v'^2 - 0 = q_e V' \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_e v'^2 = -4q_e V \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

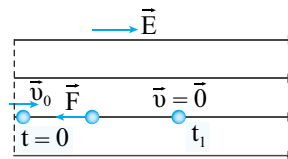
$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad v'^2 = 4v^2 \quad \text{ή} \quad v' = 2v.$$

83. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι αρνητικό, η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.

Υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Έστω α το μέτρο της επιβράδυνσης του ηλεκτρονίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q_e|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{eE}{m} \quad (1).$$



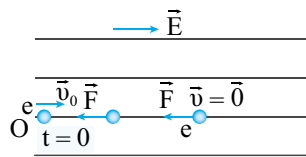
Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας v του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση: $v = v_0 - \alpha t$ (2).

Από τη σχέση (2), για $v = 0$ και $t = t_1$, έχουμε: $0 = v_0 - \alpha t_1$ ή $t_1 = \frac{v_0}{\alpha}$

ή λόγω της σχέσης (1): $t_1 = \frac{mv_0}{Ee}$.

84. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Το ηλεκτρόνιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, αρχικά, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία και στη συνέχεια εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς την αντίθετη κατεύθυνση μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία επιστρέφει στο σημείο εισόδου Ο. Το μέτρο της επιβράδυνσης του ηλεκτρονίου είναι ίσο με το μέτρο της επιτάχυνσής του. Έστω α το μέτρο της επιβράδυνσης (επιτάχυνσης) του ηλεκτρονίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q_e|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{eE}{m} \quad (1).$$

Η μετατόπιση Δx του ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία επιστρέφει στο σημείο Ο είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Delta x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \quad \text{ή} \quad t_1 \left(v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_1 \right) = 0 \quad (2).$$

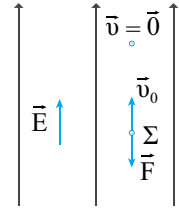
Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$t_1 = 0 \text{ (άτοπο)} \quad \text{ή} \quad v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_1 = 0 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{2v_0}{\alpha} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } t_1 = \frac{2mv_0}{Ee}.$$

85. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.

Το ηλεκτρόνιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί, αρχικά, ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να ακινητοποιηθεί στιγμιαία και στη συνέχεια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μέχρι να επιστρέψει στο σημείο εκτόξευσης. Το μέτρο της επιβράδυνσης του ηλεκτρονίου είναι ίσο με το μέτρο της επιτάχυνσής του. Έστω α_1 το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) του ηλεκτρονίου στην περίπτωση που το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο με E . Είναι:



$$\Sigma \vec{F} = m_e \vec{a} \quad \text{ή} \quad F = m_e \alpha_1 \quad \text{ή} \quad |q_e|E = m_e \alpha_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{|q_e|E}{m_e} \quad (1)$$

όπου q_e το φορτίο και m_e η μάζα του ηλεκτρονίου.

Η μετατόπιση Δx_1 του ηλεκτρονίου στο χρονικό διάστημα Δt_1 είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς,

$$\text{ισχύει: } \Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad v_0 \Delta t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 (\Delta t_1)^2 = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 \left(v_0 - \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1 \right) = 0 \quad (2).$$

$$\text{Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι: } \Delta t_1 = 0 \text{ (άτοπο)} \quad \text{ή} \quad v_0 - \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1 = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \frac{2v_0}{\alpha_1}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \Delta t_1 = \frac{2m_e v_0}{|q_e|E} \quad (3).$$

Έστω α_2 το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) του ηλεκτρονίου στην περίπτωση που το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι $E' = 2E$. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m_e \vec{a}_2 \quad \text{ή} \quad F' = m_e \alpha_2 \quad \text{ή} \quad |q_e|E' = m_e \alpha_2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{2|q_e|E}{m_e} \quad (4).$$

Η μετατόπιση Δx_2 του ηλεκτρονίου στο χρονικό διάστημα Δt_2 είναι ίση με μηδέν. Συνεπώς,

$$\text{ισχύει: } \Delta x_2 = v_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή} \quad v_0 \Delta t_2 - \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t_2)^2 = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 \left(v_0 - \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t_2 \right) = 0 \quad (5).$$

$$\text{Από τη σχέση (5) προκύπτει ότι: } \Delta t_2 = 0 \text{ (άτοπο)} \quad \text{ή} \quad v_0 - \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t_2 = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{2v_0}{\alpha_2}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (4): } \Delta t_2 = \frac{m_e v_0}{|q_e|E} \quad (6).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (6) και (3) έχουμε: } \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}.$$

86. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.

Υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να ακινητοποιηθεί στιγμιαία. Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του σωματιδίου.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad |q|\frac{V}{L} = ma \quad \text{ή} \quad a = \frac{|q|V}{mL} \quad (1).$$

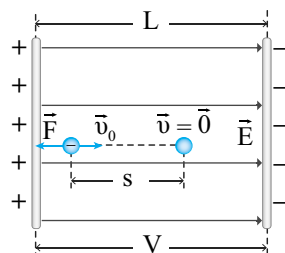
Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή στην οποία εκτοξεύεται μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία. Είναι:

$$v = v_0 - a\Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - a\Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{v_0}{a} \quad (2).$$

Το διάστημα s που διανύει το σωματίδιο στο χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση:

$$s = v_0\Delta t - \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (2): } s = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 \quad \text{ή} \quad s = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } s = \frac{v_0^2 mL}{2|q|V}.$$

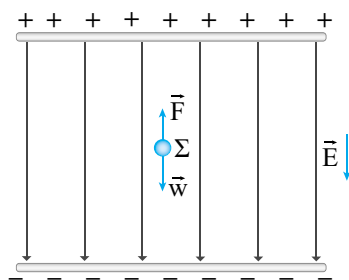


87. Σωστή επιλογή είναι η β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το σωματίδιο ισορροπεί, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$). Επομένως, η δύναμη $\vec{F}$ είναι αντίθετη του βάρους $\vec{w}$ του σωματιδίου ($\vec{F} = -\vec{w}$). Συνεπώς, η δύναμη $\vec{F}$ είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F - w = 0 \quad \text{ή} \quad |q|E = mg \quad \text{ή} \quad |q|\frac{V}{d} = mg \quad \text{ή} \quad |q| = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C} \quad \text{ή} \quad q = -2 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$$



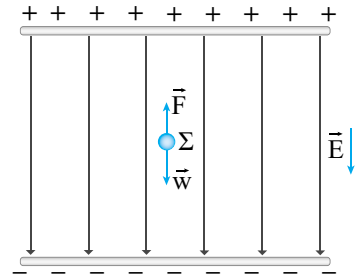
88. Σωστή επιλογή είναι η β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σταγόνα είναι το βάρος της $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή η σταγόνα ισορροπεί, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτήν είναι ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$). Επομένως, η δύναμη $\vec{F}$ είναι αντίθετη του βάρους

$\vec{w}$ της σταγόνας ($\vec{F} = -\vec{w}$). Συνεπώς, η δύναμη $\vec{F}$ είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το φορτίο της σταγόνας είναι αρνητικό. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F - w = 0 \quad \text{ή} \quad |q|E = w \quad \text{ή} \quad |q| = \frac{w}{E}.$$



89. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω d η απόσταση μεταξύ των δύο πλακών. Το μέτρο E της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται στον χώρο μεταξύ των δύο μεταλλικών πλακών δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{d} \quad (1).$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ δίνεται από τη σχέση: $F = |q|E$ (2).

Επειδή το σφαιρίδιο ισορροπεί, ισχύει: $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ ή $F - w = 0$ ή $F = mg$ (3).

Έστω E' το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όταν η τάση μεταξύ των μεταλλικών πλακών γίνει ίση με $V' = 2V$. Είναι: $E' = \frac{V'}{d}$ ή $E' = \frac{2V}{d}$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (4) προκύπτει: $\frac{E}{E'} = \frac{1}{2}$ ή $E' = 2E$.

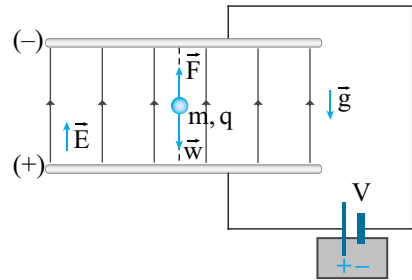
Έστω F' το νέο μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σφαιρίδιο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι: $F' = |q|E'$ ή $F' = 2|q|E$ (5).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (5) έχουμε: $\frac{F}{F'} = \frac{1}{2}$ ή $F' = 2F$

ή λόγω της σχέσης (3): $F' = 2mg$.

Επειδή είναι $F' > w$, το σφαιρίδιο αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω επιταχυνόμενο. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σφαιριδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F' - w = ma \quad \text{ή} \quad 2mg - mg = ma \quad \text{ή} \quad a = g.$$



90. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στα ηλεκτρόνια είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης ενός ηλεκτρονίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|E}{m} \quad (1).$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων είναι ανεξάρτητο της αρχικής τους ταχύτητας v_0 . Έστω L η οριζόντια απόσταση που διανύει ένα ηλεκτρόνιο από τη χρονική στιγμή στην οποία εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία εξέρχεται από αυτό.

Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της κίνησης ενός ηλεκτρονίου μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στην περίπτωση που εισέρχεται σε αυτό με ταχύτητα μέτρου v_0 . Είναι:

$$L = v_0 \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \frac{L}{v_0}.$$

Η κατακόρυφη απόκλιση $y_{\max}$ του ηλεκτρονίου από την αρχική διεύθυνση της κίνησής του στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt_1 δίνεται από τη σχέση:

$$y_{\max} = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad y_{\max} = \frac{1}{2} \alpha \frac{L^2}{v_0^2} \quad (2).$$

Έστω Δt_2 το χρονικό διάστημα της κίνησης ενός ηλεκτρονίου μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στην περίπτωση που εισέρχεται σε αυτό με ταχύτητα μέτρου $2v_0$. Είναι:

$$L = 2v_0 \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{L}{2v_0}.$$

Έστω $y'_{\max}$ η κατακόρυφη απόκλιση του ηλεκτρονίου από την αρχική διεύθυνση της κίνησής του στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt_2 . Είναι: $y'_{\max} = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t_2)^2$ ή $y'_{\max} = \frac{1}{2} \alpha \frac{L^2}{4v_0^2}$ (3).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (2) έχουμε:

$$\frac{y'_{\max}}{y_{\max}} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad y'_{\max} = \frac{y_{\max}}{4} \quad \text{ή} \quad y'_{\max} = 1 \text{ cm}.$$

91. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω v_0 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή στην οποία εξέρχεται από το πρώτο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου στο πρώτο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - 0 = q V_0 \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}} \quad (1).$$

όπου m η μάζα και q το φορτίο του σωματιδίου.

Το σωματίδιο αμέσως μετά την έξοδό του από το πρώτο ηλεκτρικό πεδίο εισέρχεται σε άλλο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ με ταχύτητα $\vec{v}_0$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του δεύτερου ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σωματίδιο στο δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|E}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|V_0}{md} \quad (2).$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου στο δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$2d = v_0 \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{2d}{v_0} \quad (3).$$

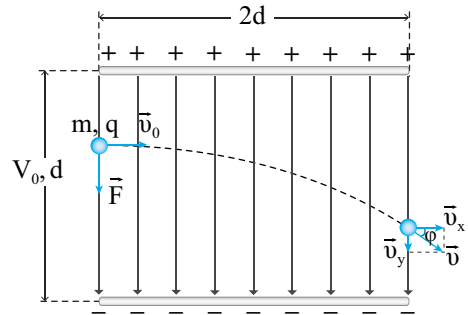
Έστω $\vec{v}$ η ταχύτητα με την οποία εξέρχεται το σωματίδιο από το δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι: $v_x = v_0$ (4) και $v_y = a\Delta t$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3): } v_y = \frac{|q|V_0}{md} \cdot \frac{2d}{v_0} \quad \text{ή} \quad v_y = \frac{2|q|V_0}{mv_0} \quad (5).$$

Η ζητούμενη γωνιακή εκτροπή προσδιορίζεται από τη σχέση: $\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (4) και (5): } \epsilon\phi\phi = \frac{2qV_0}{mv_0^2}$$

ή λόγω της σχέσης (1): $\epsilon\phi\phi = 1$ ή $\phi = 45^\circ$.



92. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι η δύναμη $\vec{F}_p$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Έστω α_p το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_p = m_p \vec{\alpha}_p \quad \text{ή} \quad F_p = m_p \alpha_p \quad \text{ή} \quad |q_p|E = m_p \alpha_p \quad \text{ή} \quad \alpha_p = \frac{|q_p|E}{m_p} \quad (1).$$

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο α κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι η δύναμη $\vec{F}_\alpha$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Έστω α_α το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου α . Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_\alpha = m_\alpha \vec{a}_\alpha \quad \text{ή} \quad F_\alpha = m_\alpha a_\alpha \quad \text{ή} \quad |q_\alpha|E = m_\alpha a_\alpha \quad \text{ή} \quad a_\alpha = \frac{|q_\alpha|E}{m_\alpha} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{a_\alpha}{a_p} = \frac{|q_\alpha| m_p}{|q_p| m_\alpha} \quad \text{ή} \quad \frac{a_\alpha}{a_p} = \frac{1}{2} \quad (3).$

Έστω t_p η χρονική στιγμή στην οποία εξέρχεται το πρωτόνιο από το ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$t_p = \frac{L}{v_0} \quad (4). \quad \text{Έστω } t_\alpha \text{ η χρονική στιγμή στην οποία εξέρχεται το σωματίο } \alpha \text{ από το ηλεκτρικό}$$

πεδίο. Είναι: $t_\alpha = \frac{L}{v_0} \quad (5).$ Από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε: $t_p = t_\alpha \quad (6).$

Η κατακόρυφη απόκλιση y_p του πρωτονίου δίνεται από τη σχέση: $y_p = \frac{1}{2} a_p (\Delta t_p)^2 \quad (7).$

Η κατακόρυφη απόκλιση y_α του σωματίου α δίνεται από τη σχέση: $y_\alpha = \frac{1}{2} a_\alpha (\Delta t_\alpha)^2 \quad (8).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (8) και (7) έχουμε: $\frac{y_\alpha}{y_p} = \frac{a_\alpha t_\alpha^2}{a_p t_p^2}$

ή λόγω των σχέσεων (3) και (6): $\frac{y_\alpha}{y_p} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad y_\alpha = \frac{y_p}{2}.$

93. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση με V . Είναι:

$$L = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{L}{v_0} \quad (1).$$

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}_1$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Έστω a_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση με V . Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = m a_1 \quad \text{ή} \quad |q_e|E_1 = m_e a_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{|q_e|E_1}{m_e} \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{|q_e|V}{m_e d} \quad (2).$$

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι $V' = 2V$. Είναι:

$$L = v_0 t_2 \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{L}{v_0} \quad (3).$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει: $t_1 = t_2.$

Έστω a_2 το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση με V' . Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m_e \vec{a}_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = m_e a_2 \quad \text{ή} \quad |q_e| E_2 = m_e a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{|q_e| V'}{m_e d} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{|q_e| 2V}{m_e d} \quad (4).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (4) έχουμε: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$.

Η κατακόρυφη απόκλιση y_1 του ηλεκτρονίου στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση με V δίνεται από τη σχέση: $y_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$ (6).

Έστω y_2 η κατακόρυφη απόκλιση του ηλεκτρονίου στην περίπτωση όπου η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ίση με V' . Είναι: $y_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2$ (7).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (6) και (7) έχουμε: $\frac{y_1}{y_2} = \frac{a_1 t_1^2}{a_2 t_2^2}$ ή $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}$ ή $y_2 = 2y_1$.

ΘΕΜΑΤΑ Γ

94. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

α. $U = -3,6 \text{ J}.$

β. $\Delta U = 2,4 \text{ J}.$

γ. $E_{\text{απαιτ.}} = 2,4 \text{ J}.$

95. α. Είναι: $U = K_c \frac{Q_1 Q_2}{r}$ ή $r = \frac{K_c Q_1 Q_2}{U}$ ή $r = 0,4 \text{ m}.$

β. Έστω r' η νέα απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων. Είναι: $r' = \frac{r}{2}$ ή $r' = 0,2 \text{ m}.$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U' του συστήματος των δύο φορτίων, όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' , δίνεται από τη σχέση: $U' = K_c \frac{Q_1 Q_2}{r'}$ ή $U' = 54 \cdot 10^{-5} \text{ J}.$

γ. Έστω $E_{\text{απαιτ.}}$ η ενέργεια που απαιτείται, ώστε να υποδιπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων. Είναι: $E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}}$ ή $K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$ ή $0 + U + E_{\text{απαιτ.}} = 0 + U'$

ή $E_{\text{απαιτ.}} = U' - U$ ή $E_{\text{απαιτ.}} = 27 \cdot 10^{-5} \text{ J}.$

96. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

α. $U = 0,45 \text{ J}.$

β. $U = -1,95 \text{ J}.$

γ. $E_{\text{απαιτ.}} = 1,95 \text{ J}.$

97. α. Έστω $U_{1,2}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων q_1 και q_2 . Είναι:

$U_{1,2} = K_c \frac{q_1 q_2}{r}$ ή $U_{1,2} = 0,18 \text{ J}.$

β. Έστω $U_{\text{ολ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων, όταν το σημειακό φορτίο q_3 τοποθετείται στο σημείο Γ. Είναι:

$U_{\text{ολ}} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}$ ή $0 = K_c \frac{q_1 q_2}{r} + K_c \frac{q_1 q_3}{r - r_1} + K_c \frac{q_2 q_3}{r_1}$ ή $q_3 = -5 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$

γ. Έστω $U'_{\text{ολ}}$ η νέα ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Είναι:

$U'_{\text{ολ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{r} + K_c \frac{q_1 q_3}{r} + K_c \frac{q_2 q_3}{r}$ ή $U'_{\text{ολ}} = 10,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$

δ. Έστω $U_{(q_3)}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του φορτίου q_3 , όταν βρίσκεται στο σημείο Γ. Είναι:

$$U_{(q_3)} = q_3 V_\Gamma \quad \text{ή} \quad U_{(q_3)} = q_3 \left(K_c \frac{q_1}{r - r_1} + K_c \frac{q_2}{r_1} \right) \quad \text{ή} \quad U_{(q_3)} = K_c \frac{q_1 q_3}{r - r_1} + K_c \frac{q_2 q_3}{r_1} \quad \text{ή} \quad U_{(q_3)} = -0,18 \text{ J.}$$

Έστω $U'_{(q_3)}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του φορτίου q_3 , όταν βρίσκεται στο σημείο Δ. Είναι:

$$U'_{(q_3)} = q_3 V_\Delta \quad \text{ή} \quad U'_{(q_3)} = q_3 \left(K_c \frac{q_1}{r} + K_c \frac{q_2}{r} \right) \quad \text{ή} \quad U'_{(q_3)} = K_c \frac{q_1 q_3}{r} + K_c \frac{q_2 q_3}{r} \quad \text{ή} \quad U'_{(q_3)} = -0,075 \text{ J.}$$

Έστω $E_{\text{απαιτ.}}$ η ενέργεια που απαιτείται να δαπανήσουμε για να μεταφέρουμε το φορτίο q_3 από το σημείο Γ στο σημείο Δ. Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας έχουμε:

$$E_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ.}} = E_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ.}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 + U_{(q_3)} + E_{\text{απαιτ.}} = 0 + U'_{(q_3)}$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{απαιτ.}} = 10,5 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$

98. α. Έστω $U_{\text{ολ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων q_1 , q_2 και q_3 .

$$\text{Είναι: } U_{\text{ολ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{\alpha} + K_c \frac{q_2 q_3}{\alpha} + K_c \frac{q_1 q_3}{\alpha} \quad \text{ή} \quad U_{\text{ολ}} = 1,08 \text{ J.}$$

β. Έστω $E_{\text{απαιτ.}}$ η ζητούμενη απαιτούμενη ενέργεια. Είναι: $E_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ.}} = E_{\text{τελ}}$

$$\text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ.}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 + 0 + E_{\text{απαιτ.}} = 0 + U_{\text{ολ}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απαιτ.}} = 1,08 \text{ J.}$$

γ. Έστω $U'_{\text{ολ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων q_1 , q_2 και q_4 . Είναι:

$$U'_{\text{ολ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{r} + K_c \frac{q_1 q_4}{r} + K_c \frac{q_2 q_4}{r} \quad \text{ή} \quad 0 = \frac{K_c}{r} (q_1 q_2 + q_1 q_4 + q_2 q_4)$$

$$\text{ή} \quad q_1 q_2 + q_1 q_4 + q_2 q_4 = 0 \quad \text{ή} \quad q_4 = -\frac{q_1 q_2}{q_1 + q_2} \quad \text{ή} \quad q_4 = -1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

99. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

$$\alpha. U = 0,36 \text{ J.} \quad \beta. v_1 = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s.} \quad \gamma. \frac{dp}{dt} = 0,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2. \quad \delta. v_2 = 6\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

100. α. Έστω $U_{\text{αρχ}}$ η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

$$\text{Είναι: } U_{\text{αρχ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1} \quad \text{ή} \quad U_{\text{αρχ}} = 1,2 \text{ J.}$$

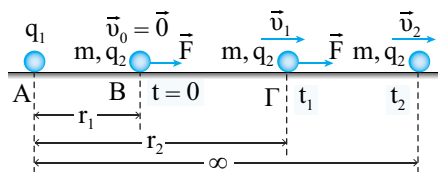
β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο (2) στη διεύθυνση της κίνησής του είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σωματίδιο (1).

Το σωματίδιο (2), υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που μειώνεται κατά μέτρο. Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι συντηρητική, η μηχανική

ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου (2).

Έστω $U_{\text{τελ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων τη χρονική

στιγμή t_1 . Είναι: $U_{\text{τελ}} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_2}$ ή $U_{\text{τελ}} = 0,3 \text{ J}$.



γ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (2) τη χρονική στιγμή t_1 . Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 + U_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m v_1^2 + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad v_1 = 30 \text{ m/s}.$$

δ. Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου (2) τη χρονική στιγμή

$$t_1. \text{ Είναι: } \frac{dp}{dt} = \Sigma F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

ε. Το σωματίδιο (2) αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα του τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από το σωματίδιο (1).

Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 . Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_2 έχουμε: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\infty} + U_{\infty}$

$$\text{ή} \quad 0 + U_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m v_2^2 + 0 \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2U_{\text{αρχ}}}{m}} \quad \text{ή} \quad v_2 = 20\sqrt{3} \text{ m/s}.$$

101. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.

$$\alpha. r_{\min} = 0,04 \text{ m}. \quad \beta. U_{\max} = 2,7 \text{ J}. \quad \gamma. \frac{dp}{dt} = 67,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2. \quad \delta. \Delta p = -0,18 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

102. α. Έστω $U_{\text{αρχ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $U_{\text{αρχ}} = K_c \frac{Qq}{r}$ ή $U_{\text{αρχ}} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

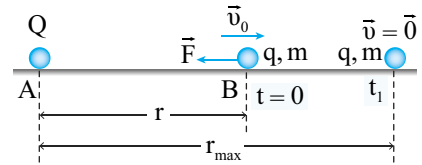
β. Έστω $U_{\text{τελ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $U_{\text{τελ}} = K_c \frac{Qq}{r_{\min}}$ ή $U_{\text{τελ}} = 90 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

γ. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα της σφαίρας Σ και του σημειακού φορτίου Q μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)}$ ή $K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda}$.

$$\text{ή } \frac{1}{2}mv_0^2 + U_{\alpha\rho\chi} = 0 + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή } v_0 = \sqrt{\frac{2(U_{\tau\epsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi})}{m}} \quad \text{ή } v_0 = 120 \text{ m/s.}$$

103. α. Έστω $U_{\alpha\rho\chi}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $U_{\alpha\rho\chi} = K_c \frac{Qq}{r}$ ή $U_{\alpha\rho\chi} = -3,6 \text{ J}$.

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο στη διεύθυνση της κίνησής του είναι η ελκτική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σημειακό φορτίο Q, η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που μειώνεται κατά μέτρο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία. Τη χρονική στιγμή t_1 το σωματίδιο φτάνει στη μέγιστη απόσταση $r_{\max}$ από το σημείο A.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σημειακού φορτίου Q και του φορτισμένου σωματιδίου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)}$ ή $K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda}$.

$$\text{ή } \frac{1}{2}mv_0^2 + U_{\alpha\rho\chi} = 0 + K_c \frac{Qq}{r_{\max}} \quad \text{ή } r_{\max} = 0,08 \text{ m.}$$

γ. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού φορτίου Q και του σωματιδίου μια τυχαία χρονική στιγμή t στην οποία η μεταξύ τους απόσταση είναι ίση με r δίνεται από τη σχέση: $U = K_c \frac{Qq}{r}$ (1).

Επειδή τα φορτία Q και q είναι ετερόσημα, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος τους είναι αρνητική. Επομένως, κατά τη διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου η απόστασή του r από το σημειακό φορτίο Q αυξάνεται, οπότε σύμφωνα με τη σχέση (1), η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται. Συνεπώς, τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία η απόσταση μεταξύ του σωματιδίου και του σημειακού φορτίου Q γίνεται μέγιστη, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται μέγιστη ($U_{\max}$). Είναι:

$$U_{\max} = K_c \frac{Qq}{r_{\max}} \quad \text{ή } U_{\max} = -1,8 \text{ J.}$$

δ. Για να διαφύγει το σωματίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q , πρέπει να βρεθεί σε άπειρη απόσταση από αυτό.

Έστω $v_{0(\min)}$ η ελάχιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το σημείο B, ώστε να διαφύγει από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q , φτάνοντας στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σωματιδίου και του σημειακού φορτίου Q έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_{0(\min)}^2 + U_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{-2U_{\alpha\rho\chi}}{m}}$$

$$\text{ή} \quad v_0 = 200\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

104. α. Έστω $U_{\alpha\rho\chi}$ η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων. Είναι: $U_{\alpha\rho\chi} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1}$ ή $U_{\alpha\rho\chi} = 3,6 \text{ J}$.

β. Έστω $U_{\tau\epsilon\lambda}$ η τελική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $U_{\tau\epsilon\lambda} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_2}$ ή $U_{\tau\epsilon\lambda} = 1,8 \text{ J}$.

γ. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια (1) και (2) στη διεύθυνση της κίνησής τους είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$) αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν. Επειδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα των δύο σωματιδίων είναι ίση με μηδέν, το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή.

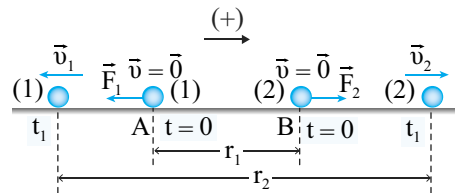
Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σωματιδίων (1) και (2) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 .

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{ολ(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2 \quad (1).$$

Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε:



$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 0 + U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + U_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } U_{\alpha\rho\chi} = 2m_1 v_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad v_2 = 10 \text{ m/s.}$$

Από τη σχέση (1), για $v_2 = 10 \text{ m/s}$, προκύπτει: $v_1 = 20 \text{ m/s}$.

$$\delta. \text{ Είναι: } \Sigma \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = m_1 a_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} \quad (2)$$

$$\text{και } \Sigma \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = m_2 a_2 \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{F_2}{m_2} \quad (3).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: } \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{ή} \quad \frac{a_1}{a_2} = 2.$$

105. α. Στο σωματίδιο (1) ασκείται η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ από το σωματίδιο (2), ενώ στο σωματίδιο (2) ασκείται η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$) από το σωματίδιο (1).

Έστω a_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματι-

δίου (1) τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $\Sigma \vec{F}_1 = m \vec{a}_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = m a_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{F_1}{m}$

$$\text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2}}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{K_c |q_1 q_2|}{m r^2} \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{4}{9} \cdot 10^4 \text{ m/s}^2.$$

β. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή.

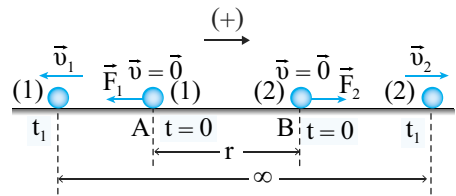
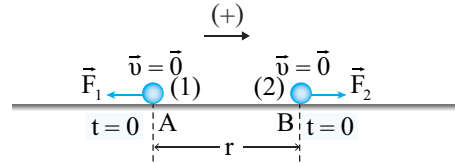
Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σωματιδίων (1) και (2) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 .

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{ολ(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad 0 = -m v_1 + m v_2 \quad \text{ή} \quad m v_1 = m v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 1 \quad (1).$$

γ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$

$$\text{και } t_1 \text{ έχουμε: } E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + 0$$



ή λόγω της σχέσης (1): $K_e \frac{q_1 q_2}{r} = m v_1^2$ ή $v_1 = \sqrt{\frac{K_e q_1 q_2}{m r}}$ ή $v_1 = 20 \text{ m/s}$.

Επομένως, από τη σχέση (1) για $v_1 = 20 \text{ m/s}$ προκύπτει: $v_2 = 20 \text{ m/s}$.

δ. Έστω W_{F_2} το έργο της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_2$ που ασκείται στο σωματίδιο (2) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου (2) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = W_{F_2} \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = 0,8 \text{ J}.$$

106. α. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια (1) και (2) είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$) αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

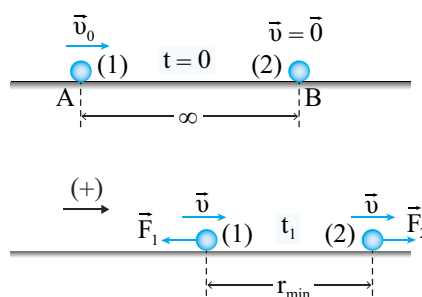
Επειδή η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ που ασκείται στο σωματίδιο (1) από το σωματίδιο (2) έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται (όχι ομαλά). Επειδή το σωματίδιο (2) είναι αρχικά ακίνητο και δέχεται από το σωματίδιο (1) την απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$, επιταχύνεται (όχι ομαλά) κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση με το σωματίδιο (1).

Επειδή το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς, ενώ επειδή το σωματίδιο (2) επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται συνεχώς.

Τα δύο σωματίδια πλησιάζουν μεταξύ τους για όσο χρονικό διάστημα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η ταχύτητα του σωματιδίου (1) είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του σωματιδίου (2).

Επομένως, τα σωματίδια πλησιάζουν στην ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία οι ταχύτητές τους γίνονται ίσες ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$). Συνεπώς, η κίνηση που εκτελεί το σωματίδιο (1) στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , είναι ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση που αυξάνεται κατά μέτρο, ενώ η κίνηση που εκτελεί το σωματίδιο (2) στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που αυξάνεται κατά μέτρο.

β. Επειδή στο σύστημα των δύο σωματιδίων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται σταθερή.



Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$: $mv_0 = mv + mv$ ή $v = \frac{v_0}{2}$ ή $v = 10 \text{ m/s}$.

γ. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)}$ ή $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$$\text{ή } \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}} \quad \text{ή } r_{\min} = 0,36 \text{ m}.$$

δ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου (1) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{τελ(1)} - \vec{p}_{αρχ(1)}$ ή $\Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_0$ ή $\Delta p_1 = -10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

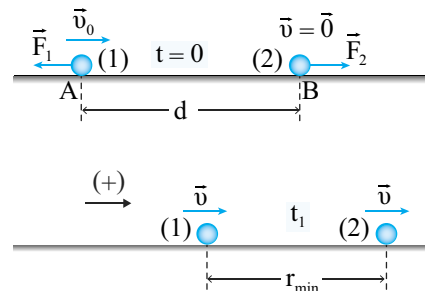
Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου (2) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{τελ(2)} - \vec{p}_{αρχ(2)}$ ή $\Delta p_2 = m_2 v - 0$ ή $\Delta p_2 = m_2 v$ ή $\Delta p_2 = +10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

107. α. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια (1) και (2) στη διεύθυνση της κίνησής τους είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$) αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν. Η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο (1) από το σωματίδιο (2) έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, οπότε το σωματίδιο (1) αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να επιβραδύνεται (όχι ομαλά). Το σωματίδιο (2) είναι αρχικά ακίνητο και δέχεται από το σωματίδιο (1) την απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$, οπότε αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να επιταχύνεται (όχι ομαλά) κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση με το σωματίδιο (1).

Επειδή το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται, η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς, ενώ επειδή το σωματίδιο (2) επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται συνεχώς.

Τα σωματίδια πλησιάζουν μεταξύ τους για όσο χρονικό διάστημα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η ταχύτητα του σωματιδίου (1) είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του σωματιδίου (2).

Επομένως, τα σωματίδια πλησιάζουν στην ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία οι ταχύτητές τους γίνονται ίσες ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$).



Επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας

$$τας \vec{v}_0: m_1 v_0 = m_1 v + m_2 v \quad \text{ή} \quad v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad v = 100 \text{ m/s.}$$

β. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)}$ ή $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{d} = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}} \quad \text{ή} \quad r_{\min} = 0,5 \text{ m.}$$

γ. Έστω $U_{\max}$ η μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

$$\text{Είναι: } U_{\max} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}} \quad \text{ή} \quad U_{\max} = 36 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

δ. Έστω $\frac{dp_{(1)}}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου (1) τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

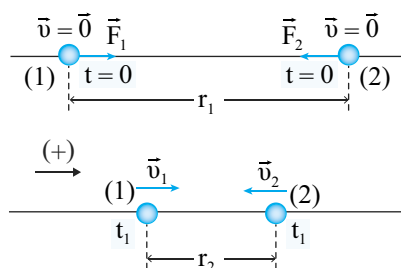
$$\frac{dp_{(1)}}{dt} = \Sigma F \quad \text{ή} \quad \frac{dp_{(1)}}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_{(1)}}{dt} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r_{\min}^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp_{(1)}}{dt} = 72 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

108. α. Έστω $U_{αρχ}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $U_{αρχ} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1}$ ή $U_{αρχ} = -0,09 \text{ J.}$

β. Έστω $U_{τελ}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $U_{τελ} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_2}$ ή $U_{τελ} = -0,18 \text{ J.}$

γ. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σφαιρίδια (1) και (2) στη διεύθυνση της κίνησής τους είναι οι ελκτικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν. Επειδή το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$, έχουμε:



$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 4 \quad (1).$$

δ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$

$$\text{και } t_1 \text{ έχουμε: } E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + U_{αρχ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + U_{τελ}$$

$$\text{ή} \quad U_{αρχ} - U_{τελ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2).$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$v_1 = 12 \cdot 10^2 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad v_2 = 3 \cdot 10^2 \text{ m/s}.$$

109. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. Είναι: $F_0 = 9 \text{ N}$ και $w = 1 \text{ N}$. Επειδή είναι $F_0 > w$, το σωματίδιο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να κινείται προς τα πάνω.

β. $h_{\max} = 0,9 \text{ m}.$

γ. $h_1 = 0,3 \text{ m}.$

δ. $v_{\max} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}.$

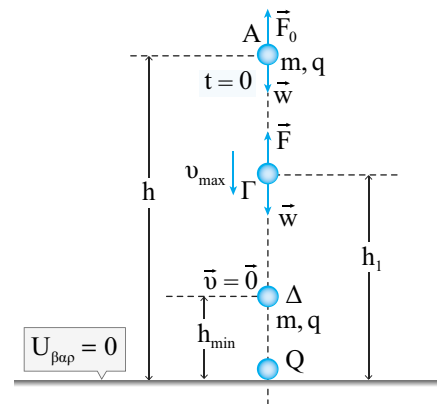
110. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σημειακό φορτίο Q .

Έστω F_0 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία αφήνεται το σωματίδιο ελεύθερο να κινηθεί. Είναι:

$$F_0 = K_c \frac{|Qq|}{h^2} \quad \text{ή} \quad F_0 = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

Το μέτρο του βάρους του σωματιδίου υπολογίζεται από τη σχέση: $w = mg$ ή $w = 9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

Επειδή ισχύει: $w > F_0$, το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να κινείται προς τα κάτω επιταχυνόμενο (όχι ομαλά).



β. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ τη τυχαία χρονική στιγμή t στην οποία το σωματίδιο απέχει απόσταση r από το σημειακό φορτίο Q δίνεται από τη σχέση: $F = K_c \frac{|Qq|}{r}$ (1).

Καθώς το σωματίδιο κινείται προς τα κάτω η απόσταση του r από το σημειακό φορτίο Q μειώνεται συνεχώς, οπότε, όπως προκύπτει από τη σχέση (1), το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ αυξάνεται συνεχώς.

Τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ γίνεται ίσο με το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ του σωματιδίου ($F = w$), οπότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σωματίδιο γίνεται ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$). Αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ γίνεται μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ του σωματιδίου ($F > w$), οπότε το σωματίδιο αρχίζει να επιβραδύνεται (όχι ομαλά) μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία στη θέση Δ , όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_2 το σωματίδιο φτάνει στο ελάχιστο ύψος πάνω από το σημείο A .

Για να υπολογίσουμε το ελάχιστο ύψος $h_{\min}$ πάνω από το σημείο A στο οποίο φτάνει το σωματίδιο εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του σωματιδίου μεταξύ των θέσεων A και Δ , θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με το οριζόντιο δάπεδο. Έχουμε:

$$E_{\mu\chi\lambda(A)} = E_{\mu\chi\lambda(\Delta)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_{\eta\lambda(A)} + U_{\beta\alpha\rho(A)} = K_\Delta + U_{\eta\lambda(\Delta)} + U_{\beta\alpha\rho(\Delta)}$$

$$\text{ή} \quad 0 + K_c \frac{Qq}{h} + mgh = 0 + K_c \frac{Qq}{h_{\min}} + mgh_{\min} \quad \text{ή} \quad h_{\min}^2 - 0,5h_{\min} + 0,04 = 0 \quad (\text{S.I.}) \quad (2).$$

Οι λύσεις της εξίσωσης (2) είναι:

$h_{\min} = 0,4 \text{ m}$ (απορρίπτεται γιατί αντιστοιχεί στο αρχικό ύψος του σωματιδίου).

$h_{\min} = 0,1 \text{ m}$ (δεκτή).

γ. Το σωματίδιο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση και από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση. Επομένως, τη χρονική στιγμή t_1 το σωματίδιο αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.

Έστω h_1 το ύψος πάνω από το σημείο A στο οποίο το σωματίδιο αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του. Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F - w = 0 \quad \text{ή} \quad K_c \frac{|Qq|}{h_1^2} = mg \quad \text{ή} \quad h_1 = 0,2 \text{ m}.$$

δ. Έστω $v_{\max}$ το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το σωματίδιο τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία διέρχεται από τη θέση Γ που φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για την κίνηση του σωματιδίου μεταξύ των θέσεων A και Γ , θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με το οριζόντιο δάπεδο, έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_{\eta\lambda(A)} + U_{\beta\alpha\rho(A)} = K_\Gamma + U_{\eta\lambda(\Gamma)} + U_{\beta\alpha\rho(\Gamma)}$$

$$\text{ή} \quad 0 + K_c \frac{Qq}{h} + mgh = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 + K_c \frac{Qq}{h_1} + mgh_1 \quad \text{ή} \quad v_{\max} = \sqrt{2} \text{ m/s.}$$

111. α. Έστω $U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού φορτίου Q και του σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} = K_c \frac{Qq}{r}$ ή $U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} = 0,09 \text{ J}$.

β. Έστω $U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού φορτίου και του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} = K_c \frac{Qq}{d}$ ή $U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} = 0,045 \text{ J}$.

γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι το βάρος του $\vec{w}$, η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σημειακό φορτίο Q και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το κεκλιμένο επίπεδο.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 .

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σημειακού φορτίου και του σωματιδίου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 , θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που ταυτίζεται με τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad K_A + U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} + U_{\beta\alpha\rho(\alpha\rho\chi)} = K_\Gamma + U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} + U_{\beta\alpha\rho(\tau\epsilon\lambda)}$$

$$\text{ή} \quad 0 + U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} + mgh = \frac{1}{2} m v_1^2 + U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} + 0 \quad \text{ή} \quad U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} + mg(d-r)\eta\mu\phi = \frac{1}{2} m v_1^2 + U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)}$$

$$\text{ή} \quad v_1 = \sqrt{5} \text{ m/s.}$$

δ. Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 .

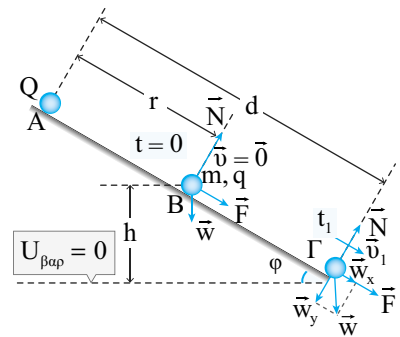
$$\text{Είναι: } \frac{dp}{dt} = \Sigma F_x \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = w_x + F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = mg\eta\mu\phi + K_c \frac{Qq}{d^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 26,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

112. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $U_{\alpha\lambda} = -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

β. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7, ερώτ. β.

γ. $v = 300 \text{ m/s}$.



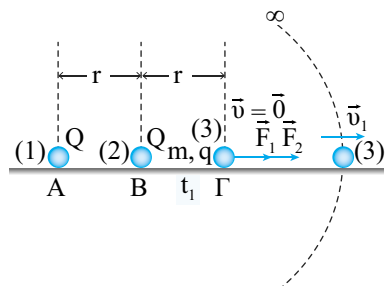
113. α. Έστω $U_{1,2}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων (1) και (2).

Είναι: $U_{1,2} = K_c \frac{Q^2}{r}$ ή $U_{1,2} = 81 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

β. Έστω $U_{\text{ολ}}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων. Είναι:

$$U_{\text{ολ}} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3} \quad \text{ή} \quad U_{\text{ολ}} = U_{1,2} + K_c \frac{Qq}{2r} + K_c \frac{Qq}{r}$$

ή $U_{\text{ολ}} = 243 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.



γ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (3) τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ από το σώμα (1) και η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$ από το σώμα (2). Όπως φαίνεται στο σχήμα, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ έχουν την ίδια φορά, οπότε το σώμα (3) τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο απομακρυνόμενο από τα σώματα (1) και (2) μέχρι να φτάσει στο άπειρο τη χρονική στιγμή t_1 . Η κίνηση που εκτελεί το σώμα (3) είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που μειώνεται κατά μέτρο.

δ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (3) τη χρονική στιγμή t_1 . Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος (3) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή

$$t_1 \text{ έχουμε: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\text{ολ}}}^{\Gamma \rightarrow \infty} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = q(V_{\Gamma} - V_{\infty}) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = q V_{\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = q \left(\frac{K_c Q}{2r} + \frac{K_c Q}{r} \right) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{3}{2} \frac{K_c Q q}{r} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{3 K_c Q q}{m r}} \quad \text{ή} \quad v_1 = 18 \cdot 10^2 \text{ m/s}.$$

114. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.

α. $V_A - V_B = 100 \text{ V}$.

β. $V_B - V_{\Gamma} = 300 \text{ V}$.

γ. $V_B = 500 \text{ V}$, $V_{\Gamma} = 200 \text{ V}$.

115. α. Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$ ή $E = 100 \text{ V/m}$.

β. Είναι: $E = \frac{V_B - V_{\Gamma}}{(B\Gamma)}$ ή $V_B - V_{\Gamma} = 40 \text{ V}$.

γ. Είναι: $E = \frac{V_A - V_{\Gamma}}{(A\Gamma)}$ ή $V_A - V_{\Gamma} = E[(AB) + (B\Gamma)]$ ή $V_A - V_{\Gamma} = 50 \text{ V}$ (1).

δ. Από τη σχέση (1), για $V_A = 50 \text{ V}$, προκύπτει: $V_{\Gamma} = 0$.

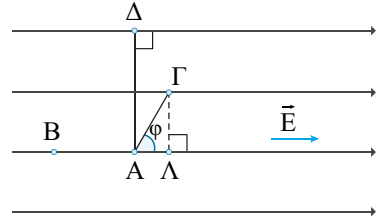
116. α. Είναι: $E = \frac{V_B - V_A}{(AB)}$ ή $V_B - V_A = 25 \text{ V}$ ή $V_A - V_B = -25 \text{ V}$.

β. Είναι:

$$V_A - V_\Gamma = V_A - V_\Lambda \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = E(AB)$$

$$\text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = E(AB) \cos \varphi \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = 12,5 \text{ V}.$$

γ. Είναι: $V_A - V_A = 0$.



117. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

α. $F = 32 \cdot 10^{-18} \text{ N}$.

β. $a = 2 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$.

γ. $t_1 = 10^{-5} \text{ s}$.

δ. $v_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

118. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 10.

α. $E = 10^3 \text{ V/m}$.

β. $\frac{dp}{dt} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

γ. $v_1 = 200 \text{ m/s}$.

δ. $t_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

119. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 = Fd \quad \text{ή} \quad F = 10^{-4} \text{ N}.$$

β. Είναι: $F = |q|E$ ή $E = 100 \text{ V/m}$.

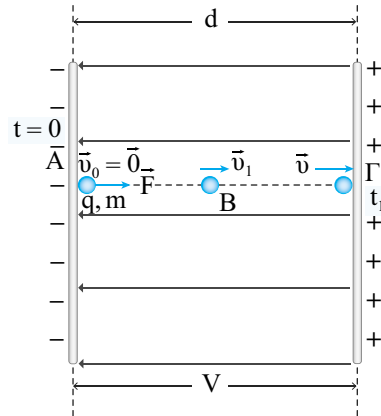
Είναι: $E = \frac{V}{d}$ ή $V = 80 \text{ V}$.

γ. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad a = 10^3 \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $v = at_1$ ή $t_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

δ. Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$ ή $V_A - V_B = 20 \text{ V}$.



ε. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Β. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου από το σημείο Α στο σημείο Β έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = F(AB) \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2F(AB)}{m}} \quad \text{ή} \quad v_1 = 20 \text{ m/s.}$$

120. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 11.

α. $V = 200 \text{ V.}$ β. $t_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s.}$ γ. $t_2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s.}$ δ. $|v| = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$

121. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του ηλεκτρονίου.

$$\text{Είναι: } \Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|V}{dm}$$

$$\text{ή} \quad \alpha = 16 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

β. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του

ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qV \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{-\frac{2qV}{m}} \quad \text{ή} \quad v_0 = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

γ. Είναι:

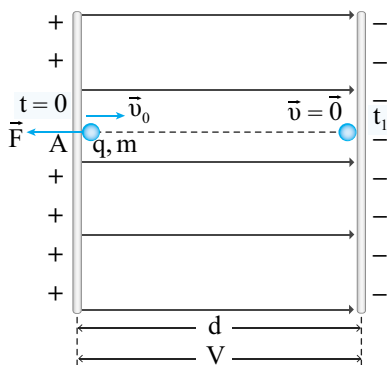
$$v = v_0 - \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_0}{\alpha} \quad \text{ή} \quad t_1 = 25 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

δ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία επιστρέφει το ηλεκτρόνιο στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_2 . Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 \quad \text{ή} \quad v_1 = v_0 \quad \text{ή} \quad v_1 = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

122. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 12.

α. $F = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N.}$ β. $v_1 = 40 \text{ m/s.}$ γ. $W_F = -48 \cdot 10^{-6} \text{ J.}$ δ. $V_A - V_B = 24 \text{ V.}$



123. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a η επιβράδυνση του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad a = 5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2.$$

β. Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 - at_1 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - at_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_0}{a} \quad \text{ή} \quad t_1 = 10^{-3} \text{ s}.$$

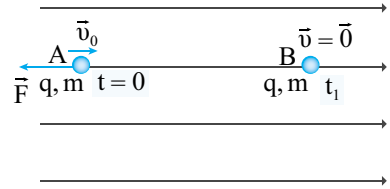
γ. Η απόσταση (AB) είναι ίση με τη μετατόπιση Δx του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$(AB) = \Delta x \quad \text{ή} \quad (AB) = v_0 t_1 - \frac{1}{2} at_1^2 \quad \text{ή} \quad (AB) = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

δ. Έστω W_F το ζητούμενο έργο. Είναι:

$$W_F = -F(AB) \quad \text{ή} \quad W_F = -|q|E(AB) \quad \text{ή} \quad W_F = -125 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

ε. Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_B = 2,5 \text{ V}.$



124. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το σωματίδιο ισορροπεί, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σωματίδιο είναι ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$).

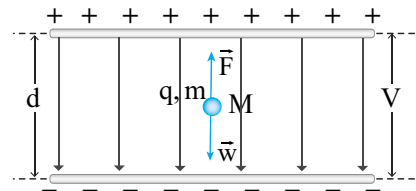
Επομένως, η δύναμη $\vec{F}$ είναι αντίθετη του βάρους

$\vec{w}$ του σωματιδίου ($\vec{F} = -\vec{w}$). Δηλαδή, η δύναμη $\vec{F}$ είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το σωματίδιο είναι αρνητικά φορτισμένο ($q < 0$). Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F - w = 0 \quad \text{ή} \quad |q|E = mg \quad \text{ή} \quad |q| \frac{V}{d} = mg \quad \text{ή} \quad |q| = \frac{mgd}{V}$$

$$\text{ή} \quad |q| = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad \text{ή} \quad q = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$



β. Έστω V' η νέα τιμή της τάσης μεταξύ των δύο πλακών. Είναι: $V' = \frac{V}{2}$ ή $V' = 100 \text{ V}$.

Έστω E' το νέο μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

$$E' = \frac{V'}{d} \quad \text{ή} \quad E' = 500 \text{ V/m}.$$

Έστω F' το νέο μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σωματίδιο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι: $F' = |q|E'$ ή $F' = 10^{-3} \text{ N}$.

Το μέτρο του βάρους του σωματιδίου είναι: $w = mg$ ή $w = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

Επειδή είναι $w > F'$, το σωματίδιο αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα.

γ. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad w - F' = ma \quad \text{ή} \quad a = 5 \text{ m/s}^2.$$

δ. Έστω Δx η μετατόπιση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή

$$t_1. \text{ Είναι: } \Delta x = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} \alpha t_1^2 = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad t_1 = \sqrt{\frac{d}{\alpha}} \quad \text{ή} \quad t_1 = 0,2 \text{ s}.$$

ε. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το σωματίδιο στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $v_1 = \alpha t_1$ ή $v_1 = 1 \text{ m/s}$.

125. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

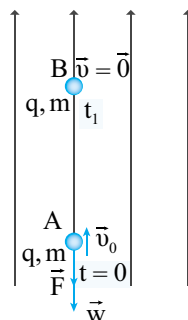
Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F + w = ma \quad \text{ή} \quad |q|E + mg = ma \quad \text{ή} \quad a = 16 \text{ m/s}^2.$$

β. Είναι: $v = v_0 - \alpha t_1$ ή $0 = v_0 - \alpha t_1$ ή $t_1 = \frac{v_0}{\alpha}$ ή $t_1 = 0,5 \text{ s}$.

γ. Έστω Δx η μετατόπιση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή

$$t_1. \text{ Είναι: } \Delta x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 2 \text{ m}.$$



Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$ ή $V_A - V_B = E\Delta x$ ή $V_A - V_B = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$.

δ. Η μετατόπιση $\Delta x'$ του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι ίση με μηδέν. Είναι: $\Delta x' = v_0 t_2 - \frac{1}{2} \alpha t_2^2$ ή $0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} \alpha t_2^2$ ή $t_2 \left(v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_2 \right) = 0$ (1).

Από τη σχέση (1) προκύπτει: $t_2 = 0$ (άτοπο) ή $v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_2 = 0$ ή $t_2 = \frac{2v_0}{\alpha}$ ή $t_2 = 1 \text{ s}$.

ε. Έστω v' η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:
 $v' = v_0 - \alpha t_2$ ή $v' = -8 \text{ m/s}$ ή $|v'| = 8 \text{ m/s}$.

126. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης του σωματιδίου. Είναι: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ή $F = ma$ ή $|q|E = ma$

ή $|q| \frac{V}{d} = ma$ ή $\alpha = \frac{|q|V}{md}$ ή $\alpha = 8 \text{ m/s}^2$.

Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σωματίδιο ακινητοποιείται στιγμιαία υπολογίζεται από τη σχέση: $v = v_0 - \alpha t_1$ ή $0 = v_0 - \alpha t_1$ ή $t_1 = \frac{v_0}{\alpha}$ ή $t_1 = 0,25 \text{ s}$.

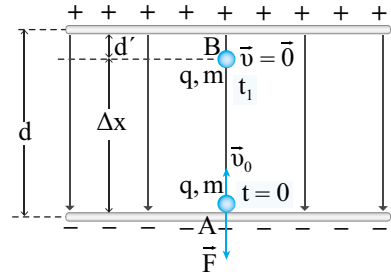
β. Έστω Δx η μετατόπιση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2$ ή $\Delta x = 0,25 \text{ m}$.

Η απόσταση d' του σωματιδίου από τη θετικά φορτισμένη πλάκα τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $d' = d - \Delta x$ ή $d' = 0,25 \text{ m}$.

γ. Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$W_F = -F\Delta x$ ή $W_F = -|q|E\Delta x$ ή $W_F = -q \frac{V}{d} \Delta x$ ή $W_F = -2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

δ. Είναι: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$ ή $V_A - V_B = E\Delta x$ ή $V_A - V_B = \frac{V}{d} \Delta x$ ή $V_A - V_B = 500 \text{ V}$.



ε. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_2 . Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 , έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F^{A \rightarrow A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 \quad \text{ή} \quad v_1 = v_0 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

127. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 13.

α. $a = 2 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$.

β. $t_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

γ. $v = 4\sqrt{2} \cdot 10^5 \text{ m/s}$, $\phi = 45^\circ$.

δ. $y = 0,4 \text{ m}$.

ε. $V_O - V_A = 800 \text{ V}$.

128. α. Είναι: $L = v_0 t_1$ ή $L = 0,4 \text{ m}$.

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι: $\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a}$ ή $F = ma$ ή $|q|E = ma$

$$\text{ή} \quad |q|\frac{V}{d} = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|V}{md} \quad \text{ή} \quad \alpha = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2.$$

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$ όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας v υπολογίζεται από τη σχέση:

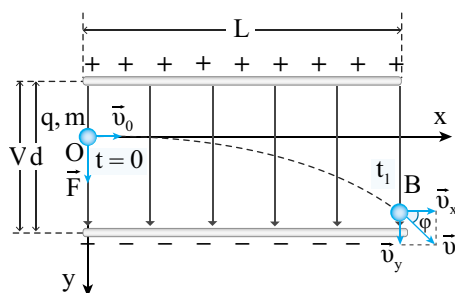
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (\alpha t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = 400\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

γ. Είναι: $\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $\epsilon\phi\phi = \frac{\alpha t_1}{v_0}$ ή $\epsilon\phi\phi = 1$ ή $\phi = 45^\circ$.

δ. Έστω y η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική διεύθυνση της κίνησής του τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $y = \frac{1}{2}\alpha t_1^2$ ή $y = 0,2 \text{ m}$.

Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$W_F = Fy \quad \text{ή} \quad W_F = |q|Ey \quad \text{ή} \quad W_F = |q|\frac{V}{d}y \quad \text{ή} \quad W_F = 16 \cdot 10^{-5} \text{ J}.$$



ε. Είναι: $W_F = q(V_O - V_B)$ ή $V_O - V_B = 40 \text{ V}$.

129. α. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

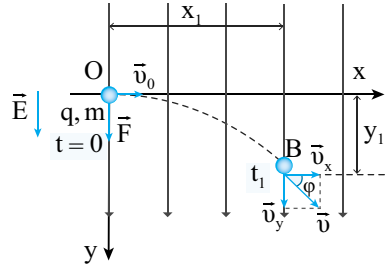
$$\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad a = 10^{10} \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική εξίσωση της οριζόντιας μετατόπισης x του σωματιδίου από το σημείο O δίνεται από τη σχέση:

$$x = v_0 t \quad \text{ή} \quad t = \frac{x}{v_0} \quad (1).$$

Η χρονική εξίσωση της κατακόρυφης μετατόπισης του σωματιδίου από το σημείο O δίνεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad y = \frac{1}{2} a \frac{x^2}{v_0^2} \quad \text{ή} \quad y = 0,5 x^2 \text{ (S.I.)}.$$



β. Έστω x_1 η οριζόντια μετατόπιση του σωματιδίου από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Είναι: } x_1 = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad x_1 = \sqrt{3} \text{ m}.$$

Έστω y_1 η κατακόρυφη μετατόπιση του σωματιδίου από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Είναι: } y_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad y_1 = 1,5 \text{ m}.$$

γ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_0^2 + (a t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \sqrt{3} \quad \text{ή} \quad \phi = 60^\circ.$$

δ. Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$W_F = F y_1 \quad \text{ή} \quad q(V_O - V_B) = q E y_1 \quad \text{ή} \quad V_O - V_B = E y_1 \quad \text{ή} \quad V_O - V_B = 1.500 \text{ V}.$$

$$\textbf{130. α. Είναι: } L = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad L = 0,2\sqrt{3} \text{ m}.$$

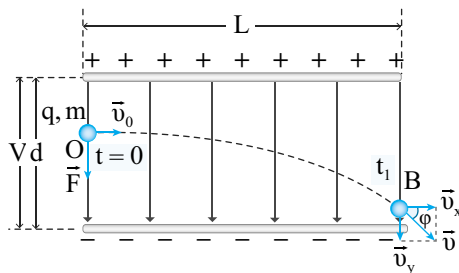
β. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό στο σχήμα.

$$\text{Είναι: } \varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{ή} \quad \sqrt{3} = \frac{v_y}{v_0} \quad \text{ή} \quad v_y = \sqrt{3}v_0$$

$$\text{ή} \quad v_y = 2\sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}$ υπολογίζεται από τη

$$\text{σχέση: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{(\sqrt{3}v_0)^2 + v_0^2} \quad \text{ή} \quad v = 2v_0 \quad \text{ή} \quad v = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$



γ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω α το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου. Είναι:

$$v_y = \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2.$$

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = m\alpha \quad \text{ή} \quad |q|E = m\alpha \quad \text{ή} \quad |q|\frac{V}{d} = m\alpha \quad \text{ή} \quad V = \frac{m\alpha d}{q} \quad \text{ή} \quad V = 1.000 \text{ V.}$$

δ. Η χρονική εξίσωση της οριζόντιας μετατόπισης του πρωτονίου από το σημείο O δίνεται από τη σχέση: $x = v_0 t$ ή $t = \frac{x}{v_0}$ (1).

Η χρονική εξίσωση της κατακόρυφης μετατόπισης του πρωτονίου από το σημείο O δίνεται από

$$\text{τη σχέση: } y = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } y = \frac{1}{2} \alpha \frac{x^2}{v_0^2} \quad \text{ή} \quad y = 2,5x^2 \text{ (S.I.) (2).}$$

ε. Έστω y_1 η κατακόρυφη απόκλιση του πρωτονίου από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 . Από τη σχέση (2), για $y = y_1$ και $x = L = 0,2\sqrt{3} \text{ m}$, προκύπτει: $y = 0,3 \text{ m}$.

131. α. Είναι: $L = v_0 t_1$ ή $t_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

β. Η κατακόρυφη μετατόπιση y του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική

$$\text{στιγμή } t_1 \text{ είναι: } y = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} \alpha t_1^2 = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{d}{t_1^2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 10^{11} \text{ m/s}^2.$$

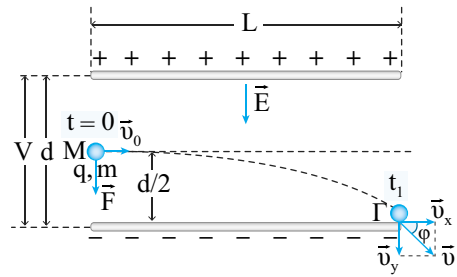
γ. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ του σωματιδίου σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Είναι: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ή $v = \sqrt{v_0^2 + (\alpha t_1)^2}$

ή $v = 2\sqrt{2} \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}$ με την οριζόντια διεύθυνση. Είναι:

$\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $\epsilon\phi\phi = 1$ ή $\phi = 45^\circ$.



δ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι:

$\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a}$ ή $F = ma$ ή $|q|E = ma$ ή $E = 2.000 \text{ V/m}$.

Η τάση V μεταξύ των δύο πλακών υπολογίζεται από τη σχέση: $E = \frac{V}{d}$ ή $V = Ed$ ή $V = 800 \text{ V}$.

132. α. Είναι: $L = v_0 t_1$ ή $t_1 = 10^{-4} \text{ s}$.

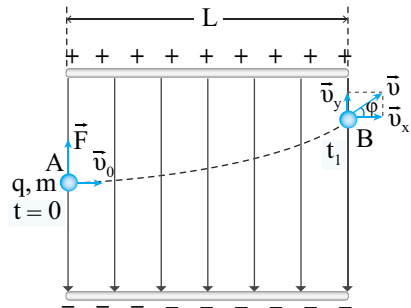
β. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{v}_x$ και $\vec{v}_y$, όπως φαίνεται στο διπλανό στο σχήμα.

Έστω K_0 η κινητική ενέργεια του σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t = 0$ και K η κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$K = 2K_0$ ή $\frac{1}{2}mv^2 = 2 \frac{1}{2}mv_0^2$ ή $v = \sqrt{2}v_0$

ή $\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_0$ ή $v_0^2 + v_y^2 = 2v_0^2$ ή $v_y = v_0$ ή $v_y = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}$ με την διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}_0$. Είναι: $\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $\epsilon\phi\phi = 1$ ή $\phi = 45^\circ$.



γ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι: $v_y = at_1$ ή $a = 4 \cdot 10^7 \text{ m/s}^2$.

Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F_y \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = m\alpha \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 16 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

δ. Είναι: $\Sigma F_y = m\alpha$ ή $|q|E = m\alpha$ ή $E = 800 \text{ V/m}$.

ε. Έστω y η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από το σημείο O τη χρονική στιγμή t_1 .

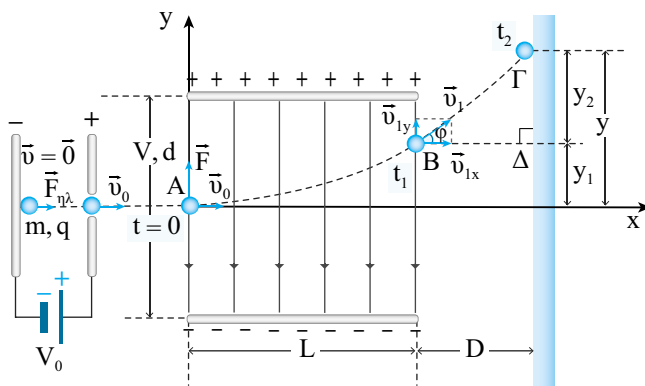
$$\text{Είναι: } y = \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \quad \text{ή} \quad y = 0,2 \text{ m}.$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $W_F = Fy_1$ ή $q(V_A - V_B) = |q|Ey_1$ ή $V_A - V_B = -Ey_1$ ή $V_A - V_B = -160 \text{ V}$.

133. α. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_0$ εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου στο χρονικό διάστημα στο οποίο επιταχύνεται υπό την τάση V_0 . Έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - 0 = |q|V_0 \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2|q|V_0}{m}} \quad \text{ή} \quad v_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων μεταλλικών πλακών είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το πεδίο αυτό, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Έστω α το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών. Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_y = m\bar{\alpha} \quad \text{ή} \quad F = m\alpha \quad \text{ή} \quad |q|E = m\alpha \quad \text{ή} \quad |q|\frac{V}{d} = m\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|q|V}{md} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{4}{3} \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική στιγμή t_1 στην οποία το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων πλακών υπολογίζεται από τη σχέση:

$$L = v_0 t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ s}.$$

Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ του ηλεκτρονίου τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + (\alpha t_1)^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = 4\sqrt{2} \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

γ. Είναι: $y_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2$ ή $y_1 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

δ. Έστω ϕ η οξεία γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του ηλεκτρονίου με την οριζόντια διεύθυνση τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\epsilon\phi\phi = \frac{v_y}{v_x}$ ή $\epsilon\phi\phi = 1$.

Από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 το ηλεκτρόνιο δεν δέχεται κάποια δύναμη, οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\bar{v}_1$.

Έστω y_2 η κατακόρυφη απόκλιση του ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 . Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΒΓΔ $\left(\hat{\Delta} = 90^\circ \right)$ που φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα έχουμε:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{y_2}{D} \quad \text{ή} \quad y_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Η κατακόρυφη απόκλιση y του ηλεκτρονίου από την αρχική διεύθυνση της κίνησής του από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι:

$$y = y_1 + y_2 \quad \text{ή} \quad y = 0,1 \text{ m}.$$

134. α. Έστω U_1 η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού αντικειμένου Σ και του σημειακού φορτίου Q , όταν το σημειακό αντικείμενο Σ διατηρείται ακίνητο στο σημείο B. Είναι: $U_1 = K_c \frac{Qq}{(AB)}$ ή $U_1 = 72 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

β. Έστω U_2 η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού αντικειμένου Σ και του σημειακού φορτίου Q τη χρονική στιγμή στην οποία το σημειακό αντικείμενο διέρχεται από το σημείο Γ. Είναι: $U_2 = K_c \frac{Qq}{(AG)}$ ή $U_2 = K_c \frac{Qq}{(AB)+(BG)}$ ή $U_2 = 36 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

Έστω ΔU η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος κατά τη μετακίνηση του σημειακού αντικειμένου Σ από το σημείο B στο σημείο Γ. Είναι:

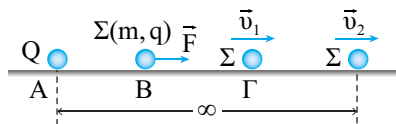
$$\Delta U = U_2 - U_1 \text{ ή } \Delta U = -36 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$$

Επομένως, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος ελαττώθηκε.

γ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία διέρχεται το σημειακό αντικείμενο Σ από το σημείο Γ.

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σημειακού αντικειμένου Σ και του σημειακού φορτίου

Q κατά τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου Σ από το σημείο B στο σημείο Γ



$$\text{έχουμε: } E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \text{ ή } 0 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + U_2$$

$$\text{ή } v_1 = \sqrt{\frac{2(U_1 - U_2)}{m}} \text{ ή } v_1 = 6 \text{ m/s}.$$

δ. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Σ τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει σε σημείο εκτός του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q (δηλαδή φτάνει στο άπειρο). Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σημειακού φορτίου Q και του σημειακού αντικειμένου Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου Σ από το σημείο B στο άπειρο, έχουμε:

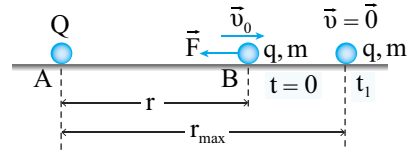
$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \text{ ή } 0 + U_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + 0 \text{ ή } v_2 = \sqrt{\frac{2U_1}{m}}$$

$$\text{ή } v_2 = 6\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

135. α. Έστω $U_{\text{αρχ}}$ η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Είναι: $U_{\text{αρχ}} = K_c \frac{Qq}{r}$ ή $U_{\text{αρχ}} = -9 \text{ J}$.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σφαιρίδιο στη διεύθυνση της κίνησής του είναι η ελκτική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από το σημειακό φορτίο Q , η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που μειώνεται κατά μέτρο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία. Τη χρονική στιγμή t_1 το σφαιρίδιο φτάνει στη μέγιστη απόσταση r_{max} από το σημειακό φορτίο Q .

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σημειακού φορτίου Q και του σφαιριδίου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + U_{\text{αρχ}} = 0 + K_c \frac{Qq}{r_{\text{max}}} \quad \text{ή} \quad r_{\text{max}} = 0,2 \text{ m}.$$

β. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος του σημειακού φορτίου Q και του σφαιριδίου μια τυχαία χρονική στιγμή t στην οποία η μεταξύ τους απόσταση είναι ίση με r δίνεται από τη σχέση:

$$U = K_c \frac{Qq}{r} \quad (1).$$

Επειδή τα φορτία Q και q είναι ετερόσημα, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι αρνητική. Επομένως, κατά τη διάρκεια της κίνησης του σφαιριδίου η απόστασή του r από το σημειακό φορτίο Q αυξάνεται, οπότε σύμφωνα με τη σχέση (1), η δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται. Συνεπώς, τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία η απόσταση μεταξύ του σφαιριδίου και του σημειακού φορτίου Q γίνεται μέγιστη, η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται μέγιστη (U_{max}). Είναι: $U_{\text{max}} = K_c \frac{Qq}{r_{\text{max}}}$ ή $U_{\text{max}} = -4,5 \text{ J}$.

γ. Έστω $\frac{d\vec{p}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία η απόστασή του από το σημειακό φορτίο Q γίνεται μέγιστη (r_{max}). Είναι:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

Επομένως, το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1 έχει την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείται στο σφαιρίδιο από το σημειακό φορτίο Q . Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $\left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = \vec{F}$ ή $\left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = K_c \frac{|Qq|}{r_{\max}^2}$ ή $\left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right| = 22,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

δ. Για να διαφύγει το σφαιρίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q , πρέπει να βρεθεί σε άπειρη απόσταση από αυτό.

Έστω $v_{0(\min)}$ η ελάχιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σφαιρίδιο τη χρονική στιγμή $t = 0$ από το σημείο B , ώστε να διαφύγει από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q φτάνοντας στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σωματιδίου και του σημειακού φορτίου έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_{0(\min)}^2 + U_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad v_{0(\min)} = \sqrt{\frac{-2U_{\alpha\rho\chi}}{m}}$$

$$\text{ή} \quad v_{0(\min)} = 30\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

Επομένως, για να διαφύγει το σφαιρίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το σημειακό φορτίο Q , πρέπει το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας να ικανοποιεί τη σχέση:

$$v_0 \geq v_{0(\min)} \quad \text{ή} \quad v_0 \geq 30\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

136. α. Στη σφαίρα A ασκείται η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$ από τη σφαίρα B .

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή στην οποία η σφαίρα A αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί υπολογίζεται από τη σχέση: $F = K_c \frac{|Q_A Q_B|}{x^2}$ ή $F = 0,45 \text{ N}$.

Έστω a_1 το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A τη χρονική στιγμή στην οποία αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί. Είναι: $\Sigma \vec{F}_A = m_A \vec{a}_1$ ή $F = m_A a_1$ ή $a_1 = 450 \text{ m/s}^2$.

β. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A τη χρονική στιγμή στην οποία απέχει απόσταση $2x$ από τη σφαίρα B . Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιρών έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{Q_A Q_B}{x} = \frac{1}{2} m_A v^2 + K_c \frac{Q_A Q_B}{2x}$$

$$\text{ή} \quad v = 3 \text{ m/s}.$$

γ. Οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν οι δύο σφαίρες έχουν κάθε χρονική στιγμή το ίδιο μέτρο και αντίθετες κατευθύνσεις. Έστω F' το μέτρο των δυνάμεων Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν οι δύο σφαίρες τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους

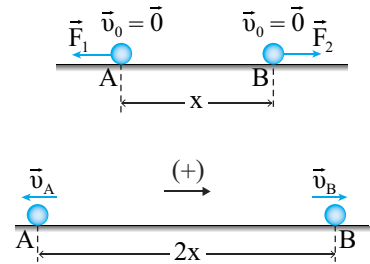
απόσταση $2x$. Είναι: $F' = K_c \frac{|Q_A Q_B|}{(2x)^2}$ ή $F' = \frac{9}{80} \text{ N}$.

Έστω a_A το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A τη χρονική στιγμή στην οποία οι δύο σφαίρες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$. Είναι: $\Sigma \vec{F}_A = m_A \vec{a}_A$ ή $F' = m_A a_A$ ή $a_A = 112,5 \text{ m/s}^2$.

Έστω a_B το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας B τη χρονική στιγμή στην οποία οι δύο σφαίρες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$. Είναι: $\Sigma \vec{F}_B = m_B \vec{a}_B$ ή $F' = m_B a_B$ ή $a_B = 56,25 \text{ m/s}^2$.

δ. Έστω $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ οι ταχύτητες των σφαιρών A και B αντίστοιχα τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$.

Επειδή το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_B$, έχουμε:



$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad 0 = -m_A v_A + m_B v_B \quad \text{ή} \quad m_A v_A = m_B v_B \quad \text{ή} \quad v_A = 2v_B \quad (1).$$

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιρών έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{Q_A Q_B}{x} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{K_c Q_A Q_B}{2x}$$

ή λόγω της σχέσης (1):

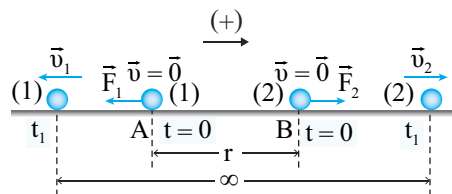
$$K_c \frac{Q_A Q_B}{2x} = 2m_A v_B^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad \text{ή} \quad v_B = \sqrt{\frac{K_c Q_A Q_B}{(4m_A + m_B)x}} \quad \text{ή} \quad v_B = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ m/s} \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2) προκύπτει: $v_A = \sqrt{6} \text{ m/s}$.

137. α. Έστω $U_{αρχ}$ η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο υλικών σημείων. Είναι: $U_{αρχ} = K_c \frac{q_1 q_2}{r_1}$ ή $U_{αρχ} = 0,9 \text{ J}$.

β. Το σύστημα των δύο υλικών σημείων είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των υλικών σημείων (1) και (2) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 .



Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο υλικών σημείων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$, έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = v_2 \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = 1 \quad (1).$$

γ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο υλικών σημείων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + 0$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } K_c \frac{q_1 q_2}{r} = m v_1^2 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{K_c q_1 q_2}{m r}} \quad \text{ή} \quad v_1 = 3 \text{ m/s.}$$

Επομένως, από τη σχέση (1), για $v_1 = 3 \text{ m/s}$, προκύπτει: $v_2 = 3 \text{ m/s}$.

δ. Έστω W_{F_1} το ζητούμενο έργο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται στο υλικό σημείο (1) από το υλικό σημείο (2). Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου (1) από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

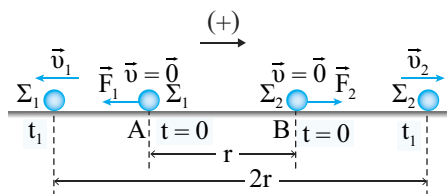
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = 0,45 \text{ J.}$$

138. α. Έστω $U_{αρχ}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 τη χρονική στιγμή $t = 0$. Είναι: $U_{αρχ} = K_c \frac{Q_1 Q_2}{r} \quad \text{ή} \quad U_{αρχ} = 10,8 \text{ J.}$

β. Έστω $U_{τελ}$ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $U_{τελ} = K_c \frac{Q_1 Q_2}{r'} \quad \text{ή} \quad U_{τελ} = K_c \frac{Q_1 Q_2}{2r} \quad \text{ή} \quad U_{τελ} = 5,4 \text{ J.}$

Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 στη διεύθυνση της κίνησής τους είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$) αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν. Επομένως, το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_1 . Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$, έχουμε:



$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2 \quad (1).$$

Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων διατηρείται σταθερή.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και

$$t_1 \text{ έχουμε: } E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + U_{αρχ} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + U_{τελ}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } U_{αρχ} = 2m_1 v_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad v_2 = 30 \text{ m/s.}$$

Από τη σχέση (1), για $v_2 = 30 \text{ m/s}$, προκύπτει: $v_1 = 60 \text{ m/s}$.

γ. Έστω $\frac{dp_1}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου Σ_1 τη χρονική στιγμή

$$t_1. \text{ Είναι: } \frac{dp_1}{dt} = \Sigma F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{(2r)^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = 90 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

Έστω $\frac{dp_2}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Είναι: } \frac{dp_2}{dt} = \Sigma F_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = F_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = 90 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

δ. Έστω $\vec{v}_{01}$ και $\vec{v}_{02}$ οι αρχικές ταχύτητες με τις οποίες εκτοξεύονται τα σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων

$$\text{έχουμε: } \vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_{01}$:

$$m_1 v_{01} - m_2 v_{02} = 0 \quad \text{ή} \quad m_1 v_{01} = m_2 v_{02} \quad \text{ή} \quad v_{01} = 2v_{02} \quad (2).$$

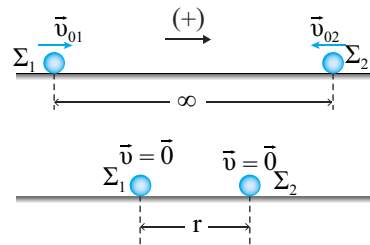
Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 + 0 = 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

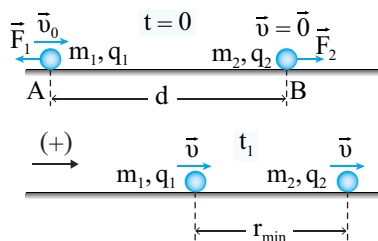
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (2): } 2m_1 v_{02}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = K_c \frac{q_1 q_2}{r} \quad \text{ή} \quad v_{02} = 30\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

Από τη σχέση (2), για $v_{02} = 30\sqrt{2} \text{ m/s}$, προκύπτει: $v_{01} = 60\sqrt{2} \text{ m/s}$.



139. α. Το σφαιρίδιο μάζας m_1 δέχεται από το σφαιρίδιο μάζας m_2 απωστική Coulomb $\vec{F}_1$, ενώ το σφαιρίδιο μάζας m_2 δέχεται από το σφαιρίδιο μάζας m_1 απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Επειδή η δύναμη $\vec{F}_1$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής ταχύτητα $\vec{v}_0$ του σφαιριδίου μάζας m_1 , το σφαιρίδιο μάζας m_1 εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση. Επειδή το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι αρχικά ακίνητο, εκτελεί (υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_2$) ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση με το σφαιρίδιο μάζας m_1 .

Επειδή το σφαιρίδιο μάζας m_1 επιβραδύνεται, η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς, ενώ επειδή το σφαιρίδιο μάζας m_2 επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται συνεχώς.

Τα δύο σφαιρίδια πλησιάζουν μεταξύ τους για όσο χρονικό διάστημα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η ταχύτητα του σφαιριδίου μάζας m_1 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του σφαιριδίου μάζας m_2 .

Τα δύο σφαιρίδια πλησιάζουν στην ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία οι ταχύτητες γίνονται ίσες ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$).

β. Επειδή στο σύστημα των δύο σφαιριδίων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ(αρχ)}} = \vec{p}_{\text{ολ(τελ)}} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_0:$$

$$m_1 v_0 = m_1 v + m_2 v \quad \text{ή} \quad v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω $\Delta \vec{p}_1$ η μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{\text{τελ(1)}} - \vec{p}_{\text{αρχ(1)}} \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = m_1 v - m_1 v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_1 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Έστω $\Delta \vec{p}_2$ η μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{τελ(2)}} - \vec{p}_{\text{αρχ(2)}} \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = m_2 v \quad \text{ή} \quad \Delta p_2 = +3 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

δ. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σφαιρίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρ-

μόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{d} = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}}$$

$$\text{ή} \quad r_{\min} = 0,6 \text{ m.}$$

140. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο Σ_1 είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ από το σωματίδιο Σ_2 , η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Επομένως, το σωματίδιο Σ_1 , αμέσως μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση, με επιβράδυνση που αυξάνεται κατά μέτρο μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία. Τη χρονική στιγμή t_1 το σωματίδιο Σ_1 φτάνει στην ελάχιστη απόσταση r_1 από το σωματίδιο Σ_2 .

Για να υπολογίσουμε την ελάχιστη απόσταση r_1 στην οποία φτάνει το σωματίδιο Σ_1 από το σωματίδιο Σ_2 εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων. Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + 0 = 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_1} \quad \text{ή} \quad r_1 = \frac{2K_c q_1 q_2}{m_1 v_0^2}$$

$$\text{ή} \quad r_1 = 10^{-3} \text{ m.}$$

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο Σ_2 είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$ από το σωματίδιο Σ_1 . Είναι: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$.

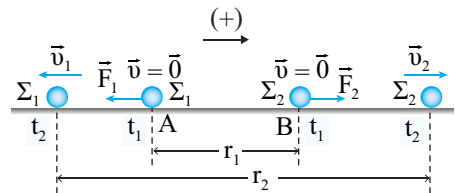
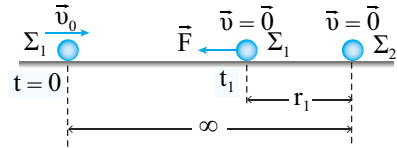
Έστω a_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_1 = m \vec{a}_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = m_1 a_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{F_1}{m_1} \quad (1).$$

Έστω a_2 το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_2 = m \vec{a}_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = m_2 a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{F_2}{m_2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{ή} \quad \frac{a_1}{a_2} = 2.$



γ. Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σωματιδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_2 . Το σύστημα των σωματιδίων Σ_1 και Σ_2 είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του διατηρείται σταθερή. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 και t_2 έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2 \quad (3).$$

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 και t_2 έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_2} \quad (4).$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) προκύπτει: $v_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ και $v_2 = 10^4 \text{ m/s}$.

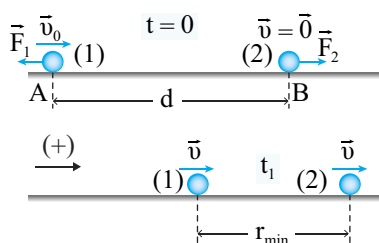
δ. Έστω $\frac{dp_1}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολή της ορμής του σωματιδίου Σ_1 τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $\frac{dp_1}{dt} = \Sigma F_1$ ή $\frac{dp_1}{dt} = F_1$ ή $\frac{dp_1}{dt} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r_2^2}$ ή $\frac{dp_1}{dt} = 5 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

Έστω $\frac{dp_2}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολή της ορμής του σωματιδίου Σ_2 τη χρονική στιγμή t_2 .

$$\text{Είναι: } \frac{dp_2}{dt} = \Sigma F_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = F_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = 5 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

141. α. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια (1) και (2) στη διεύθυνση της κίνησής τους είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν.

Η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο (1) από το σωματίδιο (2) έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητα $\vec{v}_0$, οπότε το σωματίδιο (1) αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να επιβραδύνεται (όχι ομαλά). Το σωματίδιο (2) δέχεται από το σωματίδιο (1) απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$, οπότε αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να επιταχύνεται (όχι ομαλά) από την ηρεμία κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση με το σωματίδιο (1).



β. Επειδή το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται, η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς, ενώ επειδή το σωματίδιο (2) επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται συνεχώς.

Τα σωματίδια (1) και (2) πλησιάζουν μεταξύ τους για όσο χρονικό διάστημα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η ταχύτητα του σωματιδίου (1) είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του σωματιδίου (2).

Τα σωματίδια πλησιάζουν στην ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία οι ταχύτητες γίνονται ίσες ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$).

Επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$:

$$m_1 v_0 = m_1 v + m_2 v \quad \text{ή} \quad v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad v = 10^4 \text{ m/s.}$$

γ. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_1 έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}}$$

ή $r_{\min} = 15 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$

δ. Έστω $\vec{v}'_2$ η ταχύτητα του σωματιδίου (2) τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία μηδενίζεται η ταχύτητα του σωματιδίου (1).

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_2

$$\text{έχουμε: } \vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad m_1 v_0 = m_2 v'_2$$

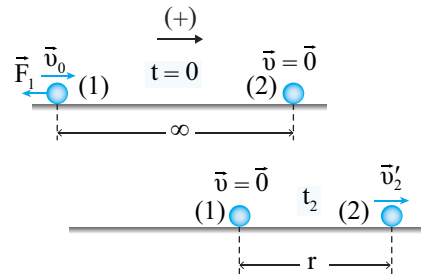
$$\text{ή} \quad v'_2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s.}$$

Έστω r η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων (1) και (2) τη χρονική στιγμή t_2 .

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σωματιδίων μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ και t_2 έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r} \quad \text{ή} \quad r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$



142. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του είναι η απωστική δύναμη $\vec{F}_1$ από το σωματίδιο Σ_2 .

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των σω-

ματιδίων Σ_1 και Σ_2 από τη χρονική στιγμή στην οποία το σωματίδιο Σ_1 εκτοξεύεται με ταχύτητα

$\vec{v}_0$ μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία η ταχύτητα $\vec{v}$ του σωματιδίου Σ_1 γίνεται ίση με το μισό της αρχικής του ταχύτητας $\left(\vec{v} = \frac{\vec{v}_0}{2}\right)$, έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} \quad \text{ή} \quad r_1 = \frac{16 K_c Q_1^2}{3 m v_0^2} \quad \text{ή} \quad r_1 = 147 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης του είναι η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$ από το σωματίδιο Σ_1 .

Το σωματίδιο Σ_1 υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_1$ επιβραδύνεται, ενώ το σωματίδιο Σ_2 υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_2$ επιταχύνεται.

Τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 πλησιάζουν στην ελάχιστη από-

σταση r_2 μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία οι ταχύτητές τους γίνονται ίσες ($\vec{v}_1 = \vec{v}_2$).

Επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε:

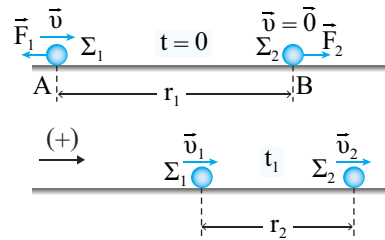
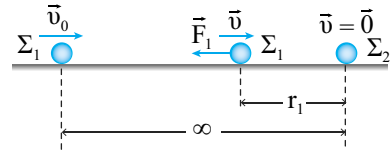
$\vec{p}_{\text{ολ}(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\tau\epsilon\lambda)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v = (m_1 + m_2) v_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{m_1 v}{2 m_1} \quad \text{ή} \quad v_1 = 25 \text{ m/s.}$$

γ. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_2}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_1} = m_1 v_1^2 + K_c \frac{Q_1 Q_2}{r_2} \quad \text{ή} \quad r_2 = 126 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$



δ. Έστω $\Delta \vec{p}_{o\lambda}$ η ζητούμενη μεταβολή του συστήματος των δύο σωματιδίων. Είναι:

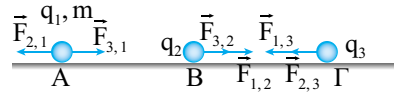
$$\Delta \vec{p}_{o\lambda} = \vec{p}_{o\lambda(\text{τελ})} - \vec{p}_{o\lambda(\text{αρχ})} \quad \text{ή} \quad \Delta p_{o\lambda} = (m_1 + m_2)v_1 - m_1v_0 \quad \text{ή} \quad \Delta p_{o\lambda} = -8 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{ή} \quad |\Delta p_{o\lambda}| = 8 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

143. α. Έστω $U_{1,2}$ η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων q_1 και q_2 . Είναι:

$$U_{1,2} = K_c \frac{q_1 q_2}{(AB)} \quad \text{ή} \quad U_{1,2} = 270 \text{ J}.$$

β. Έστω $U_{o\lambda}$ η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.



$$\text{Είναι: } U_{o\lambda} = K_c \frac{q_1 q_2}{(AB)} + K_c \frac{q_2 q_3}{(B\Gamma)} + K_c \frac{q_1 q_3}{(AB) + (B\Gamma)}$$

$$\text{ή} \quad 0 = K_c \frac{q_1 q_2}{(AB)} + K_c \frac{q_2 q_3}{(B\Gamma)} + K_c \frac{q_1 q_3}{(AB) + (B\Gamma)} \quad \text{ή} \quad q_3 = -2 \cdot 10^{-4} \text{ C}.$$

γ. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που δέχεται κάθε φορτίο από τα άλλα δύο φορτία. Επειδή οι δυνάμεις $\vec{F}_{1,3}$ και $\vec{F}_{2,3}$ που δέχεται το φορτίο q_3 από τα φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα έχουν την ίδια φορά, η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q_3 από τα άλλα δύο φορτία είναι διάφορη του μηδενός.

Επειδή οι δυνάμεις $\vec{F}_{1,2}$ και $\vec{F}_{3,2}$ που δέχεται το φορτίο q_2 από τα φορτία q_1 και q_3 αντίστοιχα έχουν την ίδια φορά, η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q_2 από τα άλλα δύο φορτία είναι διάφορη του μηδενός.

Το φορτίο q_1 δέχεται από το φορτίο q_2 απωστική δύναμη $\vec{F}_{2,1}$. Είναι: $F_{2,1} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{(AB)^2}$ (1).

Το φορτίο q_1 δέχεται από το φορτίο q_3 ελκτική δύναμη $\vec{F}_{3,1}$. Είναι:

$$F_{3,1} = K_c \frac{|q_1 q_3|}{(A\Gamma)^2} \quad \text{ή} \quad F_{3,1} = \frac{K_c |q_1 q_3|}{4(AB)^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{F_{2,1}}{F_{3,1}} = \frac{4|q_2|}{|q_3|}$ ή $\frac{F_{2,1}}{F_{3,1}} = 6$ ή $F_{2,1} = 6F_{3,1}$.

Έστω $\Sigma \vec{F}_1$ η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q_1 από τα άλλα δύο φορτία. Είναι:

$$\Sigma \vec{F}_1 = \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{3,1} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_1 = F_{2,1} - F_{3,1} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_1 = 5F_{3,1} \neq 0.$$

δ. Επειδή είναι: $F_{2,1} > F_{3,1}$ η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q_1 έχει την ίδια φορά με τη φορά της δύναμης $\vec{F}_{2,1}$.

Συνεπώς, αν το φορτίο q_1 αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα άλλα δύο φορτία θα αρχίσει να κινείται απομακρυνόμενο από αυτά, μέχρι να φτάσει στο άπειρο.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του φορτίου q_1 τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο άπειρο. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του φορτίου q_1 από τη χρονική στιγμή στην οποία αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο άπειρο έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\eta\lambda}}^{\Gamma \rightarrow \infty} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = q_1(V_A - V_\infty) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = q_1V_A$$

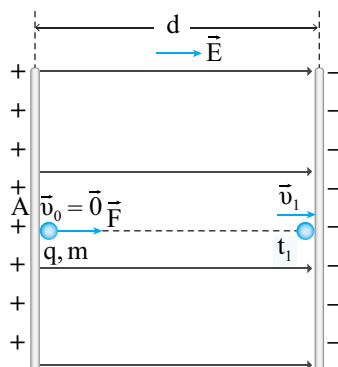
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = q_1 \left(\frac{K_c q_3}{2(AB)} + \frac{K_c q_2}{(AB)} \right) \quad \text{ή} \quad v_1 = 30\sqrt{2} \text{ m/s.}$$

144. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

$$\text{Είναι: } F = |q|E \quad \text{ή} \quad F = 3,2 \text{ N.}$$

Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($\vec{v}_0 = \vec{0}$). Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad a = 10^5 \text{ m/s}^2.$$



β. Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου. Είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = F \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = 3,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 = Fd \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}} \quad \text{ή} \quad v = 400 \text{ m/s.}$$

δ. Έστω $\Delta \vec{p}$ η ζητούμενη μεταβολή της ορμής του σωματιδίου. Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

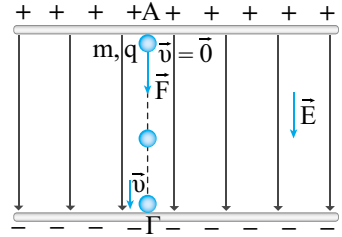
$$\Delta p = mv - 0 \quad \text{ή} \quad \Delta p = mv \quad \text{ή} \quad \Delta p = +12,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

145. α. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκ-

τρικού πεδίου. Είναι: $E = \frac{V}{d}$ ή $E = 10^4 \text{ V/m}$.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Είναι: $F = |q|E$ ή $F = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$.



β. Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ κατά τη μετακίνηση του φορτισμένου σώματος από το Α στο Γ. Είναι: $W_F = F(ΑΓ)$ ή $W_F = 10^{-3} \text{ J}$.

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

γ. Έστω V_Γ το δυναμικό του σημείου Γ. Είναι:

$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(ΑΓ)}$ ή $V_A - V_\Gamma = Ex$ ή $V_\Gamma = V_A - Ex$ ή $V_\Gamma = 200 \text{ V}$.

δ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Γ. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος μεταξύ των σημείων Α και

Γ έχουμε: $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F$ ή $\frac{1}{2}mv^2 - 0 = W_F$ ή $v = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$ ή $v = 1 \text{ m/s}$.

146. α. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

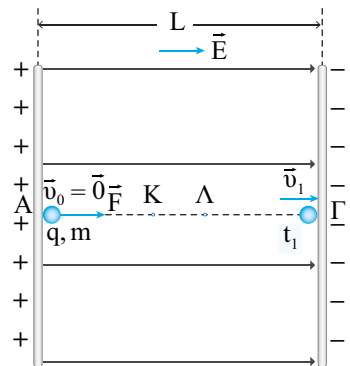
$E = \frac{V}{L}$ ή $E = 2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$.

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Είναι: $F = |q|E$ ή $F = 2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($\vec{v}_0 = \vec{0}$). Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ή $F = ma$ ή $a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$.

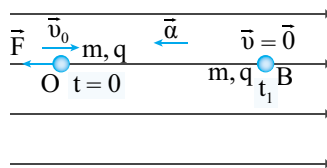


γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 = q(V_A - V_\Gamma) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 = qV \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \text{ή} \quad v = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}.$$

δ. Είναι: $E = \frac{V_K - V_A}{(ΚΛ)}$ ή $V_K - V_A = E(ΚΛ)$ ή $V_A = V_K - E(ΚΛ)$ ή $V_A = 30 \text{ V}$.

147. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Η επιτάχυνση $\vec{a}$ που αποκτά το σωματίδιο έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$.



Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad a = 10^6 \text{ m/s}^2.$$

β. Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 - at_1 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - at_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_0}{a} \quad \text{ή} \quad t_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Έστω ότι το σωματίδιο σταματά στιγμιαία στο σημείο B. Η απόσταση (OB) είναι ίση με τη μετατόπιση Δx του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$(OB) = \Delta x \quad \text{ή} \quad (OB) = v_0 t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 \quad \text{ή} \quad (OB) = 8 \text{ m}.$$

Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$W_F = -F(OB) \quad \text{ή} \quad W_F = -|q|E(OB) \quad \text{ή} \quad W_F = -8 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

Η διαφορά δυναμικού $V_O - V_B$ μεταξύ των σημείων O και B υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_F = q(V_O - V_B) \quad \text{ή} \quad V_O - V_B = 8 \cdot 10^5 \text{ V}.$$

γ. Η χρονική εξίσωση της μετατόπισης του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \quad (1).$$

Τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο Ο η μετατόπισή του από την αρχική του θέση είναι ίση με μηδέν. Από τη σχέση (1), για $\Delta x = 0$ και $t = t_2$, προκύπτει:

$$0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} \alpha t_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 \left(v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_2 \right) = 0 \quad (2).$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι: $t_2 = 0$ (άτοπο) ή $v_0 - \frac{1}{2} \alpha t_2 = 0$ ή $t_2 = \frac{2v_0}{\alpha}$ ή $t_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

δ. Έστω v' η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

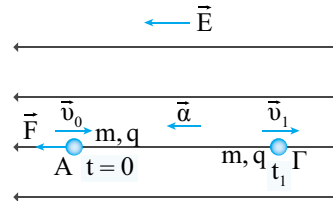
$$v' = v_0 - \alpha t_2 \quad \text{ή} \quad v' = -4 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$ ή $\Delta p = mv' - mv_0$ ή $\Delta p = -8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ή $|\Delta p| = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

148. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο φορτισμένο σωματίδιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι θετικό, η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή και έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής ταχύτητας $\vec{v}_0$ του σωματιδίου, το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση (επιβράδυνση) $\vec{a}$, η οποία έχει την ίδια φορά με τη φορά της δύναμης $\vec{F}$. Το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) $\vec{a}$ του σωματιδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad a = \frac{|q|E}{m} \quad \text{ή} \quad a = 10^{-2} \text{ m/s}^2.$$



β. Έστω v_1 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$v_1 = v_0 - \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 0.$$

γ. Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε: $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F$ ή $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F$ ή $W_F = -5 \cdot 10^{-8} \text{ J}$.

δ. Έστω Δx η μετατόπιση του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\Delta x = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2$ ή $\Delta x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Έστω $V_A - V_\Gamma$ η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ που βρίσκεται το σωματίδιο τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και t_1 αντίστοιχα. Είναι:

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(\Delta\Gamma)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = E\Delta x \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = -5 \cdot 10^{-2} \text{ V}.$$

149. α. Το σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}_1$ [περιοχή(I)] δέχεται από αυτό δύναμη $\vec{F}_1$, η οποία έχει την ίδια φορά με τη φορά της έντασης $\vec{E}_1$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_1$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα στην περιοχή (I).

Έστω a_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου στην περιοχή (I). Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = ma_1 \quad \text{ή} \quad |q|E = ma_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = 1 \text{ m/s}^2.$$

β. Η απόσταση L που διανύει το σωματίδιο από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $L = \frac{1}{2}at_1^2$ ή $L = 2 \text{ m}$.

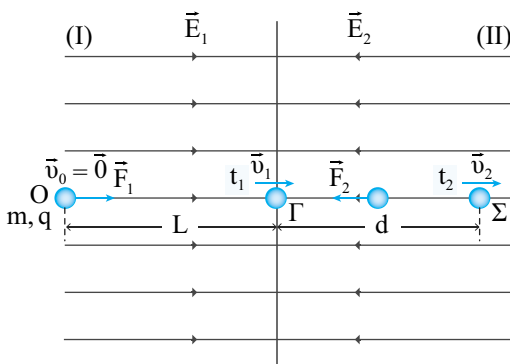
Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_1 = at_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2 \text{ m/s}.$$

γ. Το σωματίδιο κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}_2$ [περιοχή(II)] δέχεται από αυτό δύναμη $\vec{F}_2$, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά της έντασης $\vec{E}_2$, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_2$, εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στην περιοχή (II). Έστω a_2 το μέτρο της επιβράδυνσης του σωματιδίου. Είναι: $v_2 = v_1 - a_2\Delta t$ ή $v_2 = v_1 - a_2(t_2 - t_1)$ ή $a_2 = \frac{v_1 - v_2}{t_2 - t_1}$ ή $a_2 = 0,5 \text{ m/s}^2$.

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = ma_2 \quad \text{ή} \quad |q|E_2 = ma_2 \quad \text{ή} \quad E_2 = 0,5 \text{ V/m}.$$



Η απόσταση d που διανύει το σωματίδιο στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 , υπολογίζεται από τη σχέση: $d = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2$ ή $d = 3 \text{ m}$.

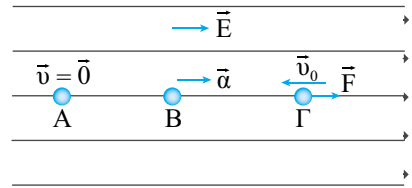
δ. Έστω $V_O - V_\Gamma$ η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου O και του σημείου Γ που βρίσκεται το σωματίδιο τη χρονική στιγμή t_1 . Είναι:

$$E_1 = \frac{V_O - V_\Gamma}{L} \quad \text{ή} \quad V_O - V_\Gamma = E_1 L \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = V_O - E_1 L \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 8 \text{ V}.$$

Έστω $V_\Sigma - V_\Gamma$ η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Σ και Γ . Είναι:

$$E_2 = \frac{V_\Sigma - V_\Gamma}{d} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma - V_\Gamma = E_2 d \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = V_\Gamma + E_2 d \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = 9,5 \text{ V}.$$

150. α. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο οποίο κινείται το πρωτόνιο έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Είναι: $(A\Gamma) = 3(AB)$ ή $(AB) = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $E = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$ ή $E = 10^4 \text{ V/m}$.

Έστω $V_A - V_\Gamma$ η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και Γ . Είναι:

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(A\Gamma)} \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = E(A\Gamma) \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = 1.800 \text{ V}.$$

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο είναι η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο q_p του πρωτονίου είναι θετικό ($q = +e$), η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Επομένως, το πρωτόνιο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, η οποία έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη $\vec{F}$, δηλαδή έχει την ίδια κατεύθυνση με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad a = 10^{12} \text{ m/s}^2.$$

γ. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου μεταξύ των σημείων Γ και A

έχουμε: $K_A - K_\Gamma = W_F$ ή $0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F(A\Gamma)$ ή $v_0 = \sqrt{\frac{2|q|E(A\Gamma)}{m}}$ ή $v_0 = \sqrt{\frac{2eE(A\Gamma)}{m}}$

ή $v_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

δ. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία το πρωτόνιο ακινητοποιείται στιγμιαία στο σημείο Α.

$$\text{Είναι: } v = v_0 - \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - \alpha t_1 \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_0}{\alpha} \quad \text{ή} \quad t_1 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Έστω t_2 η χρονική στιγμή στην οποία το πρωτόνιο διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ. Στο χρονικό διάστημα Δt , από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 , το πρωτόνιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\bar{a}$. Το διάστημα που διανύει το πρωτόνιο στο χρονικό διάστημα Δt είναι: $s = (AB)$. Συνεπώς, ισχύει:

$$s = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = \sqrt{\frac{2(AB)}{\alpha}} \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{2(AB)}{\alpha}} \quad \text{ή} \quad t_2 = t_1 + \sqrt{\frac{2(AB)}{\alpha}} \quad \text{ή} \quad t_2 = 9,4 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

151. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο q του πρωτονίου είναι θετικό ($q = +e$), η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου μεταξύ των σημείων Α και Γ έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_F \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q(V_A - V_\Gamma)$$

$$\text{ή} \quad -\frac{1}{2} m v_0^2 = e(-V) \quad \text{ή} \quad V = \frac{m v_0^2}{2e} \quad \text{ή} \quad V = 50 \text{ V.}$$

$$\text{β. Είναι: } E = \frac{V_{BA}}{(AB)} \quad \text{ή} \quad E = \frac{V_{BA}}{\frac{d}{2}} \quad \text{ή} \quad V_{BA} = E \frac{d}{2} \quad (1).$$

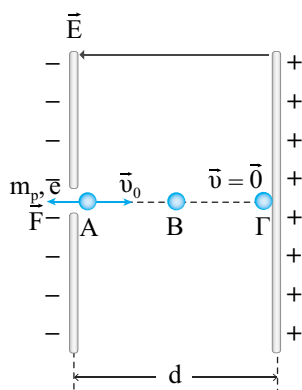
$$\text{Επίσης, είναι: } E = \frac{V_{\Gamma A}}{(A\Gamma)} \quad \text{ή} \quad V_{\Gamma A} = Ed \quad (2).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: } \frac{V_{BA}}{V_{\Gamma A}} = \frac{1}{2}.$$

γ. Το πρωτόνιο στο χρονικό διάστημα Δt_1 , από τη χρονική στιγμή στην οποία εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία στο σημείο Γ, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση (επιβράδυνση) μέτρου a . Είναι: $\Sigma \vec{F} = m \bar{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad |q|E = ma \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{eE}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{eV}{md} \quad \text{ή} \quad \alpha = 5 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2.$

Το χρονικό διάστημα Δt_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 - \alpha \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad 0 = v_0 - \alpha \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \frac{v_0}{\alpha} \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$



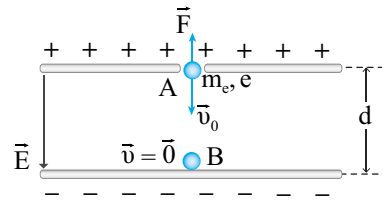
Το πρωτόνιο στο χρονικό διάστημα Δt_2 , από τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία στο σημείο Γ μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία επιστρέφει στο σημείο Α, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a . Το διάστημα s που διανύει το πρωτόνιο στο χρονικό διάστημα Δt_2 είναι $s = d$. Είναι:

$$s = \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

δ. Έστω K_B η κινητική ενέργεια του πρωτονίου τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Β. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου από το σημείο Α στο σημείο Β έχουμε: $K_B - K_A = W_F$ ή $K_B - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F(AB)$ ή $K_B = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{eEd}{2}$

$$\text{ή} \quad K_B = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{eV}{2} \quad \text{ή} \quad K_B = 4 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$

152. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο q του ηλεκτρονίου είναι αρνητικό ($q = -e$), η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο σημείο Β

$$\text{έχουμε: } K_B - K_A = W_F \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q(V_A - V_B) \quad \text{ή} \quad -\frac{1}{2} m v_0^2 = -eV \quad \text{ή} \quad V = \frac{m v_0^2}{2e}$$

$$\text{ή} \quad V = 140 \text{ V.}$$

β. Το ηλεκτρόνιο από τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία στο σημείο Β και μετά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και επιστρέφει στο σημείο Α με ταχύτητα $\bar{v}$, η οποία έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας $\bar{v}_0$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του ηλεκτρονίου από τη χρονική στιγμή στην οποία εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο από το σημείο Α μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία επιστρέφει στο σημείο αυτό, έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 \quad \text{ή} \quad |v| = v_0 \quad \text{ή} \quad |v| = 7 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

$$E = \frac{V}{d} \quad \text{ή} \quad E = 14 \cdot 10^3 \text{ V/m.}$$

Έστω a το μέτρο της επιβράδυνσης (επιτάχυνσης) του ηλεκτρονίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{ή} \quad a = \frac{|q|E}{m} \quad \text{ή} \quad a = 2,45 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική εξίσωση της μετατόπισης του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (2).$$

Τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία το πρωτόνιο επιστρέφει στο σημείο Α η μετατόπισή του από την αρχική του θέση είναι ίση με μηδέν. Από τη σχέση (2), για $\Delta x = 0$ και $t = t_2$, προκύπτει:

$$0 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 \quad \text{ή} \quad t_2 \left(v_0 - \frac{1}{2} a t_2 \right) = 0 \quad (3).$$

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι: $t_2 = 0$ (άτοπο) ή $v_0 - \frac{1}{2} a t_2 = 0$ ή $t_2 = \frac{2v_0}{a}$ ή $t_2 = 5,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$.

δ. Έστω V' η ζητούμενη διαφορά δυναμικού. Είναι: $E = \frac{V'}{\frac{3d}{4}}$ ή $V' = \frac{3}{4} Ed$ ή $V' = 105 \text{ V}$.

153. α. Το σωματίδιο Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δέχεται από αυτό δύναμη $\vec{F}$. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m_1 \vec{a} \quad \text{ή} \quad F = m_1 a \quad \text{ή} \quad |q_1|E = m_1 a \quad \text{ή} \quad a = \frac{|q_1|E}{m_1} \quad \text{ή} \quad a = \frac{q_1 V}{m_1 d} \quad \text{ή} \quad a = 6,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}^2.$$

β. Το σωματίδιο Σ_1 , υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, εκτελεί στο εσωτερικό του πυκνωτή ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έστω Δt_1 το χρονικό διάστημα της κίνησης του σωματιδίου στο εσωτερικό του πυκνωτή. Η μετατόπιση του σωματιδίου Σ_1 στο χρονικό διάστημα Δt_1 είναι $\Delta x = d$. Έχουμε: $\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t_1)^2$ ή $\Delta t_1 = 16 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

Το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_0$ με το οποίο το σωματίδιο Σ_1 εξέρχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο εσωτερικό του πυκνωτή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_0 = a \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_0 = 10^4 \text{ m/s}.$$

γ. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 είναι οι απωστικές δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν.

Η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο Σ_1 από το σωματίδιο Σ_2 έχει αντίθετη φορά από τη φορά της αρχικής του ταχύτητας $\bar{v}_0$, οπότε το σωματίδιο Σ_1 , υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}_1$, εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση. Επειδή το σωματίδιο Σ_2 είναι αρχικά ακίνητο και δέχεται από το σωματίδιο Σ_1 την απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$, εκτελεί

ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση με το σωματίδιο Σ_1 .

Επειδή το σωματίδιο Σ_1 επιβραδύνεται, η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς, ενώ επειδή το σωματίδιο Σ_2 επιταχύνεται, η ταχύτητά του αυξάνεται συνεχώς.

Τα δύο σωματίδια πλησιάζουν μεταξύ τους για όσο χρονικό διάστημα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και η ταχύτητα του σωματιδίου Σ_1 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του σωματιδίου Σ_2 .

Τα σωματίδια πλησιάζουν στην ελάχιστη απόσταση $r_{\min}$ μεταξύ τους τη χρονική στιγμή στην οποία οι ταχύτητές τους γίνονται ίσες ($\bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \bar{v}$).

Επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε:

$\bar{p}_{\text{ολ}(αρχ)} = \bar{p}_{\text{ολ}(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}_0$:

$$m_1 v_0 = m_1 v + m_2 v \quad \text{ή} \quad v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad v = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Επειδή οι δυνάμεις Coulomb με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα δύο σωματίδια είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων

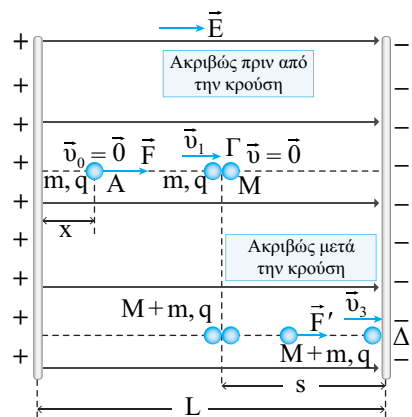
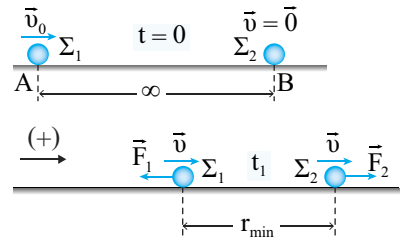
$$\text{έχουμε: } E_{\text{μηχ}(αρχ)} = E_{\text{μηχ}(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_{\min}}$$

$$\text{ή} \quad r_{\min} = 18 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

154. α. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

$$E = \frac{V}{L} \quad \text{ή} \quad E = 2.000 \text{ V/m.}$$

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο μάζας m είναι η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό, η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Η κίνηση που εκτελεί το σωματίδιο, υπό τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.



β. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου μάζας m τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Γ. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Γ έχουμε:

$$K_{\Gamma} - K_A = W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = F(AG) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = qE(AG) \quad \text{ή} \quad v_1 = 500 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $mv_1 = (M + m)v_2$ ή $v_2 = 20 \text{ m/s.}$

δ. Επειδή το σώμα μάζας M είναι αφόρτιστο, το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση έχει μάζα $m_{ολ} = M + m$ και φορτίο q .

Το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του μετά την κρούση δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}'$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου. Επειδή η δύναμη $\vec{F}'$ έχει την ίδια φορά με τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_2$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, η κίνηση που εκτελεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Το διάστημα s που διανύει το συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα είναι:

$$s = L - x - (AG) \quad \text{ή} \quad s = 0,375 \text{ m.}$$

Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το συσσωμάτωμα στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα (σημείο Δ). Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από το σημείο Γ στο σημείο Δ έχουμε:

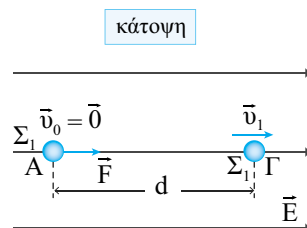
$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_{F'} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(M + m)v_3^2 - \frac{1}{2}(M + m)v_2^2 = F's \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(M + m)v_3^2 - \frac{1}{2}(M + m)v_2^2 = qEs$$

ή $v_3 = 80 \text{ m/s.}$

155. α. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο Σ_1 είναι η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου Σ_1 . Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m_1 \vec{a} \quad \text{ή} \quad F = m_1 a \quad \text{ή} \quad |q|E = m_1 a \quad \text{ή} \quad a = \frac{qE}{m_1} \quad \text{ή} \quad a = 10 \text{ m/s}^2.$$



Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου τη χρονική στιγμή στην οποία διέρχεται από το σημείο Γ. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σωματιδίου Σ_1 από το σημείο Α στο σημείο Γ έχουμε: $K_\Gamma - K_A = W_F$ ή $\frac{1}{2}m_1v_1^2 - 0 = Fd$ ή $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = qEd$ ή $v_1 = 20 \text{ m/s}$.

β. Έστω $V_A - V_\Gamma$ η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ. Είναι:

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{d} \quad \text{ή} \quad V_A - V_\Gamma = 2 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

γ. Έστω m_2 η μάζα του σωματιδίου Σ_2 και v_2 το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωματιδίων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_2$ ή $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ (1).

Έστω $E_{\text{απωλ}}$ η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωματιδίων εξαιτίας

της κρούσης. Είναι: $E_{\text{απωλ}} = \frac{75}{100}K_{1(\text{πριν})}$ ή $K_{1(\text{πριν})} - K_{\text{ολ}(\text{μετά})} = \frac{3}{4}K_{1(\text{πριν})}$ ή $K_{\text{ολ}(\text{μετά})} = \frac{1}{4}K_{1(\text{πριν})}$

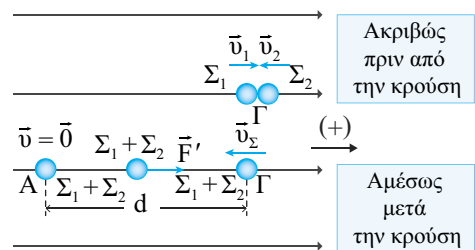
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad \text{ή} \quad \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{4} \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

ή λόγω της σχέσης (1):

$$\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{4} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad m_1 + m_2 = 4m_1 \quad \text{ή} \quad m_2 = 3m_1 \quad \text{ή} \quad m_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}.$$

δ. Επειδή το σωματίδιο Σ_2 είναι αφόρτιστο, το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση έχει φορτίο q . Επομένως, η μοναδική δύναμη που ασκείται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του μετά την κρούση, είναι η δύναμη $\vec{F}'$ από το ηλεκτρικό πεδίο, η οποία έχει την ίδια φορά με τη φορά των δυ-

ναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου. Για να επιστρέψει το συσσωμάτωμα με μηδενική ταχύτητα στο σημείο Α, πρέπει η ταχύτητα του $\vec{v}_2$ αμέσως μετά την κρούση να έχει φορά προς τα αριστερά, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Επομένως, η ταχύτητα $\vec{v}_2$ του σωματιδίου Σ_2 ακριβώς πριν από την κρούση πρέπει να έχει αντίθετη φορά από τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$ του σωματιδίου Σ_1 ακριβώς πριν από την κρούση.



Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος μετά την κρούση από το σημείο Γ στο σημείο Α έχουμε: $K_A - K_\Gamma = W_{F'}$ ή $0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = -F'd$

$$\text{ή } -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\Sigma^2 = -qEd \quad \text{ή } v_\Sigma = \sqrt{\frac{2qEd}{m_1 + m_2}} \quad \text{ή } v_\Sigma = 10 \text{ m/s.}$$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωματιδίων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

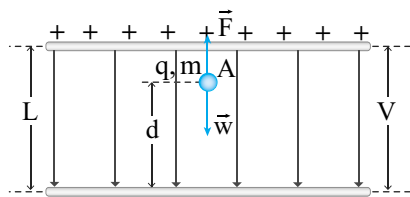
$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_1:$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -(m_1 + m_2)v_\Sigma \quad \text{ή } v_2 = 20 \text{ m/s.}$$

156. α. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Είναι:

$$E = \frac{V}{L} \quad \text{ή } E = 5 \cdot 10^3 \text{ V/m.}$$

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο είναι το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το σωματίδιο ισορροπεί, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σωματίδιο είναι ίση με μηδέν ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$). Επομένως, η δύναμη $\vec{F}$ είναι αντίθετη του βάρους $\vec{w}$ του σωματιδίου ($\vec{F} = -\vec{w}$). Δηλαδή, η δύναμη $\vec{F}$ είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το σωματίδιο είναι αρνητικά φορτισμένο ($q < 0$). Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή } F - w = 0 \quad \text{ή } |q|E = mg \quad \text{ή } |q| = \frac{mg}{E} \quad \text{ή } |q| = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad \text{ή } q = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

γ. Έστω V' η νέα διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών. Είναι: $V' = 2V$ ή $V' = 200 \text{ V}$.

Έστω E' το μέτρο της νέας έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των δύο πλακών. Είναι: $E' = \frac{V'}{L}$ ή $E' = 10^4 \text{ V/m}$.

Έστω F' η νέα δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι:

$$F' = |q|E' \quad \text{ή } F' = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N.}$$

Το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ του σωματιδίου υπολογίζεται από τη σχέση: $w = mg$ ή $w = 10^{-2} \text{ N}$.

Επειδή είναι $F' > w$, το σωματίδιο αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, οπότε θα συναντήσει πρώτα τη θετικά φορτισμένη πλάκα.

Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad F' - w = ma \quad \text{ή} \quad a = 10 \text{ m/s}^2.$$

Έστω Δt το χρονικό διάστημα κίνησης του σωματιδίου από τη χρονική στιγμή στην οποία αρχίζει να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία συναντά τη θετικά φορτισμένη πλάκα.

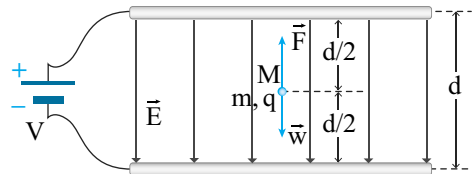
Η μετατόπιση του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα Δt είναι: $\Delta x = L - d$ ή $\Delta x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

$$\text{Είναι: } \Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t = \sqrt{10} \cdot 10^{-2} \text{ s}.$$

δ. Έστω $W_{F'}$ το έργο της δύναμης $\vec{F}'$ στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$W_{F'} = +F' \Delta x \quad \text{ή} \quad W_{F'} = +|q|E'(L - d) \quad \text{ή} \quad W_{F'} = +10^{-4} \text{ J}.$$

157. α. Έστω E το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται ανάμεσα στις δύο πλάκες. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σταγόνα είναι το βάρος της $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Επειδή η σταγόνα ισορροπεί, ισχύει: $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ ή $F - w = 0$ ή $|q|E = mg$ (1) ή $E = 10^4 \text{ V/m}$.

β. Έστω V' η νέα τιμή της τάσης μεταξύ των δύο πλακών. Είναι: $V' = 2V$.

Έστω E' το νέο μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των δύο πλακών. Είναι: $E' = \frac{V'}{d}$ ή $E' = \frac{2V}{d}$ (2).

Το μέτρο της έντασης E πριν από τον διπλασιασμό της τάσης φόρτισης των δύο πλακών δίνεται από τη σχέση: $E = \frac{V}{d}$ (3).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{E'}{E} = 2$ ή $E' = 2E$ ή $E' = 2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$.

Έστω F' το νέο μέτρο της δύναμης που ασκείται στη σταγόνα από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι: $F' = |q|E'$ ή $F' = |q|E'$ ή $F' = 2|q|E$ ή λόγω της σχέσης (1): $F' = 2mg$.

Επειδή είναι $F' > w = mg$, η σταγόνα μετά το διπλασιασμό της τάσης φόρτισης μεταξύ των δύο πλακών θα αρχίσει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά

επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης της σταγόνας. Είναι: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ή $F' - w = ma$ ή $2mg - mg = ma$ ή $a = g$ ή $a = 10 \text{ m/s}^2$.

γ. Έστω Δt το χρονικό διάστημα της κίνησης της σταγόνας από τη χρονική στιγμή στην οποία άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου v . Είναι: $v = a\Delta t$ ή $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

Η μετατόπιση της σταγόνας στο χρονικό διάστημα Δt είναι:

$$\Delta x = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 = \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad d = a(\Delta t)^2 \quad \text{ή} \quad d = 0,1 \text{ m}.$$

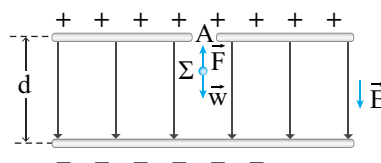
δ. Έστω W_w το έργο του βάρους $\vec{w}$ της σταγόνας στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$W_w = -w \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad W_w = -mg \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad W_w = -10^{-4} \text{ J}.$$

Έστω $W_{F'}$ το έργο της δύναμης $\vec{F}'$ στο χρονικό διάστημα Δt . Είναι:

$$W_{F'} = +F' \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad W_{F'} = +2mg \frac{d}{2} \quad \text{ή} \quad W_{F'} = +mgd \quad \text{ή} \quad W_{F'} = +2 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

158. α. Οι δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έχουν φορά από τον θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή προς τον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Έστω F το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σταγόνα από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Είναι: $F = |q|E$ ή $F = 9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

β. i. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σταγόνα Σ είναι το βάρος της $\vec{w}$ και η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο εσωτερικό του πυκνωτή. Επειδή το φορτίο της σταγόνας Σ είναι αρνητικό, η δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη φορά από τη φορά της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ της σταγόνας Σ υπολογίζεται από τη σχέση: $w = mg$ ή $w = 10 \cdot 10^{-4} \text{ N}$.

Επειδή είναι $w > F$, η σταγόνα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση κινούμενη από τον θετικά φορτισμένο προς τον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή.

ii. Έστω a το μέτρο της επιτάχυνσης της σταγόνας. Είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή} \quad w - F = ma \quad \text{ή} \quad a = 1 \text{ m/s}^2.$$

γ. Έστω W_F το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_F = -Fd$ ή $W_F = -9 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

δ. Έστω ΔK η ζητούμενη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σταγόνας. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση της σταγόνας από τον θετικά φορτισμένο στον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W_F \text{ ή } \Delta K = W_w + W_F \text{ ή } \Delta K = mgd + W_F \text{ ή } \Delta K = 10^{-6} \text{ J}.$$

159. α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο (1) είναι η δύναμη $\vec{F}$ από τα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται και η ελκτική δύναμη Coulomb $\vec{F}_1$ από το σφαιρίδιο (2). Επειδή το φορτίο του σφαιριδίου (1) είναι θετικό η δύναμη $\vec{F}$ έχει την ίδια φορά με τη φορά της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Είναι: } F = |q_1|E \text{ (1).}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο (2) είναι η δύναμη $\vec{F}'$ από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και η ελκτική δύναμη Coulomb $\vec{F}_2$ από το σφαιρίδιο (1). Είναι: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ ή $F_2 = F_1$.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}'$ δίνεται από τη σχέση: $F' = |q_2|E$ (2).

Επειδή είναι $|q_1| = |q_2|$, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $F' = F$.

Επειδή το σφαιρίδιο (1) ισορροπεί, ισχύει:

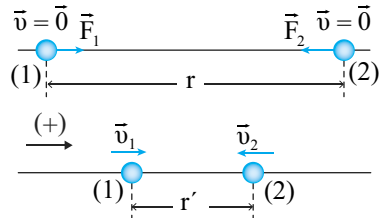
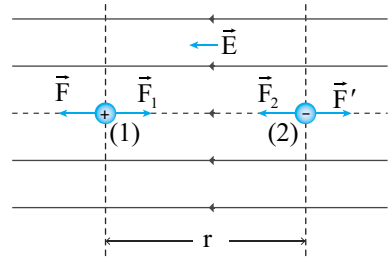
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F - F_1 = 0 \text{ ή } F = K_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \text{ ή } |q_1|E = K_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \text{ ή } r = \sqrt{\frac{K_e |q_2|}{E}} \text{ ή } r = 0,3 \text{ m}.$$

β. Οι μοναδικές δυνάμεις που ασκούνται στα σφαιρίδια (1) και (2) είναι οι δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα με τις οποίες αλληλεπιδρούν. Επομένως, το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιριδίων (1) και (2) αντίστοιχα τη χρονική στιγμή στην οποία η μεταξύ τους απόσταση υποτριπλασιάζεται ($r' = r/3$).

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύ-

$$\text{τητας } \vec{v}_1, \text{ έχουμε: } \vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \text{ ή } m_1 v_1 = m_2 v_2 \text{ ή } \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ ή } \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4} \text{ ή } v_2 = 4v_1 \text{ (1).}$$



Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 0 + K_c \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{\frac{r}{3}}$$

$$\text{ή} \quad K_c \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + 3K_c \frac{q_1 q_2}{r} \quad (2).$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$v_1 = 80 \text{ m/s} \text{ και } v_2 = 320 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω $\frac{dp_1}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου (1) τη χρονική στιγμή στην οποία η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιριδίων υποτριπλασιάζεται. Είναι:

$$\frac{dp_1}{dt} = \Sigma F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = K_c \frac{|q_1 q_2|}{\left(\frac{r}{3}\right)^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = 57,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

δ. Έστω W_{F_1} το ζητούμενο έργο. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σφαιριδίου

$$(1) \text{ έχουμε: } K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = 768 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

3.2 Βαρυτικό πεδίο

ΘΕΜΑΤΑ Α

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

17. β	18. β	19. γ	20. α	21. δ	22. δ	23. α	24. β	25. γ
26. α	27. γ	28. δ	29. α	30. δ	31. γ	32. β	33. δ	34. α
35. γ	36. β	37. δ	38. β	39. γ	40. β	41. δ	42. δ	43. α
44. γ	45. β	46. γ	47. γ	48. γ	49. δ	50. α		

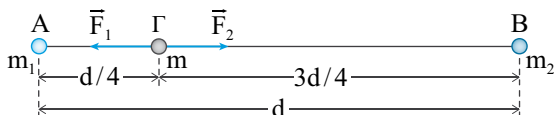
Β. Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

51.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
52.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
53.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ
54.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
55.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
56.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
57.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ

ΘΕΜΑΤΑ Β

58. Σωστή επιλογή είναι η β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σημειακή μάζα m είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_1$ από τη σημειακή μάζα m_1 και η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_2$ από τη σημειακή μάζα m_2 , όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ δίνεται από τη σχέση: $F_1 = G \frac{m_1 m}{\left(\frac{d}{4}\right)^2}$ ή $F_1 = 16G \frac{Mm}{d^2}$ (1).

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$ δίνεται από τη σχέση: $F_2 = G \frac{m_2 m}{\left(\frac{3d}{4}\right)^2}$ ή $F_2 = 16G \frac{8Mm}{9d^2}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{9}{8} > 1$ ή $F_1 > F_2$.

Επομένως, η σημειακή μάζα m θα κινηθεί προς το σημείο Α.

59. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω m η μάζα του σώματος. Το μέτρο του βάρους του σώματος στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση: $w = mg_0$ ή $w = m \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $w = G \frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma^2}$ (1)

όπου M_Γ η μάζα της Γης και R_Γ η ακτίνα της.

Έστω M η μάζα του πλανήτη και R η ακτίνα του. Είναι: $M = \frac{M_\Gamma}{2}$ (2) και $R = R_\Gamma$ (3).

Αν g είναι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη στην επιφάνειά του, τότε το μέτρο w' του σώματος μάζας m στην επιφάνεια του πλανήτη δίνεται από τη σχέση:

$$w' = mg \quad \text{ή} \quad w' = m \frac{GM}{R^2}$$

ή λόγω των σχέσεων (2) και (3): $w' = G \frac{\frac{M_\Gamma}{2} m}{R_\Gamma^2}$ ή $w' = G \frac{M_\Gamma m}{2R_\Gamma^2}$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (1) έχουμε: $\frac{w'}{w} = \frac{1}{2}$ ή $w' = \frac{w}{2}$ ή $w' = 150 \text{ N}$.

60. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Αρχικά, το μέτρο F της βαρυτικής δύναμης με την οποία αλληλεπιδρούν τα δύο σώματα είναι:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (1).$$

Έστω r' η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων. Είναι: $r' = \frac{r}{3}$.

Έστω m' η νέα μάζα του ενός σώματος. Το μέτρο F' της δύναμης με την οποία αλληλεπιδρούν τα δύο σώματα, όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' , δίνεται από τη σχέση:

$$F' = G \frac{Mm'}{r'^2} \quad \text{ή} \quad F' = G \frac{Mm'}{\frac{r^2}{9}} \quad \text{ή} \quad F' = 9G \frac{Mm'}{r^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{F'}{F} = 9 \frac{m'}{m}$ ή $27 = 9 \frac{m'}{m}$ ή $m' = 3m$.

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση: $\pi = \frac{m' - m}{m} \cdot 100\%$ ή $\pi = 200\%$.

61. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω F το μέτρο της βαρυτικής δύναμης με την οποία αλληλεπιδρούν τα δύο σώματα, όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση r . Είναι: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (1).

Έστω m'_1 και m'_2 οι νέες μάζες των δύο σωμάτων. Είναι: $m'_1 = 2m_1$ και $m'_2 = 2m_2$.

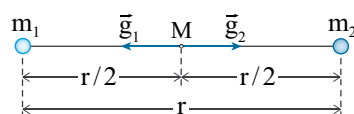
Έστω F' το μέτρο της βαρυτικής δύναμης με την οποία αλληλεπιδρούν τα σώματα με μάζες m'_1 και m'_2 , όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r' = 4r$. Είναι:

$$F' = G \frac{m'_1 m'_2}{r'^2} \quad \text{ή} \quad F' = G \frac{2m_1 2m_2}{16r^2} \quad \text{ή} \quad F' = G \frac{m_1 m_2}{4r^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει: $\frac{F'}{F} = \frac{1}{4}$ ή $F' = \frac{F}{4}$.

62. Σωστή επιλογή είναι η α.

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα $\vec{g}_1$ και $\vec{g}_2$ της έντασης του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι σημειακές μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα στο μέσον M της μεταξύ τους απόστασης.



Το μέτρο της έντασης $\vec{g}_1$ δίνεται από τη σχέση: $g_1 = G \frac{m_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$ ή $g_1 = 4G \frac{m}{r^2}$.

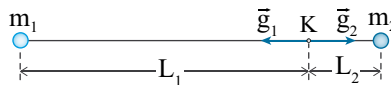
Το μέτρο της έντασης $\vec{g}_2$ δίνεται από τη σχέση: $g_2 = G \frac{m_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$ ή $g_2 = 4G \frac{m}{r^2}$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{g}_{ολ}$ του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο σημειακές μάζες στο σημείο Μ δίνεται από τη σχέση: $g_{ολ} = g_1 - g_2$ ή $g_{ολ} = 0$.

63. Σωστή επιλογή είναι η α.

Εφόσον η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο σημειακές μάζες στο σημείο Κ είναι ίση με μηδέν ($\vec{g}_{ολ} = \vec{0}$), οι εντάσεις $\vec{g}_1$ και $\vec{g}_2$ του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι σημειακές μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα στο σημείο Κ είναι αντίθετες ($\vec{g}_1 = -\vec{g}_2$).

Επομένως, το σημείο Κ βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ενώνει τις δύο σημειακές μάζες και ανάμεσα σε αυτές, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Συνεπώς, ισχύει: $\vec{g}_{ολ} = \vec{0}$ ή $g_1 - g_2 = 0$ ή $g_1 = g_2$ ή $G \frac{m_1}{L_1^2} = G \frac{m_2}{L_2^2}$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2$

$$\text{ή } \frac{m_1}{m_2} = 16 \text{ ή } m_1 = 16m_2.$$

64. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1 και m_2 δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G \frac{m_1 m_2}{r} \text{ ή } U = -2G \frac{m^2}{r} \quad (1).$$

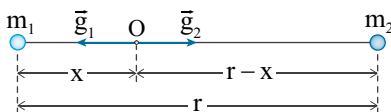
Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m'_1 και m'_2 δίνεται από τη σχέση:

$$U' = -G \frac{m'_1 m'_2}{r'} \text{ ή } U' = -G \frac{m^2}{r} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{U}{U'} = 2$.

65. Σωστή επιλογή είναι η β.

Εφόσον η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι σημειακές μάζες m_1 και m_2 στο σημείο O είναι ίση με μηδέν ($\vec{g}_{\text{ολ}} = \vec{0}$), η ένταση $\vec{g}_1$ του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί στο σημείο O η μάζα m_1 είναι αντίθετη από τη ένταση $\vec{g}_2$ του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί στο ίδιο σημείο η μάζα m_2 ($\vec{g}_1 = -\vec{g}_2$). Επομένως, το σημείο O βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ενώνει τις δύο σημειακές μάζες και ανάμεσα σε αυτές, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Έστω x η απόσταση του σημείου O από τη σημειακή μάζα m_1 . Είναι:

$$\vec{g}_{\text{ολ}} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad g_1 - g_2 = 0 \quad \text{ή} \quad g_1 = g_2 \quad \text{ή} \quad G \frac{m_1}{x^2} = G \frac{m_2}{(r-x)^2} \quad \text{ή} \quad \frac{m}{x^2} = \frac{4m}{(r-x)^2} \quad \text{ή} \quad (r-x)^2 = 4x^2$$

$$\text{ή} \quad r-x = 2x \quad \text{ή} \quad x = \frac{r}{3}.$$

Έστω V_O το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο μάζες στο σημείο O.

$$\text{Είναι: } V_O = V_{O(m_1)} + V_{O(m_2)} \quad \text{ή} \quad V_O = -G \frac{m_1}{x} - G \frac{m_2}{r-x} \quad \text{ή} \quad V_O = -G \frac{m}{\frac{r}{3}} - G \frac{4m}{\frac{2r}{3}}$$

$$\text{ή} \quad V_O = -3G \frac{m}{r} - 6G \frac{m}{r} \quad \text{ή} \quad V_O = -9G \frac{m}{r}.$$

66. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1 , m_2 και m_3 δίνεται από τη σχέση:

$$\text{ση: } U = -G \frac{m_1 m_2}{\alpha} - G \frac{m_1 m_3}{\alpha} - G \frac{m_2 m_3}{\alpha} \quad \text{ή} \quad U = -3G \frac{m^2}{\alpha} \quad (1).$$

Έστω U' η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m'_1 , m'_2 και m'_3 . Είναι:

$$U' = -G \frac{m'_1 m'_2}{4\alpha} - G \frac{m'_1 m'_3}{4\alpha} - G \frac{m'_2 m'_3}{4\alpha} \quad \text{ή} \quad U' = -3G \frac{m^2}{\alpha} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $U' = U$.

67. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω U η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1 , m_2 και m_3 , όταν βρίσκονται στις κορυφές A, B και Γ, αντίστοιχα, ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς r . Είναι:

$$U = -G \frac{m_1 m_2}{r} - G \frac{m_1 m_3}{r} - G \frac{m_2 m_3}{r} \quad \text{ή} \quad U = -\frac{G(m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}{r} \quad (1).$$

Έστω U' η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1 , m_2 και m_3 , όταν βρίσκονται στις κορυφές A' , B' και Γ' αντίστοιχα ισόπλευρου τριγώνου $A'B'\Gamma'$ πλευράς $r' = r/2$. Είναι:

$$U' = -G \frac{m_1 m_2}{r'} - G \frac{m_1 m_3}{r'} - G \frac{m_2 m_3}{r'} \quad \text{ή} \quad U' = -\frac{G(m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}{r'}$$

$$\text{ή} \quad U' = -\frac{2G(m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3)}{r} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $U' = 2U$.

68. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $E_{\text{απαιτ}}$ η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να μεταφερθούν οι δύο σημειακές μάζες από τις αρχικές τους θέσεις σε αρκετά μεγάλη απόσταση μεταξύ τους (στο άπειρο), ώστε να μην αλληλεπιδρούν. Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 - G \frac{m_1 m_2}{r} + E_{\text{απαιτ}} = 0 + 0$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

69. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου της βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Το μέτρο g της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος $h = 3R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της δίνεται από τη σχέση:

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad \text{ή} \quad g = \frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } g = \frac{g_0}{16}.$$

70. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω M η μάζα του πλανήτη. Το δυναμικό V_1 σε ένα σημείο του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = R$ από την επιφάνειά του δίνεται από τη σχέση:

$$V_1 = -G \frac{M}{R + h_1} \quad \text{ή} \quad V_1 = -G \frac{M}{2R} \quad (1).$$

Το δυναμικό V_2 σε ένα σημείο του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη που βρίσκεται σε ύψος $h_2 = 2R$ από την επιφάνειά του δίνεται από τη σχέση:

$$V_2 = -G \frac{M}{R+h_2} \quad \text{ή} \quad V_2 = -G \frac{M}{3R} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ ή $V_1 = \frac{3}{2} V_2$.

71. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α δίνεται από τη σχέση:

$$g_A = \frac{GM_\Gamma}{r_A^2} \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Β δίνεται από τη σχέση:

$$g_B = \frac{GM_\Gamma}{r_B^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$ ή $\frac{g_A}{g_B} = \frac{1}{4}$

$$\text{ή } g_A = \frac{g_B}{4}.$$

72. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο g της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης και απέχει απόσταση r από το κέντρο της δίνεται από

τη σχέση: $g = G \frac{M_\Gamma}{r^2}$ (1) ή $g = G \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης, επομένως μειώνεται καθώς το ύψος του σημείου από την επιφάνεια της Γης αυξάνεται.

73. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω V το δυναμικό και g το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνειά της. Είναι:

$$V = -G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad (1) \quad \text{και} \quad g = G \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα και } R_\Gamma \text{ η ακτίνα της Γης.}$$

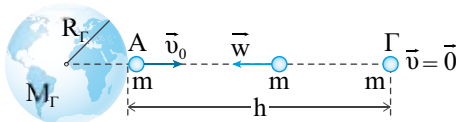
Κατά τη διάρκεια της ανόδου του σώματος, το ύψος του h από την επιφάνεια της Γης αυξάνεται.

Επειδή το δυναμικό είναι αρνητικό, τότε, σύμφωνα με τη σχέση (1), καθώς το ύψος h τού σώματος από την επιφάνεια της Γης αυξάνεται κατά τη διάρκεια της ανόδου του, **το βαρυντικό δυναμικό των διαδοχικών σημείων από τα οποία διέρχεται το σώμα αυξάνεται.**

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι καθώς το ύψος h του σώματος από την επιφάνεια της Γης αυξάνεται κατά τη διάρκεια της ανόδου του, **το μέτρο της έντασης των διαδοχικών σημείων από τα οποία διέρχεται το σώμα μειώνεται.**

74. Σωστή επιλογή είναι η β.

Το σώμα μάζας m κατά τη διάρκεια της ανόδου του εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που μειώνεται κατά μέτρο. Το ανώτατο σημείο Γ στο οποίο φτάνει το σώμα είναι αυτό στο οποίο η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία.



Έστω h το ύψος του σημείου Γ από την επιφάνεια της Γης. Είναι: $g = \frac{g_0}{9}$

$$\text{ή } G \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{1}{9} G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή } (R_\Gamma + h)^2 = 9R_\Gamma^2 \quad \text{ή } R_\Gamma + h = 3R_\Gamma \quad \text{ή } h = 2R_\Gamma.$$

Επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά της διάρκειας της κίνησής του είναι η δύναμη βαρύτητας της Γης, η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – σώμα διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος. Από την Α.Δ.Μ.Ε για το σύστημα Γη – σώμα μεταξύ των θέσεων Α και Γ που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi(A)} = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi(A)} = -G \frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi(A)} = -G \frac{M_\Gamma m}{3R_\Gamma} \quad (1),$$

όπου M_Γ η μάζα της Γης και R_Γ η ακτίνα της.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

$$\text{Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), έχουμε: } E_{\mu\eta\chi(A)} = -\frac{1}{3} m g_0 R_\Gamma.$$

75. Σωστή επιλογή είναι η α.

$$\text{Είναι: } g_A = G \frac{M_\Gamma}{r_A^2} \quad (1) \quad \text{και} \quad g_B = G \frac{M_\Gamma}{r_B^2} \quad (2), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{g_A}{g_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2}$ ή $\frac{1}{4} = \frac{r_B^2}{r_A^2}$ ή $r_A^2 = 4r_B^2$
 ή $r_A = 2r_B$.

76. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω R η ακτίνα του πλανήτη. Είναι: $R = 3R_\Gamma$ (1), όπου R_Γ η ακτίνα της Γης.

Έστω M_Γ η μάζα της Γης και ρ_Γ η πυκνότητά της. Επειδή η πυκνότητα ρ του πλανήτη είναι ίση με την πυκνότητα της Γης ισχύει:

$$\rho = \rho_\Gamma \text{ ή } \frac{M}{V} = \frac{M_\Gamma}{V_\Gamma} \text{ ή } \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{M_\Gamma}{\frac{4}{3}\pi R_\Gamma^3} \text{ ή } \frac{M}{R^3} = \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^3} \text{ ή } M = \left(\frac{R}{R_\Gamma}\right)^3 M_\Gamma$$

ή λόγω της σχέσης (1): $M = 27M_\Gamma$ (2).

Έστω g_0 το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της. Είναι:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \text{ (3).}$$

Έστω g_π το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη στην επιφάνειά του. Είναι:

$$g_\pi = \frac{GM}{R^2} \text{ ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } g_\pi = \frac{G27M_\Gamma}{(3R_\Gamma)^2} \text{ ή } g_\pi = 3 \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

ή λόγω της σχέσης (3): $g_\pi = 3g_0$ ή $g_\pi = 30 \text{ N/kg}$.

77. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το μέτρο v_δ της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \text{ ή } v_\delta = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \text{ (1) όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης και } R_\Gamma \text{ η ακτίνα της.}$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \text{ ή } GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \text{ (2).}$$

Η σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), γίνεται: $v_\delta = \sqrt{g_0 R_\Gamma}$.

78. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω m η μάζα του σώματος και V_Γ το δυναμικό στο σημείο Γ όπου μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος από το σημείο A , όπου

εκτοξεύεται το σώμα με ταχύτητα μέτρου v_0 , μέχρι το σημείο Γ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = m(V_A - V_\Gamma) \quad \text{ή} \quad -\frac{1}{2}mg_0R_\Gamma = m\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} - V_\Gamma\right)$$

$$\text{ή} \quad -\frac{g_0R_\Gamma}{2} = -\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} - V_\Gamma \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} - \frac{g_0R_\Gamma}{2} \quad (1).$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), έχουμε: $V_\Gamma = 0$.

79. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η ταχύτητα διαφυγής v_δ ενός σώματος από την επιφάνεια της Σελήνης ισούται με την ελάχιστη κατά μέτρο ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σώμα από την επιφάνεια της Σελήνης, ώστε να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα. Επομένως, όταν ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης με ταχύτητα μέτρου v_δ , η μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα – Σελήνη τη χρονική στιγμή στην οποία το σώμα φτάνει στο άπειρο είναι: $E_{\text{μηχ(τελ)}} = 0$.

Επειδή η μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα – Σελήνη διατηρείται σταθερή, η μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα – Σελήνη τη χρονική στιγμή στην οποία το σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης με ταχύτητα μέτρου v_δ είναι: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} = 0$.

Συνεπώς, για να διαφύγει το σώμα οριακά από το βαρυτικό πεδίο της Σελήνης, πρέπει η μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα – Σελήνη τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος να είναι ίση με μηδέν.

Επομένως, αν η μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα – Σελήνη τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος από την επιφάνεια της Σελήνης είναι ίση με $E_0 > 0$, τότε το σώμα θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Σελήνης και θα φτάσει στο άπειρο έχοντας μη μηδενική ταχύτητα. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το σώμα στο άπειρο, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα – Σελήνη από τη χρονική στιγμή στην οποία το σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο άπειρο. Έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad E_0 = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad E_0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2E_0}{m}}.$$

80. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η ταχύτητα διαφυγής $v_{\delta\Gamma}$ ενός σώματος μάζας m από την επιφάνεια της Γης μπορεί να υπολογιστεί, αν εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα – Γη. Είναι:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_{\delta\Gamma}^2 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma}} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \frac{v_{\delta\Gamma}^2}{2} = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}$$

$$\text{ή} \quad v_{\delta\Gamma} = \sqrt{\frac{2GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad (1), \quad \text{όπου } M_{\Gamma} \text{ η μάζα της Γης.}$$

Το μέτρο $g_{0\Gamma}$ της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_{0\Gamma} = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2}$ ή $GM_{\Gamma} = g_{0\Gamma}R_{\Gamma}^2$ (2).

Η σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), γίνεται: $v_{\delta\Gamma} = \sqrt{2g_{0\Gamma}R_{\Gamma}}$ (3).

Η ταχύτητα διαφυγής $v_{\delta\Sigma}$ ενός σώματος μάζας m από την επιφάνεια της Σελήνης μπορεί να υπολογιστεί, αν εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα – Σελήνη. Είναι:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_{\delta\Sigma}^2 - \frac{GM_{\Sigma}m}{R_{\Sigma}} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \frac{v_{\delta\Sigma}^2}{2} = \frac{GM_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}$$

$$\text{ή} \quad v_{\delta\Sigma} = \sqrt{\frac{2GM_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}} \quad (4).$$

Το μέτρο $g_{0\Sigma}$ της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Σελήνης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_{0\Sigma} = \frac{GM_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} \quad \text{ή} \quad GM_{\Sigma} = g_{0\Sigma}R_{\Sigma}^2 \quad (5).$$

Η σχέση (4), λόγω της σχέσης (5), γίνεται: $v_{\delta\Sigma} = \sqrt{2g_{0\Sigma}R_{\Sigma}}$ (6).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (6) έχουμε: $\frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}} = \sqrt{\frac{g_{0\Gamma}R_{\Gamma}}{g_{0\Sigma}R_{\Sigma}}} \quad \text{ή} \quad \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}} = \sqrt{22}.$

81. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$v_{\delta} = \sqrt{\frac{2GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad (1), \quad \text{όπου } M_{\Gamma} \text{ η μάζα της Γης και } R_{\Gamma} \text{ η ακτίνα της.}$$

Έστω M η μάζα και R η ακτίνα του εξωπλανήτη. Είναι: $M = 9M_{\Gamma}$ (2) και $R = 4R_{\Gamma}$ (3).

Έστω v'_{δ} η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος μάζας m από την επιφάνεια του εξωπλανήτη. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα – εξωπλανήτη έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_{\delta}'^2 - \frac{GMm}{R} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \frac{v_{\delta\Sigma}^2}{2} = \frac{GM_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}$$

$$\text{ή} \quad v_{\delta}' = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (4).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (1) έχουμε:} \quad \frac{v_{\delta}'}{v_{\delta}} = \sqrt{\frac{MR_{\Gamma}}{M_{\Gamma}R}}$$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3):} \quad \frac{v_{\delta}'}{v_{\delta}} = \frac{3}{2} \quad \text{ή} \quad v_{\delta}' = \frac{3}{2}v_{\delta} \quad \text{ή} \quad v_{\delta}' = 16,8 \text{ km/s.}$$

82. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται σε έναν δορυφόρο της Γης είναι το βάρος του $\vec{w}$. Το βάρος $\vec{w}$ του δορυφόρου δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός δορυφόρου που περιφέρεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r_1 γύρω από τη Γη είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad w_1 = \frac{m_1 v_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad m_1 g_1 = \frac{m_1 v_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad v_1^2 = g_1 r_1 \quad \text{ή} \quad v_1^2 = \frac{GM_{\Gamma}}{r_1^2} r_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r_1}} \quad (1),$$

όπου M_{Γ} η μάζα της Γης.

Έστω v_2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός δορυφόρου που περιφέρεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r_2 γύρω από τη Γη. Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad w_2 = \frac{m_2 v_2^2}{r_2} \quad \text{ή} \quad m_2 g_2 = \frac{m_2 v_2^2}{r_2} \quad \text{ή} \quad v_2^2 = g_2 r_2 \quad \text{ή} \quad v_2^2 = \frac{GM_{\Gamma}}{r_2^2} r_2$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r_2}} \quad (2).$$

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:} \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \quad \text{ή} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}.$$

Η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r_1 δίνεται από τη σχέση: $v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}$ ή $T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1}$ (3).

Η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r_2 δίνεται από τη σχέση: $v_2 = \frac{2\pi r_2}{T_2}$ ή $T_2 = \frac{2\pi r_2}{v_2}$ (4).

$$\text{Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε:} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1 v_2}{r_2 v_1} \quad \text{ή} \quad \frac{T_1}{T_2} = 8.$$

83. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Δ_1 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_1$ από τη Γη.

Έστω $\frac{dp_1}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_1 . Είναι:

$$\frac{dp_1}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_1}{dt} = G \frac{M_\Gamma m_1}{r_1^2} \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Δ_2 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_2$ από τη Γη.

Έστω $\frac{dp_2}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_2 . Είναι:

$$\frac{dp_2}{dt} = F_2 \quad \text{ή} \quad \frac{dp_2}{dt} = G \frac{M_\Gamma m_2}{r_2^2} \quad (2).$$

Είναι: $\frac{dp_1}{dt} = 4 \frac{dp_2}{dt}$ ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$G \frac{M_\Gamma m_1}{r_1^2} = 4G \frac{M_\Gamma m_2}{r_2^2} \quad \text{ή} \quad m_1 r_2^2 = 4m_2 r_1^2 \quad \text{ή} \quad m r_2^2 = 4 \cdot 4m r_1^2 \quad \text{ή} \quad r_2^2 = 16r_1^2 \quad \text{ή} \quad r_2 = 4r_1$$

$$\text{ή} \quad r_1 = \frac{r_2}{4}.$$

84. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω m η μάζα του δορυφόρου Δ και v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητάς του, όταν περιφέρεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_\Gamma/2$ πάνω από την επιφάνειά της.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Δ , όταν περιφέρεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

$$\text{Είναι: } \Sigma F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{3R_\Gamma}} \quad (1),$$

όπου M_Γ η μάζα και R_Γ η ακτίνα της Γης.

Η περίοδος περιφοράς T του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση: $v = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{T}$

$$\text{ή} \quad T = \frac{3\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } T = 3\pi \sqrt{\frac{3R_\Gamma^3}{2GM_\Gamma}} \quad (2).$$

Έστω v' το μέτρο της γραμμικής ταχύτητα του δορυφόρου και T' η περίοδος περιφοράς του, όταν περιφέρεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος h' πάνω από την επιφάνειά της.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο, όταν περιφέρεται σε ύψος h' πάνω από την επιφάνεια της Γης, είναι η βαρυτική δύναμη F' από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$\Sigma F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad F' = F_\kappa \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h')^2} = \frac{mv'^2}{R_\Gamma + h'} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h'}} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{6R_\Gamma}} \quad (3).$$

Η νέα περίοδος περιφοράς T' του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$$v' = \frac{2\pi(R_\Gamma + h')}{T'} \quad \text{ή} \quad T' = \frac{12\pi R_\Gamma}{v'} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (3): } T' = 12\pi \sqrt{\frac{6R_\Gamma^3}{GM_\Gamma}} \quad (4).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (2) έχουμε: $\frac{T'}{T} = 8 \quad \text{ή} \quad T' = 8T$.

85. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου Δ_1 . Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Δ_1 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_1$ από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$\Sigma F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad F_1 = \frac{mv_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{r_1^2} = \frac{mv_1^2}{r_1} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r_1}} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1}}$$

$$\text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα και } R_\Gamma \text{ η ακτίνα της Γης.}$$

Έστω v_2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου Δ_2 . Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Δ_2 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_2$ από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$\Sigma F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad F_2 = \frac{mv_2^2}{r_2} \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{r_2^2} = \frac{mv_2^2}{r_2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r_2}} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2}}$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{3R_\Gamma}} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Έστω K_1 η κινητική ενέργεια του δορυφόρου Δ_1 . Είναι: $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ (3).

Έστω K_2 η κινητική ενέργεια του δορυφόρου Δ_2 . Είναι: $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2}$.

86. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω w_0 το μέτρο του βάρους του δορυφόρου στην επιφάνεια της Γης και w το μέτρο του βάρους του σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$$w = \frac{1}{16} w_0 \quad \text{ή} \quad mg = \frac{1}{16} mg_0 \quad \text{ή} \quad g = \frac{1}{16} g_0 \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{1}{16} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad (R_\Gamma + h)^2 = 16R_\Gamma^2$$

$$\text{ή} \quad R_\Gamma + h = 4R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h = 3R_\Gamma.$$

Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Το βάρος $\vec{w}$ του δορυφόρου δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι: $\Sigma F = F_\kappa$ ή $w = F_\kappa$

$$\text{ή} \quad mg = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad (1).$$

Το μέτρο g_0 της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$\text{ση:} \quad g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Η σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), γίνεται: $v = \frac{1}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma}$.

87. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η ταχύτητα διαφυγής v_δ ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad (1).$$

Αν το σώμα γίνει δορυφόρος της Γης σε ύψος h πάνω από την επιφάνειά της, τότε το βάρος του $\vec{w}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad w = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad mg = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad g = \frac{v^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{v^2}{R_\Gamma + h}$$

$$\text{ή} \quad v^2 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{v_\delta}{2}\right)^2 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v_\delta^2 = \frac{4GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma} = \frac{4GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad R_\Gamma + h = 2R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h = R_\Gamma.$$

Το μέτρο της έντασης g_0 του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$\text{ση:} \quad g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad (2).$$

Το μέτρο της έντασης g του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h πάνω από την επιφάνειά της

$$\text{δίνεται από τη σχέση:} \quad g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad \text{ή} \quad g = \frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2):} \quad g = \frac{g_0}{4}.$$

88. Σωστή επιλογή είναι η α.

Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_O$ που δέχεται το τηλεσκόπιο ΟΑΟ 2 από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_\kappa \text{ ή } F_O = F_\kappa \text{ ή } G \frac{M_\Gamma m_O}{(R_\Gamma + h_O)^2} = \frac{m_O v_O^2}{R_\Gamma + h_O} \text{ ή } v_O = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_O}} \text{ ή } v_O = \sqrt{\frac{8GM_\Gamma}{9R_\Gamma}} \quad (1),$$

όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_H$ που δέχεται το τηλεσκόπιο Hubble από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_\kappa \text{ ή } F_H = F_\kappa \text{ ή } G \frac{M_\Gamma m_H}{(R_\Gamma + h_H)^2} = \frac{m_H v_H^2}{R_\Gamma + h_H} \text{ ή } v_H = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_H}} \text{ ή } v_H = \sqrt{\frac{12GM_\Gamma}{13R_\Gamma}} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{v_O}{v_H} = \sqrt{\frac{26}{27}}$.

89. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω m η μάζα του δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική έλξη από τη Γη. Επομένως, η μηχανική ενέργεια του συστήματος δορυφόρος – Γη διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της περιφοράς του δορυφόρου γύρω από τη Γη. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου τη χρονική στιγμή στην οποία βρίσκεται σε μια τυχαία θέση της ελλειπτικής τροχιάς του που απέχει απόσταση r από το κέντρο της Γης. Στη τυχαία θέση η μηχανική ενέργεια $E_{\mu\eta\chi}$ του συστήματος είναι:

$$E_{\mu\eta\chi} = K + U \text{ ή } E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{M_\Gamma m}{r} \quad (1), \text{ όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι, όταν η απόσταση r του δορυφόρου από το κέντρο της Γης αυξάνεται, ο όρος $G \frac{M_\Gamma m}{r}$ μειώνεται, οπότε για να παραμείνει σταθερή η μηχανική ενέργεια του συστήματος δορυφόρος – Γη, το μέτρο v της ταχύτητας του δορυφόρου μειώνεται. Επειδή κατά τη διάρκεια της κίνησης του δορυφόρου από το σημείο Α προς το σημείο Β η απόστασή του από το κέντρο της Γης αυξάνεται, το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

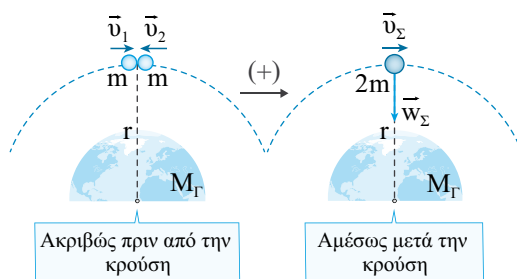
90. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται σε έναν δορυφόρο μάζας m που διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από τη Γη είναι το βάρος του $\vec{w}$, το οποίο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου. Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \text{ ή } w = F_{\kappa} \text{ ή } mg = \frac{mv^2}{r} \text{ ή } v^2 = gr \text{ ή } v^2 = \frac{GM_{\Gamma}}{r^2} r \text{ ή } v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r}} \quad (1),$$

όπου M_{Γ} η μάζα της Γης.

Από τη σχέση (1) προκύπτει, ότι όλοι οι δορυφόροι, ανεξάρτητα από τη μάζα τους, που διαγράφουν κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από τη Γη έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα. Συνεπώς, τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο δορυφόρων ακριβώς πριν από την κρούση είναι ίσα με v . Έστω v_{Σ} το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο δορυφόρων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \text{ ή } m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v}_{\Sigma}$$

ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $mv - mv = 2mv_{\Sigma}$ ή $v_{\Sigma} = 0$.

Επειδή, αμέσως μετά την κρούση το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος είναι ίσο με μηδέν και η μοναδική δύναμη που ασκείται στο συσσωμάτωμα είναι το βάρος του $\vec{w}_{\Sigma}$, το συσσωμάτωμα αρχίζει να εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση κινούμενο προς την επιφάνεια της Γης. Το μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{a}$ του συσσωματώματος είναι κάθε χρονική στιγμή ίσο με το μέτρο έντασης $\vec{g}$ του πεδίου βαρύτητας της Γης. Συνεπώς, ισχύει:

$$a = g \text{ ή } a = \frac{GM_{\Gamma}}{r^2} \quad (2).$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι, καθώς το συσσωμάτωμα κινείται προς την επιφάνεια της Γης και η απόστασή του από το κέντρο της Γης μειώνεται, το μέτρο της επιτάχυνσής του αυξάνεται. Επομένως, το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που αυξάνεται κατά μέτρο μέχρι να φτάσει στην επιφάνεια της Γης.

91. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα μάζας m είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα μάζας M , η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Έστω v το μέτρο της αρχικής γραμμικής ταχύτητας του σώματος μάζας m . Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1),$$

όπου r η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σώμα μάζας m .

Έστω M' η νέα μάζα του σώματος γύρω από το οποίο περιφέρεται το σώμα μάζας m . Είναι:

$$M' = 4M.$$

Έστω $\vec{F}'$ η νέα βαρυτική δύναμη που ασκείται στο σώμα μάζας m από το σώμα μάζας M' και v' το μέτρο της νέας γραμμικής ταχύτητας του σώματος μάζας m . Η δύναμη $\vec{F}'$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F' = \frac{mv'^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GM'm}{r^2} = \frac{mv'^2}{r} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM'}{r}} \quad \text{ή} \quad v' = 2\sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $v' = 2v$.

92. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω m η μάζα του δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}$ από τη Σελήνη. Η δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου. Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_{\Sigma}m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\Sigma}}{r}} \quad (1),$$

όπου M_{Σ} η μάζα της Σελήνης και r η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει ο δορυφόρος γύρω από τη Σελήνη.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου εξαρτάται από τη μάζα της Σελήνης και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς του δορυφόρου γύρω από τη Σελήνη, αλλά δεν εξαρτάται από τη μάζα m του δορυφόρου.

ΘΕΜΑΤΑ Γ

93. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

$$\alpha. g = 10^{-9} \text{ N/kg} . \quad \beta. V_A = -4 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg} . \quad \gamma. F = 2 \cdot 10^{-10} \text{ N} . \quad \delta. W_{AB} = 24 \cdot 10^{-11} \text{ J} .$$

94. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

$$\alpha. F = F' = 6 \cdot 10^{-10} \text{ N} . \quad \beta. U = -12 \cdot 10^{-11} \text{ J} .$$

γ. Επειδή είναι $g_1 > g_2$, η συνολική ένταση $\vec{g}_{ολ}$ του βαρυντικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο σώματα στο σημείο M έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{g}_1$.
 $g_{ολ} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ N/kg} . \quad \delta. V_M = -10^{-9} \text{ J/kg} .$

95. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 3.

$$\alpha. F = 384 \cdot 10^{-14} \text{ N} . \quad \beta. U = 192 \cdot 10^{-14} \text{ J} . \quad \gamma. x = 0,1 \text{ m} .$$

$$\delta. V_{\Sigma} = 10^{-10} \text{ J/kg} . \quad \epsilon. W_{\Sigma \rightarrow \infty} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ J} .$$

96. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

$$\alpha. U_{1,2} = -16 \cdot 10^{-12} \text{ J} . \quad \beta. g_{ολ} = \frac{10}{9} \cdot 10^{-10} \text{ N/kg} , \quad V_{\Sigma} = -2 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg} .$$

$$\gamma. F_{ολ} = \frac{10^{-10}}{3} \text{ N} . \quad \delta. U_{ολ} = -76 \cdot 10^{-12} \text{ J} .$$

97. α. Έστω $U_{1,2}$ η βαρυντική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων (1) και (2).

$$\text{Είναι: } U_{1,2} = -G \frac{m_1 m_2}{\alpha} \quad \text{ή} \quad U_{1,2} = -3 \cdot 10^{-13} \text{ J} .$$

β. Έστω $W_{\infty \rightarrow \Gamma}$ το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_{\infty \rightarrow \Gamma} = m_3 (V_{\infty} - V_{\Gamma})$ ή $W_{\infty \rightarrow \Gamma} = m(0 - V_{\Gamma})$
 ή $W_{\infty \rightarrow \Gamma} = -mV_{\Gamma}$ (1).

Το δυναμικό στο σημείο Γ υπολογίζεται από τη σχέση: $V_{\Gamma} = V_{\Gamma(1)} + V_{\Gamma(2)}$ ή $V_{\Gamma} = -2G \frac{m}{\alpha}$
 ή $V_{\Gamma} = -2 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $W_{\infty \rightarrow \Gamma} = +6 \cdot 10^{-13} \text{ J} .$

γ. Έστω $U_{ολ(αρχ)}$ η βαρυντική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων. Είναι:

$$U_{ολ(αρχ)} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3} \quad \text{ή} \quad U_{ολ(αρχ)} = -3 \frac{Gm^2}{\alpha} \quad \text{ή} \quad U_{ολ(αρχ)} = -9 \cdot 10^{-13} \text{ J} .$$

δ. Έστω $E_{\text{απαιτ}}$ η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται να δαπανήσουμε για να διαλύσουμε το σύστημα των τριών σωμάτων. Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{ολ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{ολ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad U_{\text{ολ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = 0 + 0$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = -U_{\text{ολ(αρχ)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = 9 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

98. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.

α. $U = -18 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$

β. $F = 18 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$

γ. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}.$

δ. $v_1 = 10^{-6} \text{ m/s}, v_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}.$

99. α. Έστω $U_{\text{αρχ}}$ η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (τη χρονική στιγμή $t = 0$). Είναι: $U_{\text{αρχ}} = -G \frac{m^2}{r}$ ή $U_{\text{αρχ}} = -12 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$

β. Έστω $U_{\text{τελ}}$ η τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (τη χρονική στιγμή t_1). Είναι: $U_{\text{τελ}} = -G \frac{m^2}{r'}$ ή $U_{\text{τελ}} = -G \frac{m^2}{\frac{r}{2}}$ ή $U_{\text{τελ}} = -2G \frac{m^2}{r}$ ή $U_{\text{τελ}} = -24 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$

γ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα (1) τη χρονική στιγμή t_1 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα (2). Έστω $\frac{dp}{dt}$ το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος (1) τη

χρονική στιγμή t_1 . Είναι: $\frac{dp}{dt} = \Sigma F$ ή $\frac{dp}{dt} = G \frac{m^2}{r'^2}$ ή $\frac{dp}{dt} = G \frac{m^2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$ ή $\frac{dp}{dt} = 4G \frac{m^2}{r^2}$

ή $\frac{dp}{dt} = 96 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$

δ. Επειδή το σύστημα των δύο σημειακών μαζών είναι μονωμένο (δεν ασκούνται στο σύστημα εξωτερικές δυνάμεις), η ορμή του διατηρείται σταθερή. Συνεπώς, ισχύει:

$$\vec{p}_{\text{ολ(αρχ)}} = \vec{p}_{\text{ολ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας} \quad \vec{v}_1: 0 = mv_1 - mv_2$$

ή $v_1 = v_2$ (1) ή $\frac{v_1}{v_2} = 1.$

Επειδή οι βαρυτικές δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν οι δύο σημειακές μάζες είναι συντηρητικές, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σημειακών μαζών διατηρείται σταθερή.

Συνεπώς, ισχύει: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad 0 - G \frac{m^2}{r} = 2 \frac{1}{2} mv_1^2 - G \frac{m^2}{\frac{r}{2}}$

ή λόγω της σχέσης (1): $v_1 = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$ ή $v_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$.

Από τη σχέση (1), για $v_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$, έχουμε: $v_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$.

100. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. $g_A = 0,4 \text{ N/kg}$.

β. $V_A = -12,8 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

γ. $w = 2 \text{ N}$.

δ. $W_{A \rightarrow A} = -24 \cdot 10^6 \text{ J}$.

101. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $h_1 = 128 \cdot 10^5 \text{ m}$.

β. $h_2 = 192 \cdot 10^5 \text{ m}$.

γ. $g_A = 0,625 \text{ N/kg}$, $w = 3,75 \text{ N}$.

δ. $W_{A \rightarrow A} = -32 \cdot 10^6 \text{ J}$.

102. α. Είναι: $w = mg_0$ ή $m = 5 \text{ kg}$.

β. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1).$$

Έστω g_Σ το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Σελήνης στην επιφάνειά της. Είναι:

$$g_\Sigma = \frac{GM_\Sigma}{R_\Sigma^2} \quad \text{ή} \quad g_\Sigma = G \frac{\frac{M_\Gamma}{\left(\frac{3}{11} R_\Gamma\right)^2}}{\left(\frac{3}{11} R_\Gamma\right)^2} \quad \text{ή} \quad g_\Sigma = \frac{121}{729} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$g_\Sigma = \frac{121}{729} g_0 \quad \text{ή} \quad g_\Sigma = 1,6 \text{ N/kg}.$$

γ. Έστω w_Σ το μέτρο του βάρους του σώματος Σ στην επιφάνεια της Σελήνης. Είναι:

$$w_\Sigma = mg_\Sigma \quad \text{ή} \quad w_\Sigma = 8 \text{ N}.$$

δ. Έστω V_Σ το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Σελήνης στην επιφάνειά της. Είναι:

$$V_\Sigma = -G \frac{M_\Sigma}{R_\Sigma} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -G \frac{\frac{M_\Gamma}{\frac{3}{11} R_\Gamma}}{\frac{3}{11} R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -\frac{11}{243} g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -2,9 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$$

103. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1).$$

Έστω g_A το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 . Είναι:

$$g_A = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h_1)^2} \quad \text{ή} \quad g_A = \frac{GM_\Gamma}{25R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } g_A = \frac{g_0}{25} \quad \text{ή} \quad g_A = 0,4 \text{ N/kg.}$$

β. Έστω V_A το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α. Είναι:

$$V_A = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{GM_\Gamma}{5R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$V_A = -\frac{g_0 R_\Gamma}{5} \quad \text{ή} \quad V_A = -12,8 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$$

γ. Έστω w_A το μέτρο του βάρους του σώματος στο σημείο Α. Είναι:

$$w_A = mg_A \quad \text{ή} \quad w_A = 80 \text{ N.}$$

δ. Είναι: $g_\Delta = \frac{g_0}{4}$ ή $\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h_2)^2} = \frac{1}{4} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $(R_\Gamma + h_2)^2 = 4R_\Gamma^2$ ή $R_\Gamma + h_2 = 2R_\Gamma$

$$\text{ή } h_2 = R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h_2 = 64 \cdot 10^5 \text{ m.}$$

ε. Έστω V_Δ το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Δ. Είναι:

$$V_\Delta = -G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή} \quad V_\Delta = -\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$V_\Delta = -\frac{g_0 R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad V_\Delta = -32 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$$

Έστω $W_{A \rightarrow \Delta}$ το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_{A \rightarrow \Delta} = m(V_\Delta - V_A)$ ή $W_{A \rightarrow \Delta} = 384 \cdot 10^7 \text{ J.}$

104. α. Είναι: $V_Z = \frac{1}{4} V_A$ ή $-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{4} \left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \right)$ ή $R_\Gamma + h = 4R_\Gamma$

$$\text{ή } h = 3R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h = 192 \cdot 10^5 \text{ m.}$$

β. Έστω g_Z το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α. Είναι:

$$g_A = g_0 \quad \text{ή} \quad g_A = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad (1).$$

Έστω g_Z το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Ζ. Είναι:

$$g_Z = \frac{GM_\Gamma}{(R + h)^2} \quad \text{ή} \quad g_Z = \frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma^2} \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει: $\frac{g_Z}{g_A} = \frac{1}{16}$ (3).

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\frac{w_Z}{w_A} = \frac{mg_Z}{mg_A}$ ή $\frac{w_Z}{w_A} = \frac{g_Z}{g_A}$ ή λόγω της σχέσης (3): $\frac{w_Z}{w_A} = \frac{1}{16}$.

γ. Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση: $\pi = \frac{g_Z - g_A}{g_A} \cdot 100\%$

ή $\pi = \left(\frac{g_Z}{g_A} - 1 \right) \cdot 100\%$ ή λόγω της σχέσης (3): $\pi = -93,75\%$.

δ. Έστω $W_{A \rightarrow Z}$ το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_{A \rightarrow Z} = m(V_A - V_Z)$ ή $W_{A \rightarrow Z} = \frac{3}{4} m V_A$

ή $W_{A \rightarrow Z} = \frac{3}{4} m \left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \right)$ ή $W_{A \rightarrow Z} = -\frac{3}{4} \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma}$ ή λόγω της σχέσης (1):

$$W_{A \rightarrow Z} = -\frac{3}{4} g_0 R_\Gamma m \quad \text{ή} \quad W_{A \rightarrow Z} = -192 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

105. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.

α. $h = 192 \cdot 10^5 \text{ m.}$

β. $g_Z = \frac{5}{8} \text{ N/kg.}$

γ. $V_Z = -16 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$

δ. $\frac{dp}{dt} = 500 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$

106. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

α. $h = 64 \cdot 10^5 \text{ m, } V_A = -32 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$

β. $U = -288 \cdot 10^7 \text{ J.}$

γ. $\frac{dv}{dt} = \frac{40}{9} \text{ m/s}^2.$

δ. $v = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

107. α. Είναι: $g_\Delta = \frac{g_0}{64}$ ή $\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h_2)^2} = \frac{1}{64} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $(R_\Gamma + h_2)^2 = 64 R_\Gamma^2$

ή $R_\Gamma + h_2 = 8 R_\Gamma$ ή $h_2 = 7 R_\Gamma$ ή $h_2 = 448 \cdot 10^5 \text{ m.}$

β. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (1).

Έστω V_Δ το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Δ. Είναι:

$V_\Delta = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2}$ ή $V_\Delta = -\frac{GM_\Gamma}{8 R_\Gamma}$ ή λόγω της σχέσης (1):

$V_\Delta = -\frac{g_0 R_\Gamma}{8}$ ή $V_\Delta = -8 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$

γ. Το σώμα Σ κατά τη διάρκεια της ανόδου του εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε η ταχύτητά του στο ανώτερο σημείο Δ της τροχιάς του είναι ίση με μηδέν ($\vec{v} = \vec{0}$).

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από το σημείο Α στο σημείο Δ έχουμε: $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)}$ ή $K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda}$

$$\text{ή } -\frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma} + h_1} + \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma} + h_2} \quad \text{ή } -\frac{GM_{\Gamma}}{2R_{\Gamma}} + \frac{v_0^2}{2} = -\frac{GM_{\Gamma}}{8R_{\Gamma}} \quad \text{ή } v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3g_0R_{\Gamma}}$$

$$\text{ή } v_0 = 4\sqrt{3} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

δ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει το σώμα Σ στην επιφάνεια της Γης. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία στο σημείο Δ έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή } -\frac{GM_{\Gamma}m}{8R_{\Gamma}} + 0 = -\frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma}} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{ή } v = \sqrt{1,75 \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v = \sqrt{1,75g_0R_{\Gamma}} \quad \text{ή } v = 4\sqrt{7} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

108. α. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή } GM_{\Gamma} = g_0R_{\Gamma}^2 \quad (1), \quad \text{όπου } M_{\Gamma} \text{ η μάζα της Γης.}$$

Έστω $h_{\max}$ το μέγιστο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης στην οποία φτάνει το σώμα Σ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα Σ – Γη κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία εκτοξεύεται έως τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία φτάνει στο μέγιστο ύψος $h_{\max}$ έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή } \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma} + h_1} = 0 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma} + h_{\max}}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{g_0R_{\Gamma}}{8} - \frac{g_0R_{\Gamma}}{4} = -\frac{g_0R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma} + h_{\max}} \quad \text{ή } \frac{R_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_{\max}} = \frac{1}{8} \quad \text{ή } h_{\max} = 7R_{\Gamma}$$

$$\text{ή } h_{\max} = 448 \cdot 10^5 \text{ m}.$$

β. Έστω $\frac{dv}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 , κατά τη διάρκεια της ανόδου του, στην οποία βρίσκεται σε ύψος $h_2 = 2R_{\Gamma}$ πάνω από την επιφάνεια της

$$\text{Γης. Είναι: } \frac{dv}{dt} = \alpha \quad \text{ή } \frac{dv}{dt} = -g \quad \text{ή } \frac{dv}{dt} = -\frac{GM_{\Gamma}}{9R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g_0}{9} \quad \text{ή } \frac{dv}{dt} = -\frac{10}{9} \text{ m/s}^2.$$

γ. Έστω V_{Δ} το δυναμικό στο σημείο Δ. Είναι: $V_{\Delta} = -G \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_{\max}}$ ή $V_{\Delta} = -\frac{GM_{\Gamma}}{8R_{\Gamma}}$

ή λόγω της σχέσης (1): $V_{\Delta} = -\frac{g_0 R_{\Gamma}}{8}$ ή $V_{\Delta} = -8 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

δ. Το δυναμικό στο σημείο Α υπολογίζεται από τη σχέση: $V_A = -\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}$

ή λόγω της σχέσης (1): $V_A = -g_0 R_{\Gamma}$ ή $V_A = -64 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Έστω $W_{A \rightarrow \Delta}$ το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_{A \rightarrow \Delta} = m(V_A - V_{\Delta})$ ή $W_{A \rightarrow \Delta} = -112 \cdot 10^8 \text{ J}$.

109. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2}$ ή $GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2$ (1), όπου M_{Γ} η μάζα της Γης.

Έστω g_A το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α. Είναι:

$$g_A = \frac{GM_{\Gamma}}{(R_{\Gamma} + h_1)^2} \quad \text{ή} \quad g_A = \frac{GM_{\Gamma}}{4R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } g_A = \frac{g_0}{4} \quad \text{ή} \quad g_A = 2,5 \text{ N/kg}.$$

β. Έστω h_2 το ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης στο οποίο βρίσκεται το σημείο Δ. Είναι:

$$g_A = \frac{1}{4} g_0 \quad \text{ή} \quad \frac{GM_{\Gamma}}{(R_{\Gamma} + h_2)^2} = \frac{1}{4} \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή} \quad (R_{\Gamma} + h_2)^2 = 4R_{\Gamma}^2 \quad \text{ή} \quad R_{\Gamma} + h_2 = 2R_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad h_2 = R_{\Gamma}$$

ή $h_2 = 64 \cdot 10^5 \text{ m}$.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του μετεωρίτη τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία διέρχεται από το σημείο Δ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – μετεωρίτης κατά τη διάρκεια της κίνησης του μετεωρίτη από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_{\Gamma} m}{R_{\Gamma} + h_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{GM_{\Gamma} m}{R_{\Gamma} + h_2}$$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} - \frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} = \frac{v_1^2}{2} - \frac{g_0 R_{\Gamma}}{2}$ ή $v_1 = \sqrt{g_0 R_{\Gamma}}$ ή $v_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

γ. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει ο μετεωρίτης στην επιφάνεια της Γης. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – μετεωρίτης κατά τη διάρκεια της κίνησης του μετεωρίτη από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_{\Gamma} m}{R_{\Gamma} + h_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{GM_{\Gamma} m}{R_{\Gamma}}$$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} - \frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} = \frac{v_2^2}{2} - g_0 R_{\Gamma}$ ή $v_2 = \sqrt{2g_0 R_{\Gamma}}$ ή $v_2 = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

110. α. Έστω V_0 το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της.

$$\text{Είναι: } V_0 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad (1).$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Από τη σχέση (1) λόγω της σχέσης (2) έχουμε: $V_0 = -g_0 R_\Gamma$ ή $V_0 = -64 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

β. Είναι: $h = R_\Gamma$.

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α όπου βρίσκεται το διαστημικό όχημα τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_A = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (2): } V_A = -\frac{g_0 R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad V_A = -32 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$$

γ. Το έργο W_w της βαρυτικής δύναμης που ασκείται στο διαστημικό όχημα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_w = m(V_0 - V_A) \quad \text{ή} \quad W_w = -32 \cdot 10^9 \text{ J}.$$

δ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος τη χρονική στιγμή t_1 . Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = F \cdot h + W_w \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(Fh + W_w)}{m}}$$

$$\text{ή} \quad v_1 = 8\sqrt{3} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

ε. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος τη χρονική στιγμή t_2 . Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – διαστημικό όχημα από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (2): } v_2 = \sqrt{v_1^2 - g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

111. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1).$$

Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος τη χρονική στιγμή t_1 . Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – διαστημικό όχημα κατά τη διάρκεια της κίνησης του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{g_0 R_\Gamma}{3} - \frac{g_0 R_\Gamma}{2} = \frac{v^2}{2} - \frac{2g_0 R_\Gamma}{3} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_A = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{2GM_\Gamma}{3R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } V_A = -\frac{2g_0 R_\Gamma}{3}$$

$$\text{ή} \quad V_A = -\frac{128}{3} \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$$

γ. Έστω V_0 το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στα σημεία που βρίσκονται στην επιφάνεια της

$$\text{Γης. Είναι: } V_0 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } V_0 = -g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad V_0 = -64 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$$

Έστω W_w το έργο της βαρυτικής δύναμης που ασκείται στο διαστημικό όχημα από τη Γη από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι: $W_w = m(V_A - V_0)$ ή $W_w = +64 \cdot 10^9 \text{ J.}$

δ. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 . Είναι:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_F \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}mv^2 = W_w - F \frac{R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad F = \frac{2W_w + mv^2}{R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad F = 5 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

112. α. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του μετεωρίτη τη χρονική στιγμή t_1 . Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – μετεωρίτης από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h}$$

$$\text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 1,6 \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_1 = \sqrt{1,69g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_1 = 1,3\sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad (2)$$

$$\text{ή} \quad v_1 = 10,4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει ο μετεωρίτης στην επιφάνεια της Γης τη χρονική στιγμή t_2 , αν θεωρήσουμε ότι η δύναμη αντίστασης που δέχεται από την ατμόσφαιρα της Γης είναι αμελητέα. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – μετεωρίτης από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{2,09g_0R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = 11,2 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει ο μετεωρίτης στην επιφάνεια της Γης τη χρονική στιγμή t_3 , αν δέχεται από την ατμόσφαιρα της Γης σταθερή δύναμη αντίστασης $\vec{F}$, μέτρου $F = 4mg_0$. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του μετεωρίτη από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_3 , έχουμε:

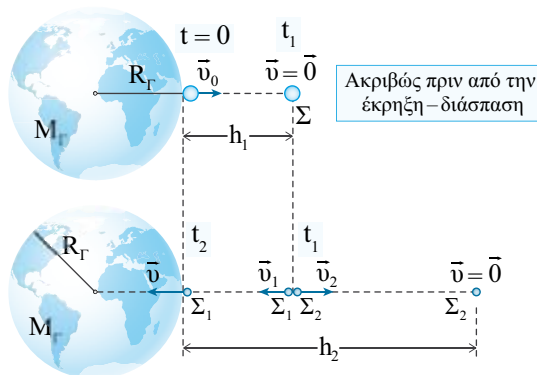
$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -F\frac{R_\Gamma}{4} + m(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda})$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (2):} \quad \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1,69}{2}mg_0R_\Gamma = -mg_0R_\Gamma + m\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}\right)$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v_3 = \sqrt{0,09g_0R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_3 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad v_3 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

113. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0R_\Gamma^2, \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$



Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h_1}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_0^2}{2} = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } v_0 = \sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad v_0 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ₁ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ₁ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h_1} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } \text{ή} \quad \frac{v_1^2}{2} - \frac{g_0 R_\Gamma}{2} = \frac{3g_0 R_\Gamma}{2} - g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{2g_0 R_\Gamma} \quad (2)$$

$$\text{ή} \quad v_1 = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ₁ και Σ₂ κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{ολ(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_2 :$$

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \frac{v_1}{2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \frac{\sqrt{2g_0 R_\Gamma}}{2} \quad (3)$$

$$\text{ή} \quad v_2 = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Είναι: $m = m_1 + m_2$ ή $m = 3m_1$ ή $m_1 = 200 \text{ kg}$.

Έστω $E_{ελευθ}$ η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη – διάσπαση. Είναι:

$$E_{ελευθ} = K_{ολ(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} - K_{ολ(\pi\rho\iota\nu)} \quad \text{ή} \quad E_{ελευθ} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \quad \text{ή} \quad \text{λόγω των σχέσεων (2) και (3):}$$

$$E_{ελευθ} = m_1 g_0 R_\Gamma + \frac{m_1 g_0 R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad E_{ελευθ} = \frac{3}{2}m_1 g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad E_{ελευθ} = 192 \cdot 10^8 \text{ J.}$$

ε. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ₂ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ₂ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία φτάνει στο μέγιστο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης έχουμε:

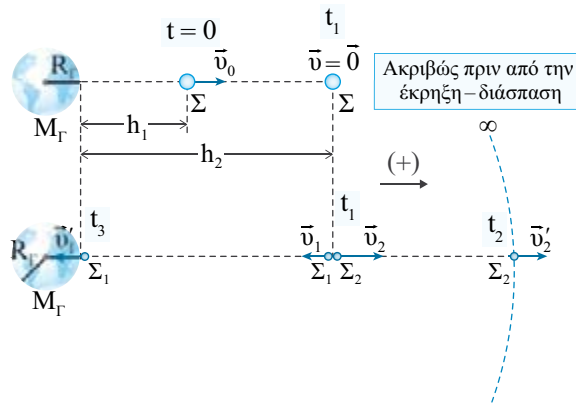
$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h_1} = 0 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h_2}$$

$$\text{ή } \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (3):}$$

$$\text{ή } \frac{g_0 R_\Gamma}{4} - \frac{g_0 R_\Gamma}{2} = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή } \frac{1}{4} = \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή } R_\Gamma + h_2 = 4R_\Gamma \quad \text{ή } h_2 = 3R_\Gamma$$

$$\text{ή } h_2 = 192 \cdot 10^5 \text{ m.}$$

114. α. Το σώμα Σ μετά την εκτόξευσή του εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη (όχι ομαλά) κίνηση. Επομένως, το σώμα Σ φτάνει στο μέγιστο ύψος h_2 πάνω από την επιφάνεια της Γης τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία ($\vec{v} = \vec{0}$).



Το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή } GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Για να υπολογίσουμε το μέγιστο ύψος h_2 στο οποίο φτάνει το σώμα Σ εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή } K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή } \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{4R_\Gamma} = 0 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h_2}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{g_0 R_\Gamma}{8} - \frac{g_0 R_\Gamma}{4} = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή } \frac{1}{8} = \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή } h_2 = 7R_\Gamma$$

$$\text{ή } h_2 = 448 \cdot 10^5 \text{ m.}$$

β. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ₂ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ₂ από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία εξέρχεται από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h_2} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + 0$$

$$\text{ή} \quad v_2 = \sqrt{v_2'^2 + \frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_2 = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης. Έχουμε:

$$\bar{P}_{ολ(\pi\rho\iota\nu)} = \bar{P}_{ολ(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \bar{v}_2 :$$

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{v_2}{2} \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{\sqrt{g_0 R_\Gamma}}{2} \quad (2)$$

$$\text{ή} \quad v_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Το σώμα Σ_1 μετά την έκρηξη – διάσπαση εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη (όχι ομαλά) κίνηση. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}'_1$ με την οποία το σώμα Σ_1 φτάνει στην επιφάνεια της Γης τη χρονική στιγμή t_3 , εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα Γη – σώμα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_1 από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_3 . Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h_2} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{8R_\Gamma} = \frac{v_1'^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):}$$

$$\frac{g_0 R_\Gamma}{8} - \frac{g_0 R_\Gamma}{8} = \frac{v_1'^2}{2} - g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad v_1' = \sqrt{2g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_1' = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

115. α. Το μέτρο της έντασης g_0 του πεδίου βαρύτητας της

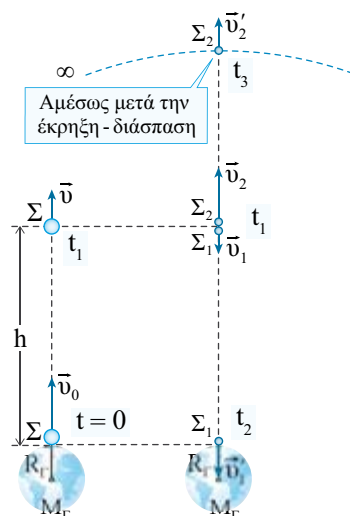
$$\Gamma\eta\varsigma \text{ στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: } g_0 = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

$$\text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1) \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της } \Gamma\eta\varsigma.$$

Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 , ακριβώς πριν από την έκρηξη – διάσπαση, έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h}$$



$$\eta \quad \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} = \frac{v^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{8R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } g_0 R_\Gamma - g_0 R_\Gamma = \frac{v^2}{2} - \frac{g_0 R_\Gamma}{8}$$

$$\eta \quad v = \frac{1}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή } v = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ₁ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ₁ από τη χρονική στιγμή t₁ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t₂ έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{8R_\Gamma} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma}$$

$$\eta \quad v_1 = \sqrt{v_1'^2 - \frac{7GM_\Gamma}{4R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_1 = \frac{1}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή } v_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ₂ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ₂ από τη χρονική στιγμή t₁ αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t₃ έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή } \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{8R_\Gamma} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + 0$$

$$\eta \quad v_2 = \sqrt{v_2'^2 + \frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_2 = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή } v_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ₁ και Σ₂ κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{u} :$$

$$(m_1 + m_2)u = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή } \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} .$$

116. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 11.

$$\alpha. v_0 = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Επειδή για το σώμα Σ ισχύει ότι: $v_0 > v_0$, το σώμα Σ διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

$$\gamma. v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

117. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 12.

$$\alpha. v_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

$$\beta. W_w = -64 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

$$\gamma. F = 2 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

$$\delta. \frac{dv}{dt} = \frac{10}{16} \text{ m/s}^2.$$

118. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (1), όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Το μέτρο v_1 της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς, ισχύει:

$$v_1 = v_\delta \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1}} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_1 = \sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

$$\text{ή } v_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Είναι: $v_1 = at_1$ (1).

Η μετατόπιση του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με $h = R_\Gamma$. Είναι: $h = \frac{1}{2}at_1^2$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{h}{v_1} = \frac{t_1}{2}$ ή $t_1 = \frac{2R_\Gamma}{v_1}$ ή $t_1 = 1.600 \text{ s}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $a = 5 \text{ m/s}^2$.

γ. Έστω W_w το ζητούμενο έργο. Είναι: $W_w = m(V_{\text{αρχ}} - V_{\text{τελ}})$ ή $W_w = m \left[-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} - \left(-\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \right) \right]$

$$\text{ή } W_w = -\frac{GM_\Gamma m}{2R_\Gamma} \quad \text{ή } W_w = -\frac{g_0 R_\Gamma m}{2} \quad \text{ή } W_w = -64 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

δ. Έστω W_F το έργο της προωθητικής δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = W_F + W_w \quad \text{ή} \quad W_F = 128 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

119. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 13.

α. $h_{\text{max}} = 448 \cdot 10^5 \text{ m.}$

β. $v_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

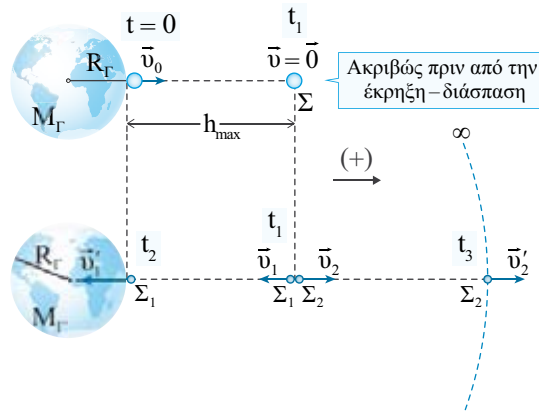
γ. $v_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

δ. $E_{\text{ελ.ευθ}} = 16 \cdot 10^7 \text{ J.}$

ε. $v'_1 = \sqrt{116} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

120. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (1), όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Το σώμα Σ φτάνει στο μέγιστο ύψος $h_{\max}$ πάνω από τη επιφάνεια της Γης τη χρονική στιγμή στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία ($\vec{v} = \vec{0}$).



Για να υπολογίσουμε το μέγιστο ύψος $h_{\max}$, εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 . Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - G\frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma + h_{\max}}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } \frac{3}{4}g_0R_\Gamma - g_0R_\Gamma = -\frac{g_0R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{\max}} \quad \text{ή} \quad \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h_{\max}} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad h_{\max} = 3R_\Gamma$$

$$\text{ή } h_{\max} = 192 \cdot 10^5 \text{ m.}$$

β. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\bar{v}_1$ του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_1 από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{4R_\Gamma} = -\frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma} + \frac{1}{2}m_1v_1'^2$$

$$\text{ή } v_1 = \sqrt{v_1'^2 - \frac{3GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{g_0R_\Gamma} \quad \text{ή } v_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \bar{v}_2 :$$

$$0 = -m_1v_1 + m_2v_2 \quad \text{ή } v_2 = \frac{m_1v_1}{m_2} \quad \text{ή } v_2 = \sqrt{g_0R_\Gamma} \quad (2) \quad \text{ή } v_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Έστω v_δ η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος που βρίσκεται σε ύψος $h = h_{\max}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$$v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v_\delta = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v_\delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

$$\text{ή } v_\delta = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Επειδή είναι $v_2 > v_\delta$, το σώμα Σ_2 θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

ε. Έστω v'_2 το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο εξέρχεται το σώμα Σ_2 από το βαρυτικό πεδίο της Γης. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_2 από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή t_3 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{4R_\Gamma} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + 0$$

$$\text{ή } v_2' = \sqrt{v_2^2 - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):} \quad v_2' = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}}$$

$$\text{ή } v_2' = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

121. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 14.

$$\alpha. v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

$$\beta. T = 3.200\pi \sqrt{2} \text{ s.}$$

$$\gamma. \alpha_k = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\delta. E_{\mu\eta\chi} = -64 \cdot 10^8 \text{ J.}$$

122. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (1), όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Έστω ρ_Γ η πυκνότητα της Γης και ρ_Π η πυκνότητα του πλανήτη. Είναι:

$$\rho_\Pi = \rho_\Gamma \quad \text{ή} \quad \frac{M_\Pi}{V_\Pi} = \frac{M_\Gamma}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{M_\Pi}{\frac{4}{3}R_\Pi^3} = \frac{8M_\Pi}{\frac{4}{3}R_\Gamma^3} \quad \text{ή} \quad R_\Gamma^3 = 8R_\Pi^3 \quad \text{ή} \quad R_\Gamma = 2R_\Pi \quad \text{ή} \quad R_\Pi = \frac{R_\Gamma}{2}.$$

Έστω g_Π το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη στην επιφάνειά του. Είναι:

$$g_\Pi = \frac{GM_\Pi}{R_\Pi^2} \quad \text{ή} \quad g_\Pi = G \frac{\frac{M_\Gamma}{8}}{\left(\frac{R_\Gamma}{2}\right)^2} \quad \text{ή} \quad g_\Pi = \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$g_\Pi = \frac{g_0}{2} \quad \text{ή} \quad g_\Pi = 5 \text{ N/kg.}$$

β. Έστω v_δ η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος μάζας m από την επιφάνεια του πλανήτη. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα πλανήτης – σώμα έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_\delta^2 - \frac{GM_\Pi m}{R_\Pi} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Pi}{R_\Pi}}$$

$$\text{ή} \quad v_\delta = \sqrt{\frac{2G \frac{M_\Gamma}{8}}{\frac{R_\Gamma}{2}}} \quad \text{ή} \quad v_\delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$v_\delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_\delta = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός δορυφόρου μάζας m που περιφέρεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τον πλανήτη, σε ύψος $h = R_\Pi$ πάνω από την επιφάνειά του. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}_\Pi$ από τον πλανήτη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$F_\Pi = F_\kappa \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Pi m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{mv^2}{R_\Pi + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Pi}{R_\Pi + h}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{G \frac{M_\Gamma}{8}}{4 \frac{R_\Gamma}{2}}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v = \frac{1}{4} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

δ. Έστω T η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου. Είναι:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi 4R_\Pi}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi 4 \frac{R_\Gamma}{2}}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{4\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad T = 12.800\pi \text{ s}.$$

123. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γ_η στην επιφάνειά της δίνεται από τη

$$\text{σχέση:} \quad g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της } \Gamma_\eta.$$

$$\text{Είναι:} \quad V_A = -G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad -\frac{9}{16} g_0 R_\Gamma = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}$$

$$\text{ή} \quad 9(R_\Gamma + h_1) = 16R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h_1 = \frac{7}{9} R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h_1 = \frac{448}{9} \cdot 10^5 \text{ m}.$$

β. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γ_η . Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h_1)^2} = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h_1} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad (1)$$

ή λόγω της σχέσης (1): $v = \frac{3}{4}\sqrt{g_0 R_\Gamma}$ ή $v = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

γ. Έστω v' το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος $h_2 = 3R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}'$ από τη Γη. Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}'$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$F' = F_k \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h_2)^2} = \frac{mv'^2}{R_\Gamma + h_2} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2}} \quad \text{ή} \quad v' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$$

ή λόγω της σχέσης (1): $v' = \frac{1}{2}\sqrt{g_0 R_\Gamma}$ ή $v' = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Έστω $E_{\text{προσφ}}$ η ζητούμενη προσφερόμενη ενέργεια. Είναι: $E_{\text{μην}(αρχ)} + E_{\text{προσφ}} = E_{\text{μην}(τελ)}$

$$\text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{προσφ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h_1} + E_{\text{προσφ}} = -\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h_2} + \frac{1}{2}mv'^2$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{9GM_\Gamma m}{16R_\Gamma} + E_{\text{προσφ}} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{GM_\Gamma m}{4R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{9}{16}mg_0 R_\Gamma + E_{\text{προσφ}} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{mg_0 R_\Gamma}{4} \quad \text{ή} \quad E_{\text{προσφ}} = 32 \cdot 10^8 \text{ J}.$$

δ. Έστω α_k το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος h_2 πάνω από την επιφάνεια της Γης υπό τη δράση της βαρύτικής δύναμης $\vec{F}'$ που δέχεται από τη Γη. Είναι:

$$F' = F_k \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h_2)^2} = m\alpha_k \quad \text{ή} \quad \alpha_k = \frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\alpha_k = \frac{g_0}{4} \quad \text{ή} \quad \alpha_k = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

124. α. Έστω ένα σημείο Α της κυκλικής τροχιάς του δορυφόρου. Είναι:

$$g_A = \frac{16}{81}g_0 \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{16}{81} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad 81R_\Gamma^2 = 16(R_\Gamma + h)^2 \quad \text{ή} \quad 9R_\Gamma = 4(R_\Gamma + h)$$

$$\text{ή} \quad h = \frac{5}{4}R_\Gamma \quad \text{ή} \quad h = 8 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

β. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέ-

$$\text{ση: } g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1), \quad \text{όπου } M_\Gamma \text{ η μάζα της Γης.}$$

Έστω V_A το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$$V_A = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{4}{5} \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$V = -\frac{4}{5} g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad V = -51,2 \cdot 10^6 \text{ J/kg.}$$

γ. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γη. Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } v = \frac{2}{3} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Η κινητική ενέργεια K του δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{ή} \quad K = 128 \cdot 10^7 \text{ J.}$$

δ. Έστω T η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου. Είναι: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$\text{ή} \quad T = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi \cdot \frac{9}{4} R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{9\pi R_\Gamma}{2v} \quad \text{ή} \quad T = 5.400\pi \text{ s.}$$

ε. Έστω $E_{\text{προσφ}}$ η ζητούμενη προσφερόμενη ενέργεια. Είναι: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{προσφ}} = E_{\text{μηχ(τελ)}}$

$$\text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{προσφ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h} + E_{\text{προσφ}} = 0 + 0$$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } E_{\text{προσφ}} = \frac{4}{9} g_0 R_\Gamma m_1 - \frac{1}{2} m_1 v^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{προσφ}} = 256 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

125. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 15.

α. $v = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

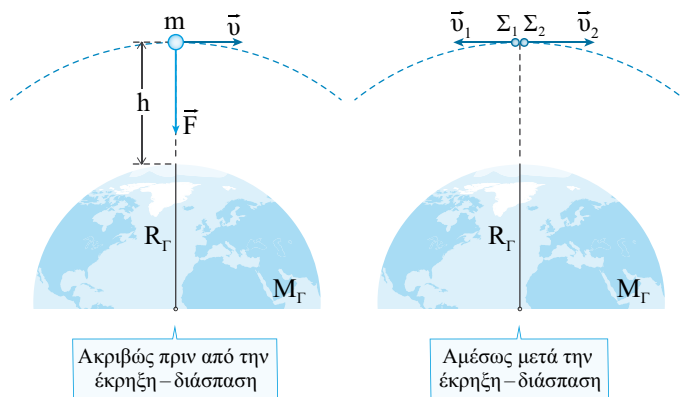
β. $v_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

γ. $v_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$ Είναι: $v_8 = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$

Επειδή είναι: $v_2 > v_8$, το σώμα Σ_2 διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

δ. $E_{\text{ελ.ευθ}} = 192 \cdot 10^7 \text{ J.}$

126. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου.



Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γη. Η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς, ισχύει:

$$F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad G \frac{M_{\Gamma} m}{(R_{\Gamma} + h)^2} = \frac{mv^2}{R_{\Gamma} + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad (1),$$

όπου M_{Γ} η μάζα της Γης.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή} \quad GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v = \frac{3}{4} \sqrt{g_0 R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

β. Το σώμα Σ_1 μετά την έκρηξη – διάσπαση εξακολουθεί να είναι δορυφόρος της Γης. Έστω v_1 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος Σ_1 . Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η γραμμική ταχύτητα ενός δορυφόρου της Γης που περιφέρεται σε ύψος $h = (7/9)R_{\Gamma}$ πάνω από την επιφάνειά της είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του δορυφόρου. Συνεπώς, ισχύει:

$$v_1 = v \quad \text{ή} \quad v_1 = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

γ. Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Είναι:

$$v_2 = v_{\delta} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2): } v_2 = \frac{3}{4} \sqrt{2} \sqrt{g_0 R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v_2 = 6\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

δ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}:$$

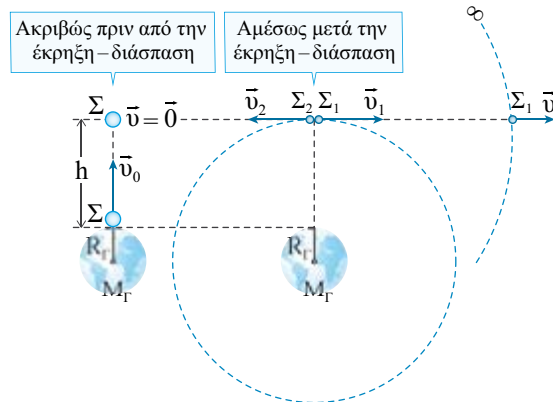
$$(m_1 + m_2)v = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1(v + v_1) = m_2(v_2 - v) \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v}{v + v_1} \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}.$$

127. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 16.

α. $v_1 = v_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. **β.** $t = 6.400\pi \text{ s}$. **γ.** $E_{\text{απολ.}} = 32 \cdot 10^8 \text{ J}$. **δ.** $v' = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

128. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη

σχέση: $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (1), όπου M_Γ η μάζα της Γης.



Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ

έχουμε: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - \frac{GM_\Gamma m}{4R_\Gamma}$

ή $v_0 = \sqrt{\frac{3GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } v_0 = \sqrt{\frac{3g_0 R_\Gamma}{2}} \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

β. Έστω g το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad \text{ή} \quad g = \frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } g = \frac{g_0}{16} \quad \text{ή} \quad g = 0,625 \text{ N/kg}.$

γ. Έστω V_A το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης στο σημείο Α. Είναι:

$V_A = -\frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1): } V_A = -\frac{g_0 R_\Gamma}{4} \quad \text{ή} \quad V_A = -16 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$

δ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ_2 είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γη, η

οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι: $F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m_2}{(4R_\Gamma)^2} = \frac{m_2 v_2^2}{4R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{4R_\Gamma}}$

ή λόγω της σχέσης (1): $v_2 = \frac{1}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας } \vec{v}_1:$$

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

ε. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το σώμα Σ_1 από το βαρυτικό πεδίο της Γης. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος Σ_1 από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία εξέρχεται από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{4R_\Gamma} = \frac{1}{2} m_1 v^2 + 0$$

$$\text{ή} \quad v = \sqrt{v_1^2 - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{v_1^2 - \frac{g_0 R_\Gamma}{2}} \quad \text{ή} \quad v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

ΘΕΜΑΤΑ Δ

129. α. Το μέτρο v_1 της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης ισούται με την ταχύτητα διαφυγής του v_δ από το ύψος αυτό. Συνεπώς ισχύει:

$$v_1 = v_\delta \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_1 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

β. Η κίνηση του διαστημικού οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Συνεπώς, ισχύει:

$$v_1 = at \quad \text{ή} \quad t = \frac{v_1}{a} \quad (1) \quad \text{και} \quad h = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{a} \quad \text{ή} \quad a = \frac{v_1^2}{2h} \quad \text{ή} \quad a = 5 \text{ m/s}^2.$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $t = 1.600 \text{ s}$.

γ. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας ενός δορυφόρου Δ μάζας m που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι το βάρος του $\vec{w}$, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς ισχύει:

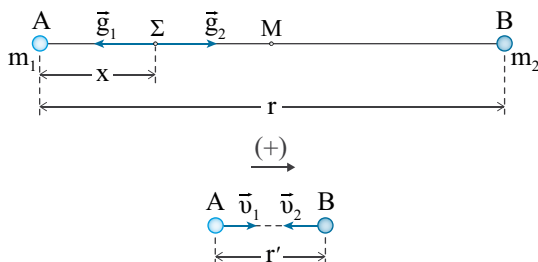
$$\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad w = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad mg = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad g = \frac{v^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$$

$$\text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}} \quad \text{ή} \quad v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

$$\delta. \text{ Είναι: } v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{4\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad T = 3.200\sqrt{2}\pi \text{ s}.$$

Επειδή είναι $T > t$, ο δορυφόρος δεν θα συγκρουστεί με το διαστημικό όχημα.

130. α. Έστω V_M το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν τα σώματα Α και Β στο μέσον Μ της μεταξύ τους απόστασης.



Είναι: $V_M = V_{M(m_1)} + V_{M(m_2)}$ ή $V_M = -G \frac{m_1}{\frac{r}{2}} - G \frac{m_2}{\frac{r}{2}}$ ή $V_M = -\frac{2G}{r}(m_1 + m_2)$

ή $V_M = -13,34 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}$.

β. Έστω x η απόσταση από το σώμα A του σημείου Σ του ευθύγραμμου τμήματος AB , στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν τα σώματα A και B είναι ίση

με μηδέν. Είναι: $\vec{g}_{ολ} = \vec{0}$ ή $g_1 - g_2 = 0$ ή $g_1 = g_2$ ή $G \frac{m_1}{x^2} = G \frac{m_2}{(r-x)^2}$ ή $\left(\frac{x}{r-x}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2}$

ή $\frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ ή $\frac{x}{r-x} = \frac{1}{3}$ ή $x = \frac{r}{4}$ ή $x = 2.500 \text{ m}$.

γ. Έστω v_1 και v_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων A και B αντίστοιχα τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' . Επειδή το σύστημα των σωμάτων A και B είναι μονωμένο, η ορμή του διατηρείται σταθερή. Συνεπώς, ισχύει: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$: $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$ ή $m_1 v_1 = m_2 v_2$

ή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ή $\frac{v_1}{v_2} = 9$.

Οι κινητικές ενέργειες K_1 και K_2 των σωμάτων A και B αντίστοιχα τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' δίνονται από τις σχέσεις:

$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ (1) και $K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$ ή $\frac{K_1}{K_2} = 9$.

δ. Έστω U_1 η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων A και B τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r . Είναι: $U_1 = -G \frac{m_1 m_2}{r}$ (3).

Έστω U_2 η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων A και B τη χρονική στιγμή στην οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r' . Είναι: $U_2 = -G \frac{m_1 m_2}{r'}$ (4).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{r'}{r}$ ή $\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{5}$.

131. α. Έστω U η δυναμική ενέργεια του συστήματος $\Gamma\eta$ – δορυφόρος A . Είναι:

$U = -G \frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h}$ ή $U = -G \frac{M_\Gamma m_1}{2R_\Gamma}$ (1), όπου M_Γ η μάζα της $\Gamma\eta$.

Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $U = -\frac{g_0 R_\Gamma m_1}{2}$ ή $U = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$.

β. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Α είναι η βαρυτική έλξη $\vec{F}$ από τη Γη. Η δύναμη $\vec{F}$ δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Συνεπώς ισχύει: $\Sigma F_{\text{ακτ}} = F_\kappa$ ή $F = \frac{m_1 v^2}{r}$

$$\text{ή} \quad G \frac{M_\Gamma m_1}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m_1 v^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (2):}$$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}} \quad (3) \quad \text{ή} \quad v = \frac{8 \cdot 10^3}{\sqrt{2}} \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v = 5,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

Το μέτρο ω της γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου Α υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \omega r \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{r} \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{2R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \omega = 43,75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}.$$

γ. Η αρχική μηχανική ενέργεια $E_{\text{μηχ(αρχ)}}$ του σώματος Γ, όταν περιφέρεται μαζί με τον δορυφόρο,

$$\text{υπολογίζεται από τη σχέση: } E_{\text{μηχ(αρχ)}} = K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h}$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GM_\Gamma m}{2R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3):}$$

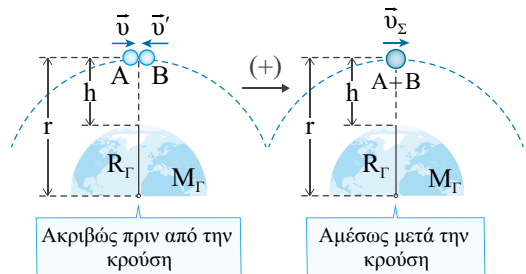
$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} = \frac{mg_0 R_\Gamma}{4} - \frac{mg_0 R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} = -\frac{mg_0 R_\Gamma}{4} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} = -32 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Έστω $E_{\text{απαιτ}}$ η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται να δοθεί στο σώμα Γ, ώστε να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα. Από την Αρχή Διατήρησης της

$$\text{Ενέργειας έχουμε: } E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = K_\infty + U_\infty$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = -E_{\text{μηχ(αρχ)}} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = 32 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

δ. Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι το μέτρο της ταχύτητας ενός δορυφόρου που περιφέρεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης είναι ανεξάρτητο της μάζας του δορυφόρου. Επομένως, το μέτρο v' της ταχύτητας του δορυφόρου Β



είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α ($v' = v$). Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δορυφόρων Α και Β κατά την κρούση έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{u}$ του δορυφόρου Α ακριβώς πριν από την κρούση:

$$m_1 v - m_2 v' = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad (m_1 - m_2) v = (m_1 + m_2) v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 2,8 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = \frac{\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2}{\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 75\%.$$

132. α. Έστω v το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι η βαρυντική έλξη $\vec{F}$ από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$F = F_\kappa \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad (1).$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}}$ ή $v = \frac{8 \cdot 10^3}{\sqrt{2}} \text{ m/s}$
ή $v = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}$ ή $v = 5,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Έστω p το μέτρο της ορμής του δορυφόρου. Είναι: $p = mv$ ή $p = 16,8 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

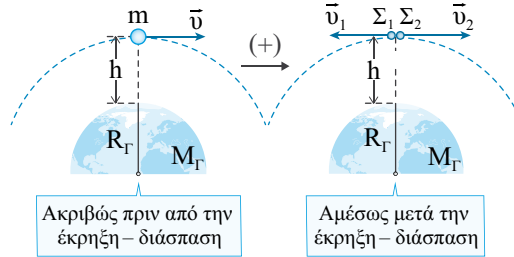
β. Το μέτρο v_2 της ταχύτητας του τμήματος Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση είναι ίσο με την ταχύτητα διαφυγής του v_δ από το ύψος h . Είναι:

$$v_2 = v_\delta \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma R_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{2R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2):}$$

$$v_2 = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

γ. Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι το μέτρο της ταχύτητας ενός δορυφόρου που περιφέρεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης είναι ανεξάρτητο της μάζας του δορυφόρου. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Επειδή το τμήμα Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση εξακολουθεί να περιφέρεται

στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτήν που περιφερόταν ο δορυφόρος πριν από την έκρηξη – διάσπαση, το μέτρο v_1 της ταχύτητάς του είναι ίσο με το μέτρο v της ταχύτητας του δορυφόρου. Είναι: $v_1 = v$ ή $v_1 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των τμημάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$:

$$(m_1 + m_2)v = -m_1v_1 + m_2v_2 \quad \text{ή} \quad m_1(v + v_1) = m_2(v_2 - v) \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v}{v + v_1} \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} \approx \frac{1}{5} \quad (3).$$

δ. Από τη σχέση (3) προκύπτει: $m_2 = 5m_1$ (4).

Είναι: $m = m_1 + m_2$ ή λόγω της σχέσης (4): $m = 6m_1$ ή $m_1 = 50 \text{ kg}$.

Από τη σχέση (4), για $m_1 = 50 \text{ kg}$, προκύπτει: $m_2 = 250 \text{ kg}$.

Έστω $E_{ελευθ}$ η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη. Είναι: $E_{ελευθ} = K_{ολ(μετά)} - K_{ολ(πριν)}$

$$\text{ή} \quad E_{ελευθ} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad \text{ή} \quad E_{ελευθ} = 4 \cdot 10^9 \text{ J}.$$

133. α. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος h_1 πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι το βάρος του $\vec{w}$, το οποίο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$w = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad Mg = \frac{Mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad g = \frac{v^2}{r} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_{\Gamma}}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r}} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h_1}}$$

$$\text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{3R_{\Gamma}}} \quad (1), \quad \text{όπου } M_{\Gamma} \text{ η μάζα της Γης.}$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή} \quad GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{3}}$ (3) ή $v = \sqrt{21,33} \cdot 10^3 \text{ m/s}$
ή $v = 4,62 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

β. Έστω W_w το έργο του βάρους του δορυφόρου κατά την αλλαγή της τροχιάς του από το ύψος h_1 σε ύψος h_2 πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$$W_w = M(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) \quad \text{ή} \quad W_w = M \left[-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} - \left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_2} \right) \right] \quad \text{ή} \quad W_w = M \left(-\frac{GM_\Gamma}{3R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \right)$$

$$\text{ή} \quad W_w = +\frac{GM_\Gamma M}{6R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2):} \quad W_w = +\frac{g_0 R_\Gamma M}{6} \quad \text{ή} \quad W_w = +3,2 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

γ. Έστω $E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau}$ η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στο τμήμα μάζας m_2 του δορυφόρου, όταν ο δορυφόρος περιφέρεται σε ύψος h_1 πάνω από την επιφάνεια της Γης, ώστε να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα. Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για το σύστημα της Γης και του τμήματος μάζας m_2 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} + E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} + E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = K_\infty + U_\infty \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_2 v^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h_1} + E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = 0 + 0$$

$$\text{ή} \quad \text{λόγω των σχέσεων (2) και (3):} \quad E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = \frac{m_2 g_0 R_\Gamma}{3} - \frac{m_2 g_0 R_\Gamma}{6} \quad \text{ή} \quad E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = \frac{m_2 g_0 R_\Gamma}{6}$$

$$\text{ή} \quad E_{\alpha\pi\alpha\iota\tau} = 1,06 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

δ. Έστω m_1 η μάζα του υπόλοιπου τμήματος του δορυφόρου, μετά την αποχώρηση του τμήματος μάζας m_2 . Είναι: $m_1 = M - m_2$ ή $m_1 = 200 \text{ kg}$.

Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος μάζας m_1 του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος h_1 πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι το μέτρο της ταχύτητας v_1 είναι ανεξάρτητο από τη μάζα m_1 . Επομένως, ισχύει: $v_1 = v$.

Έστω $E_{\mu\eta\chi}$ η μηχανική ενέργεια του τμήματος μάζας m_1 του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος h_1 πάνω από την επιφάνεια της Γης. Είναι:

$$E_{\mu\eta\chi} = K + U \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h_1} \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{3R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \text{λόγω των σχέσεων (2) και (3):} \quad E_{\mu\eta\chi} = -\frac{g_0 R_\Gamma m_1}{6} \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi} = -2,12 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

134. α. Η περίοδος T της κυκλικής κίνησης του δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi r}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{8\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad T = 40.192 \text{ s}.$$

Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου. Είναι: $v = \omega r$ ή $\omega = \frac{v}{R_\Gamma + h}$

$$\text{ή} \quad \omega = \frac{4v}{R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{1}{64} \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}.$$

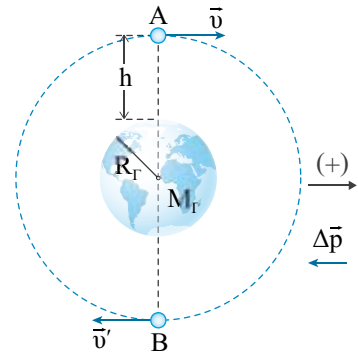
β. Επειδή ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας παραμένει σταθερό και ίσο με v . Έστω $\Delta \vec{p}$ η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$.

Αν ο δορυφόρος κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση Α που φαίνεται στο σχήμα, τότε σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$ θα βρίσκεται στην αντιδιαμετρική θέση Β που φαίνεται στο σχήμα. Είναι: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά:

$$\Delta p = -Mv' - Mv \quad \text{ή} \quad \Delta p = -2Mv \quad \text{ή} \quad \Delta p = -4 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Συνεπώς, η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου στο χρονικό διάστημα Δt έχει φορά προς τα αριστερά, όπως φαίνεται στο σχήμα και το μέτρο της είναι: $|\Delta p| = 4 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.



γ. Έστω $|\Delta p|$ η μεταβολή του μέτρου της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta t' = T/4$.

$$\text{Είναι: } |\Delta p| = |p_{\text{τελ}}| - |p_{\text{αρχ}}| \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = mv - mv \quad \text{ή} \quad |\Delta p| = 0.$$

δ. Έστω v' το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όταν περιφέρεται σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο είναι το βάρος του $\vec{w}$, το οποίο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$w = F_\kappa \quad \text{ή} \quad Mg = \frac{Mv'^2}{R_\Gamma + h'} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h')^2} = \frac{v'^2}{R_\Gamma + h'} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h'}} \quad \text{ή} \quad v' = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{6R_\Gamma}} \quad (1),$$

όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνεια της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v' = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{6}} \quad (3).$

Έστω $E_{\text{απαιτ}}$ η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο, όταν περιφέρεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, ώστε να μπορεί να περιφέρεται σε ύψος h' πάνω από την επιφάνεια της Γης. Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για το σύστημα Γη – δορυφόρος έχουμε:

$$E_{\text{μηχ(αρχ)}} + E_{\text{απαιτ}} = E_{\text{μηχ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + E_{\text{απαιτ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} Mv^2 - \frac{GM_{\Gamma}M}{R_{\Gamma} + h} + E_{\text{απαιτ}} = \frac{1}{2} Mv'^2 - \frac{GM_{\Gamma}M}{R_{\Gamma} + h'} \quad \text{ή} \quad \frac{Mv^2}{2} - \frac{GM_{\Gamma}M}{4R_{\Gamma}} + E_{\text{απαιτ}} = \frac{Mv'^2}{2} - \frac{GM_{\Gamma}M}{6R_{\Gamma}}$$

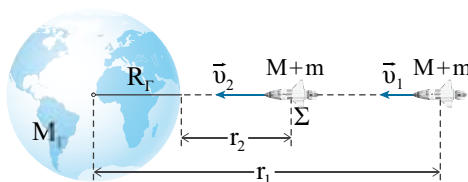
$$\text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3):} \quad \frac{Mv^2}{2} - \frac{g_0 R_{\Gamma} M}{4} + E_{\text{απαιτ}} = \frac{g_0 R_{\Gamma} M}{12} - \frac{g_0 R_{\Gamma} M}{6}$$

$$\text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = \frac{g_0 R_{\Gamma} M}{6} - \frac{Mv^2}{2} \quad \text{ή} \quad E_{\text{απαιτ}} = 13,33 \cdot 10^8 \text{ J.}$$

135. α. Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή} \quad GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2 \quad (1).$$

Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος τη χρονική στιγμή στην οποία απέχει απόσταση r_2 από την επιφάνεια της Γης.



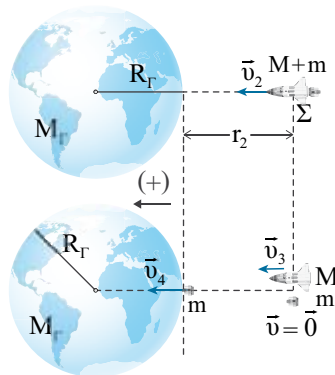
Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – διαστημικό όχημα έχουμε: $E_{\text{μηχ(αρχ)}} = E_{\text{μηχ(τελ)}}$

$$\text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} (M+m) v_1^2 - \frac{GM_{\Gamma} (M+m)}{r_1} = \frac{1}{2} (M+m) v_2^2 - \frac{GM_{\Gamma} (M+m)}{R_{\Gamma} + r_2}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_{\Gamma}}{4R_{\Gamma}} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM_{\Gamma}}{2R_{\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1): } v_2 = \sqrt{\frac{g_0 R_{\Gamma}}{2} + v_1^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{68} \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\text{ή} \quad v_2 = 8,25 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Έστω v_3 το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος αμέσως μετά την απελευθέρωση της σεληνάκατου.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα του διαστημικού οχήματος και της σεληνάκατου κατά τη διάρκεια της απελευθέρωσης της σεληνάκατου έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή} \quad (M + m)v_2 = Mv_3 \quad \text{ή} \quad v_3 = 9,6 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_4 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η σεληνάκατος φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σεληνάκατος – Γη έχουμε:

$$E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma} + r_2} = \frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{GM_{\Gamma}m}{R_{\Gamma}}$$

$$\text{ή} \quad v_4^2 = \frac{2GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} - \frac{2GM_{\Gamma}}{2R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v_4 = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

$$v_4 = \sqrt{g_0 R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v_4 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

δ. Έστω W_F το έργο της δύναμης $\vec{F}$ που ασκούν οι ανασχετικοί πύραυλοι στο διαστημικό όχημα κατά τη διάρκεια της κίνησής του από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την απελευθέρωση της σεληνάκατου μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του διαστημικού οχήματος έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_w \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}Mv_3^2 = W_F + M(V_{αρχ} - V_{τελ})$$

$$\text{ή} \quad W_F = -M \left[-\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + r_2} - \left(-\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} \right) \right] - \frac{1}{2}Mv_3^2 \quad \text{ή} \quad W_F = -M \left(-\frac{GM_{\Gamma}}{2R_{\Gamma}} + \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} \right) - \frac{1}{2}Mv_3^2$$

$$\text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):} \quad W_F = -\frac{Mg_0 R_{\Gamma} + Mv_3^2}{2} \quad \text{ή} \quad W_F = -468,48 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

136. α. Το μέτρο v_δ της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης υπολογίζεται από τη σχέση: $v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$ (1), όπου M_Γ η μάζα της Γης.

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση: $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ ή $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ (2).

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v_\delta = \sqrt{2g_0 R_\Gamma}$ (3) ή $v_\delta = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

β. Έστω V_0 το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στα σημεία που βρίσκονται στην επιφάνεια της Γης. Είναι: $V_0 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}$ ή λόγω της σχέσης (2):

$$V_0 = -g_0 R_\Gamma \quad \text{ή} \quad V_0 = -64 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$$

Έστω V_A το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$

πάνω από την επιφάνειά της. Είναι: $V_A = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}$ ή $V_A = -\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}$ ή λόγω της σχέσης (2):

$$V_A = -\frac{g_0 R_\Gamma}{2} \quad \text{ή} \quad V_A = -32 \cdot 10^6 \text{ J/kg}.$$

γ. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πυραύλου από την επιφάνεια της Γης μέχρι το ύψος h (σημείο Α) πάνω από την επιφάνεια της Γης. Έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{O \rightarrow A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = m(V_0 - V_A) \quad \text{ή} \quad v_2 = \sqrt{2(V_0 - V_A) + v_1^2}$$

$$\text{ή} \quad v_2 = 2\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

δ. Έστω h_{max} το μέγιστο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης στην οποία φτάνει ο πύραυλος (στη θέση όπου η ταχύτητα του μηδενίζεται στιγμιαία). Από την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – πύραυλος έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h_{\text{max}}}$$

$$\text{ή} \quad \frac{9v_\delta^2}{32} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_{\text{max}}} \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (2) και (3):}$$

$$\frac{9g_0 R_\Gamma}{16} - g_0 R_\Gamma = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{\text{max}}} \quad \text{ή} \quad \frac{7}{16} = \frac{R_\Gamma}{R_\Gamma + h_{\text{max}}} \quad \text{ή} \quad h_{\text{max}} = \frac{9R_\Gamma}{7} \quad \text{ή} \quad h_{\text{max}} = 8,23 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

137. α. Έστω $\bar{v}$ το μέτρο της ταχύτητας του διαστημικού οχήματος πριν από την εκτόξευση του σώματος μάζας m_1 .

Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο διαστημικό όχημα είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τον πλανήτη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Είναι:

$$F = F_{\kappa} \quad \text{ή} \quad \frac{GM_{\pi}m}{(R_{\pi} + h)^2} = \frac{mv^2}{R_{\pi} + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\pi}}{3R_{\pi}}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \quad (1).$$

Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \quad \text{ή} \quad GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2 \quad (2).$$

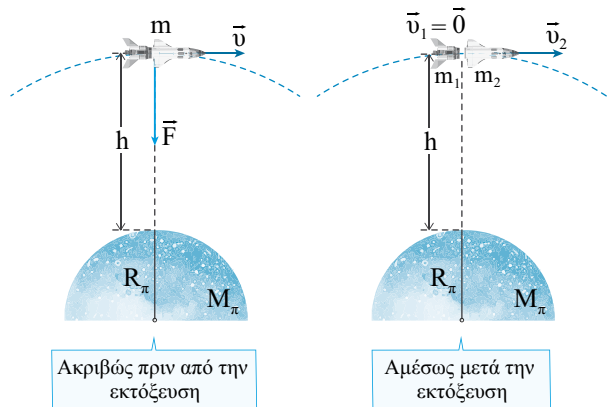
Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $v = \frac{1}{3} \sqrt{g_0 R_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{8}{3} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

Έστω T η περίοδος περιφοράς του διαστημικού οχήματος. Είναι:

$$v = \frac{2\pi(R_{\pi} + h)}{T} \quad \text{ή} \quad T = \frac{6\pi R_{\pi}}{v} \quad \text{ή} \quad T = \frac{6\pi R_{\Gamma}}{v} \quad \text{ή} \quad T = 14.400 \pi \text{ s}.$$

β. Έστω m_2 η μάζα του υπόλοιπου διαστημικού οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος μάζας m_1 . Είναι: $m = m_1 + m_2 \quad \text{ή} \quad m_2 = \frac{2m}{3}$

Έστω v_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την εκτόξευση του σώματος μάζας m_1 .



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων m_1 και m_2 έχουμε: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\bar{v}$:

$$mv = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad mv = \frac{2m}{3} v_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = \frac{3}{2} v \quad \text{ή} \quad v_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

γ. Είναι: $m_1 = \frac{m}{3}$ ή $m_1 = 300 \text{ kg}$ και $m_2 = \frac{2m}{3}$ ή $m_2 = 600 \text{ kg}$.

Έστω ΔE η μηχανική ενέργεια που αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας της εκτόξευσης του σώματος μάζας m_1 . Είναι: $\Delta E_{\mu\eta\chi} = K_{ολ(\muετ\acute{\alpha})} - K_{ολ(\pi\rho\iota\nu)}$ ή $\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}m v^2$

$$\text{ή } \Delta E_{\mu\eta\chi} = 1,6 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

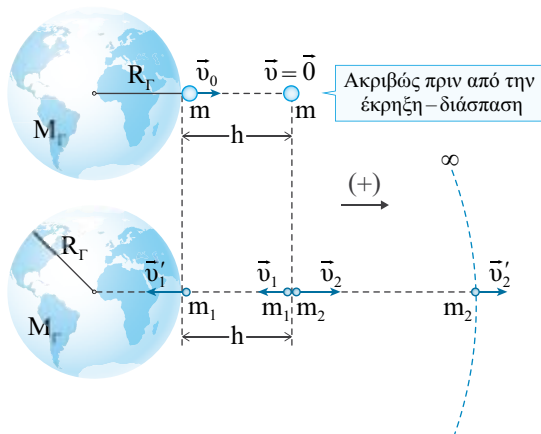
δ. Έστω v'_1 το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα μάζας m_1 φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα του σώματος μάζας m_1 και του πλανήτη κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m_1 έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \text{ ή } 0 - \frac{GM_{\pi}m_1}{R_{\pi} + h} = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 - \frac{GM_{\pi}m_1}{R_{\pi}}$$

$$\text{ή } -\frac{GM_{\Gamma}}{9R_{\Gamma}} = \frac{v_1'^2}{2} - \frac{GM_{\Gamma}}{3R_{\Gamma}} \text{ ή } v_1' = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \text{ ή λόγω της σχέσης (2):}$$

$$v_1' = \frac{2}{3}\sqrt{g_0 R_{\Gamma}} \text{ ή } v_1' = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

138. α. Εφόσον το σώμα μάζας m μόλις που φτάνει σε ύψος $h = R_{\Gamma}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, το μέτρο της ταχύτητάς του στο ύψος αυτό είναι ίσο με μηδέν.



Το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \text{ ή } GM_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2 \text{ (1).}$$

Για να υπολογίσουμε το μέτρο v_0 της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα μάζας m από την επιφάνεια της Γης, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα σώμα μάζας m – Γη κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m από τη χρονική στιγμή στην οποία εκτοξεύτηκε μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης. Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = -\frac{GM_\Gamma m}{2R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v_0 = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_0 = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Έστω v_δ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την

επιφάνεια της Γης. Είναι: $v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v_\delta = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$

$$v_\delta = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Έστω v_1 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα μάζας m_1 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} = \frac{v_1'^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{v_1'^2 - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$v_1 = \sqrt{v_1'^2 - g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_1 = 8\sqrt{3} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων με μάζες m_1 και m_2 κατά την έκρηξη – διάσπαση έχουμε: $\vec{p}_{\text{ολ}(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{μετά})} \quad \text{ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας} \quad \vec{v}_2 :$

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_2 v_2 = m_1 v_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = v_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = 8\sqrt{3} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Επειδή είναι $v_2 > v_\delta$, το σώμα μάζας m_2 θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

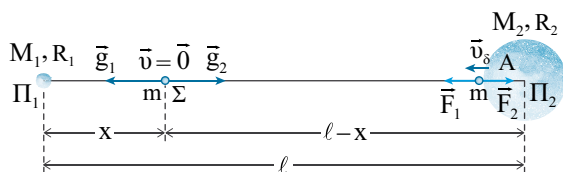
δ. Έστω v_2' το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα μάζας m_2 φτάνει στο άπειρο. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα μάζας m_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης (φτάνει στο άπειρο), έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + 0$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} = \frac{v_2'^2}{2} \quad \text{ή} \quad v_2' = \sqrt{v_2^2 - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

$$v_2' = \sqrt{v_2^2 - g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_2' = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

139. α. Έστω $\vec{g}_1$ και $\vec{g}_2$ οι εντάσεις των βαρυτικών πεδίων που δημιουργούν οι πλανήτες Π_1 και Π_2 αντίστοιχα στο σημείο Σ .



$$\text{Στο σημείο } \Sigma \text{ ισχύει: } \vec{g}_{\text{ολ}} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad g_1 - g_2 = 0 \quad \text{ή} \quad g_1 = g_2 \quad \text{ή} \quad \frac{GM_1}{x^2} = \frac{GM_2}{(\ell - x)^2}$$

$$\text{ή} \quad \frac{M_1}{x^2} = \frac{9M_1}{(\ell - x)^2} \quad \text{ή} \quad (\ell - x)^2 = 9x^2 \quad \text{ή} \quad \ell - x = 3x \quad \text{ή} \quad x = \frac{\ell}{4} \quad \text{ή} \quad x = 10R_1 \quad \text{ή} \quad x = 10^6 \text{ m}.$$

β. Έστω V_Σ το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι πλανήτες Π_1 και Π_2 στο σημείο Σ .

$$V_\Sigma = V_{\Sigma(\Pi_1)} + V_{\Sigma(\Pi_2)} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -\frac{GM_1}{x} - \frac{GM_2}{\ell - x} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -\frac{GM_1}{10R_1} - \frac{9GM_1}{30R_1} \quad \text{ή} \quad V_\Sigma = -0,4 \frac{GM_1}{R_1} \quad (1).$$

Το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Π_1 στην επιφάνειά του δίνεται από τη σχέση: $g_{0,1} = \frac{GM_1}{R_1^2}$ ή $GM_1 = g_{0,1} R_1^2$ (2).

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), προκύπτει: $V_\Sigma = -0,4 g_{0,1} R_1$ ή $V_\Sigma = -24 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$.

γ. Η ελάχιστη ταχύτητα $\vec{v}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε το σώμα μάζας m από ένα σημείο A της επιφάνειας του πλανήτη Π_2 που βρίσκεται πάνω στη διάκεντρο των δύο πλανητών είναι αυτή για την οποία το σώμα θα φτάσει στο σημείο Σ με μηδενική ταχύτητα ($\vec{v} = \vec{0}$), διότι στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς την επιφάνεια του πλανήτη Π_1 . Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_\delta$, εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος μάζας m μεταξύ των σημείων A και Σ . Είναι:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W_F \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m v_\delta^2 = m(V_A - V_\Sigma) \quad \text{ή} \quad v_\delta = \sqrt{2(V_A - V_\Sigma)} \quad (3).$$

Το δυναμικό στο σημείο Α υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_A = V_{A(\Pi_1)} + V_{A(\Pi_2)} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{GM_1}{\ell - R_2} - \frac{GM_2}{R_2} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{GM_1}{30R_1} - \frac{9GM_1}{10R_1} \quad \text{ή} \quad V_A = -\frac{28GM_1}{30R_1}$$

ή λόγω της σχέσης (2): $V_A = -\frac{28g_{0,1}R_1}{30} \quad \text{ή} \quad V_A = -56 \cdot 10^4 \text{ J/kg}.$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (3) προκύπτει: $v_\delta = 800 \text{ m/s}.$

δ. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μάζας m τη χρονική στιγμή της εκτόξευσής του από το σημείο Α είναι η δύναμη $\vec{F}_1$ από τον πλανήτη Π_1 και η δύναμη $\vec{F}_2$ από τον πλανήτη Π_2 . Έστω

$\frac{d\vec{p}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του. Είναι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ή} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad \text{θεωρώντας ως θετική τη φορά της δύναμης } \vec{F}_2:$

$$\frac{dp}{dt} = F_2 - F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{GM_2 m}{R_2^2} - \frac{GM_1 m}{(\ell - R_2)^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{9GM_1 m}{100R_1^2} - \frac{GM_1 m}{900R_1^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = +\frac{8GM_1 m}{90R_1^2}$$

ή λόγω της σχέσης (2): $\frac{dp}{dt} = +\frac{8g_{0,1}m}{90} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = +1,6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

140. α. Έστω v το μέτρο της ταχύτητας κάθε δορυφόρου. Η μοναδική δύναμη που ασκείται σε κάθε δορυφόρο είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ από τη Γη, η οποία δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Είναι: $F = F_k \quad \text{ή} \quad \frac{GM_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{mv^2}{R_\Gamma + h} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} \quad (1).$

Το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (2).$$

Από τη σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), έχουμε: $v = \frac{1}{2} \sqrt{g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

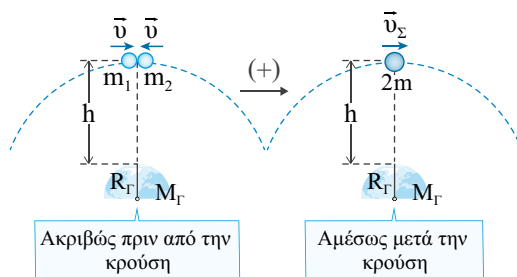
β. Οι δύο δορυφόροι έχουν την ίδια περίοδο περιφοράς T . Είναι: $v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{ή} \quad v = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{T}$

ή $T = \frac{8\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad T_1 = 12.800\pi \text{ s}.$

γ. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία συγκρούονται οι δύο δορυφόροι. Είναι:

$$s_1 + s_2 = 2\pi r \quad \text{ή} \quad vt_1 + vt_1 = 2\pi(R_\Gamma + h) \quad \text{ή} \quad 2vt_1 = 8\pi R_\Gamma \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{4\pi R_\Gamma}{v} \quad \text{ή} \quad t_1 = 6.400\pi \text{ s}.$$

δ. Έστω v_Σ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο δορυφόρων κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = 2m v_\Sigma \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 0.$$

Έστω $E_{απωλ}$ η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων εξαιτίας

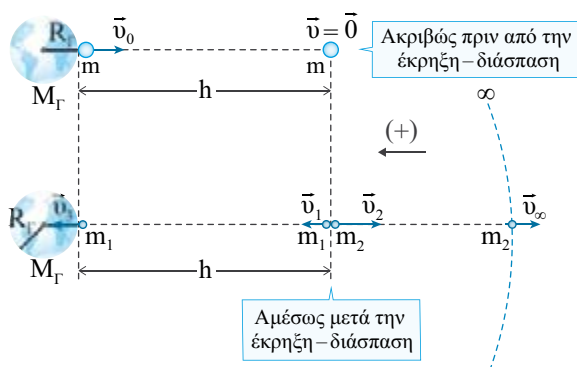
της κρούσης. Είναι: $E_{απωλ} = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = 2 \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{ή} \quad E_{απωλ} = m v^2$

$$\text{ή} \quad E_{απωλ} = 16 \cdot 10^8 \text{ J}.$$

141. α. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \quad \text{ή} \quad GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2 \quad (1).$$

Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_0$, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα μάζας m κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε έως τη χρονική στιγμή ακριβώς πριν από την έκρηξη – διάσπαση.



$$\text{Είναι: } E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} \quad \text{ή} \quad K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} = -\frac{GM_\Gamma}{8R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_0 = \sqrt{\frac{7GM_\Gamma}{4R_\Gamma}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$v_0 = \frac{1}{2} \sqrt{7g_0 R_\Gamma} \quad \text{ή} \quad v_0 = 4\sqrt{7} \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

β. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_2$, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα Γη – σώμα μάζας m_2 κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση μέχρι τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στο άπειρο. Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_\Gamma m_2}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} m_2 v_\infty^2 + 0$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{8R_\Gamma} = \frac{v_\infty^2}{2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v_2 = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{g_0 R_\Gamma}{4}} \quad \text{ή} \quad v_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

γ. Από την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά τη διάρκεια της έκρηξης – διάσπασης έχουμε: $\vec{P}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{P}_{\text{ολ}(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})}$ ή θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ή} \quad v_1 = 12 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad v_1 = 12 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_3$, εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη – διάσπαση έως τη χρονική στιγμή στην οποία φτάνει στη επιφάνεια της Γης. Έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} \quad \text{ή} \quad K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} m_1 v_3^2 - \frac{GM_\Gamma m_1}{R_\Gamma}$$

$$\text{ή} \quad \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{8R_\Gamma} = \frac{v_3^2}{2} - \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):} \quad v_3 = \sqrt{v_1^2 + \frac{7g_0 R_\Gamma}{4}} \quad \text{ή} \quad v_3 = 16 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

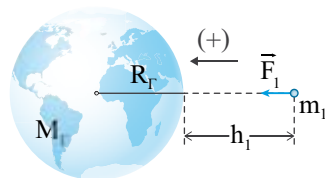
δ. Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα μάζας m_1 κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι η ελκτική βαρυτική δύναμη $\vec{F}_1$ από τη Γη. Έστω $\frac{d\vec{p}}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m_1 τη χρονική στιγμή στην οποία βρίσκεται σε ύψος h_1 πάνω από την επιφάνεια της

Γης. Είναι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F}$ ή αλγεβρικά:

$$\frac{dp}{dt} = F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = + \frac{GM_\Gamma m_1}{(R_\Gamma + h_1)^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = + \frac{GM_\Gamma m_1}{4R_\Gamma^2} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\frac{dp}{dt} = + \frac{g_0 m_1}{4} \quad \text{ή} \quad \frac{dp}{dt} = + 25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

Το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m_1 ταυτίζεται με το διάνυσμα της βαρυτικής δύναμης $\vec{F}_1$ που ασκείται στο σώμα μάζας m_1 από τη Γη, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Κεφάλαιο 4ο: Κινητική Θεωρία των αερίων

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

11. β	12. γ	13. α	14. γ	15. α	16. δ
17. β	18. β	19. γ	20. α	21. γ	22. α
23. α	24. α	25. α	26. β	27. δ	28. δ
29. δ	30. γ	31. δ	32. γ	33. β	34. δ
35. α	36. γ	37. δ			

Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

38.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
39.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
40.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
41.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
42.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ
43.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
44.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ

45. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Οι μεταβολές των δύο αερίων είναι ισοβαρείς και γίνονται κάτω από την ίδια πίεση p . Θεωρούμε τις καταστάσεις Α και Β που απεικονίζονται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος, οι οποίες αντιστοιχούν στην ίδια απόλυτη θερμοκρασία T και σε διαφορετικούς όγκους V_1 και V_2 του αερίου αντίστοιχα.

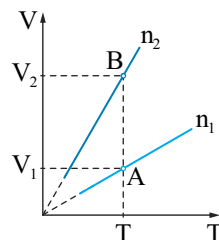
Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $pV_1 = n_1RT$ (1).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

$$pV_2 = n_2RT \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (3).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα, είναι $V_1 < V_2$, από τη σχέση (3) προκύπτει ότι: $n_1 < n_2$.



46. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μεταβολή AB είναι ισόχωρη μεταβολή, οπότε ισχύει: $V_B = V_A$ ή $V_B = V_1$.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β είναι:

$$p_B = 3p_1.$$

Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{3p_1}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = 3T_1.$$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής μεταβολή.

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{V_1}{3T_1} = \frac{V_\Gamma}{6T_1} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 2V_1.$$

47. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω V_B ο όγκος του αερίου στη κατάσταση Β. Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη, οπότε ισχύει:

$$V_B = V_A \text{ ή } V_B = 10 \text{ L.}$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πίεση του αερίου στην κατάσταση Α είναι: $p_A = 1 \text{ atm}$.

Έστω T_A και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α και Β αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $T_A = 300 \text{ K}$ και $T_B = 600 \text{ K}$.

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \text{ ή } p_B = \frac{p_A T_B}{T_A} \text{ ή } p_B = 2 \text{ atm.}$$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$p_\Gamma = 1 \text{ atm.}$$

Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \text{ ή } V_\Gamma = \frac{p_B V_B}{p_\Gamma} \text{ ή } V_\Gamma = 20 \text{ L.}$$

48. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω T_1 η αρχική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι:

$$T_1 = (102 + 273) \text{ K} \text{ ή } T_1 = 375 \text{ K.}$$

Έστω p_1 η αρχική και p_2 η τελική πίεση του αερίου. Είναι:

$$p_2 = p_1 + \frac{40}{100} p_1 \text{ ή } p_2 = 1,4 p_1.$$

Επειδή ο όγκος του δοχείου είναι σταθερός, η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισόχωρη.

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \text{ ή } T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} \text{ ή } T_2 = 525 \text{ K.}$$

$$\text{Είναι: } T_2 = \theta_2 + 273 \text{ ή } \theta_2 = 252 \text{ }^\circ\text{C.}$$

49. Σωστή επιλογή είναι η β.

Θεωρούμε τις καταστάσεις Α και Β του αερίου που απεικονίζονται στο διάγραμμα του επόμενου σχήματος 1, οι οποίες αντιστοιχούν στην ίδια απόλυτη θερμοκρασία T και σε διαφορετικές πιέσεις p_1 και p_2 του αερίου αντίστοιχα.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $p_1 V = n_1 RT$ (1).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε: $p_2 V = n_2 RT$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (3).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 1, είναι $p_1 > p_2$, από τη σχέση (3) προκύπτει: $n_1 > n_2$ (άτοπο).

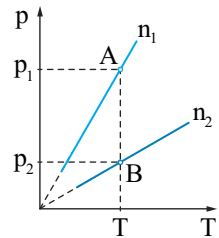
Θεωρούμε τις καταστάσεις Γ και Δ του αερίου που απεικονίζονται στο διάγραμμα σχήματος 2, οι οποίες αντιστοιχούν στην ίδια απόλυτη θερμοκρασία T και σε διαφορετικές πιέσεις p'_2 και p'_1 αντίστοιχα.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Γ έχουμε: $p'_2 V = n_2 RT$ (4).

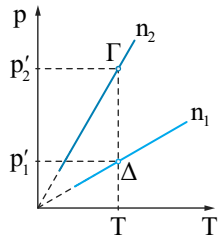
Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Δ έχουμε: $p'_1 V = n_1 RT$ (5).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) έχουμε: $\frac{p'_2}{p'_1} = \frac{n_2}{n_1}$ (6).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 2, είναι: $p'_2 > p'_1$, από τη σχέση (6) προκύπτει: $n_2 > n_1$.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

50. Σωστή επιλογή είναι η γ.

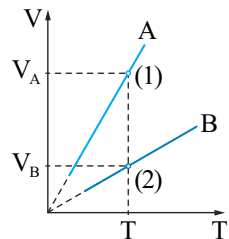
Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι στη μεταβολή ΑΒ η πίεση του αερίου είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του. Επομένως, η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει, ακόμη, ότι η απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση Β είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση Α. Συνεπώς, η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη θέρμανση.

51. Σωστή επιλογή είναι η α.

Θεωρούμε τις καταστάσεις (1) και (2) που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα, οι οποίες αντιστοιχούν στην ίδια απόλυτη θερμοκρασία T και σε διαφορετικούς όγκους V_A και V_B του αερίου αντίστοιχα.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση (1) έχουμε: $p_A V_A = n_A RT$ (1).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση (2) έχουμε: $p_B V_B = n_B RT$ (2).



Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{p_A V_A}{p_B V_B} = 1$ ή $\frac{p_A}{p_B} = \frac{V_B}{V_A}$ (3).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα, είναι $V_B < V_A$, από τη σχέση (3) προκύπτει ότι $p_A < p_B$.

52. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισοβαρής. Έστω V_1 ο αρχικός όγκος και V_2 ο τελικός όγκος του αερίου.

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή έχουμε:

$$\frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{3T} \quad \text{ή} \quad V_2 = 3V_1.$$

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση: $\pi = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 200\%.$

53. Σωστή επιλογή είναι η α.

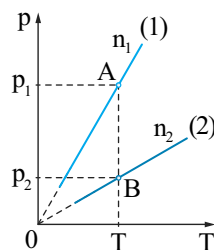
Θεωρούμε τις καταστάσεις Α και Β που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα, οι οποίες αντιστοιχούν στην ίδια απόλυτη θερμοκρασία T και σε διαφορετικές πιέσεις p_1 και p_2 του αερίου αντίστοιχα.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $p_1 V = n_1 R T$ (1).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε: $p_2 V = n_2 R T$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (3).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα είναι $p_1 > p_2$, από τη σχέση (3) προκύπτει ότι: $n_1 > n_2$.



54. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Επειδή το δοχείο έχει σταθερά τοιχώματα, η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισόχωρη. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1 3T_1}{T_1} \quad \text{ή} \quad p_2 = 3p_1.$$

55. Σωστή επιλογή είναι η β.

Στις μεταβολές AB και ΓΔ, όπως προκύπτει από το δοθέν διάγραμμα, ο όγκος του αερίου είναι ανάλογος της απόλυτης θερμοκρασίας του. Επομένως, οι μεταβολές AB και ΓΔ είναι ισοβαρείς.

Στις μεταβολές ΒΓ και ΔΑ, όπως προκύπτει από το δοθέν διάγραμμα, η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή. Επομένως, οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισόθερμες.

56. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω V_1 ο αρχικός και V_2 ο τελικός όγκος του αερίου. Είναι: $V_2 = 3V_1$.

Έστω p_1 η αρχική και p_2 η τελική πίεση του αερίου. Η μεταβολή που εκτελεί το αέριο είναι ισόθερμη. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή έχουμε:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1}{3}.$$

57. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μεταβολή που εκτελεί το αέριο είναι ισόχωρη. Έστω p_1 η αρχική πίεση και T_1 η αρχική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Έστω p_2 η τελική πίεση και T_2 η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι: $T_2 = 2T_1$.

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \quad \text{ή} \quad p_2 = 2p_1.$$

58. Σωστή επιλογή είναι η β.

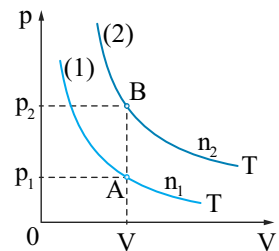
Θεωρούμε τις καταστάσεις Α και Β του αερίου που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα, οι οποίες αντιστοιχούν στον ίδιο όγκο V και σε διαφορετικές πιέσεις p_1 και p_2 του αερίου αντίστοιχα.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $p_1 V = n_1 R T$ (1).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε: $p_2 V = n_2 R T$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (3).

Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα είναι: $p_1 < p_2$, από τη σχέση (3) προκύπτει: $n_1 < n_2$.



59. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω n_1 τα αρχικά mol του αερίου πριν το άνοιγμα της βαλβίδας και V ο όγκος του δοχείου ($n_1 = 4 \text{ mol}$).

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων πριν από το άνοιγμα της βαλβίδας έχουμε:

$$p_0 V = n_1 R T_0 \quad (1).$$

Έστω n_2 τα τελικά mol του αερίου μετά το άνοιγμα της βαλβίδας. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων μετά το άνοιγμα της βαλβίδας έχουμε: $2p_0 V = n_2 R 4T_0 \quad (2)$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{1}{2} = \frac{n_1}{4n_2}$ ή $\frac{n_1}{n_2} = 2$.

60. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω p_1 η πίεση και V_1 ο όγκος του αερίου Α που υπάρχει στο αριστερό μέρος του δοχείου. Είναι: $V_1 = A\ell_1 \quad (1)$, όπου Α το εμβαδόν της επιφάνειας του εμβόλου.

Έστω p_2 η πίεση και V_2 ο όγκος του αερίου Β που υπάρχει στο δεξιό μέρος του δοχείου. Είναι: $V_2 = A\ell_2 \quad (2)$.

Επειδή το έμβολο ισορροπεί, ισχύει: $p_1 = p_2$.

Από την καταστατική εξίσωση για το ιδανικό αέριο Α έχουμε: $p_1 V_1 = n_1 R T$

ή λόγω της σχέσης (1): $p_1 A\ell_1 = \frac{m}{M_A} R T \quad (3)$.

Από την καταστατική εξίσωση για το ιδανικό αέριο Β έχουμε: $p_2 V_2 = n_2 R T$

ή λόγω της σχέσης (2): $p_2 A\ell_2 = \frac{m}{M_B} R T \quad (4)$.

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) προκύπτει: $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{M_B}{M_A}$ ή $\ell_2 = 16\ell_1$.

61. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω Τ η απόλυτη θερμοκρασία του δοχείου. Έστω p_1 η πίεση και V_1 ο όγκος του αερίου που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του δοχείου. Από την καταστατική εξίσωση για το αέριο που βρίσκεται στο αριστερό μέρος του δοχείου έχουμε:

$p_1 V_1 = n_1 R T$ ή $p_1 A L_1 = n_1 R T$ ή $p_1 = \frac{n_1 R T}{A L_1} \quad (1)$, όπου Α το εμβαδόν της επιφάνειας του εμβόλου.

Έστω n_2 τα mol, p_2 η πίεση και V_2 ο όγκος του αερίου που βρίσκεται στο δεξιό μέρος του δοχείου. Από την καταστατική εξίσωση για το αέριο που βρίσκεται στο δεξιό μέρος του δοχείου

έχουμε: $p_2 V_2 = n_2 R T$ ή $p_2 A L_2 = n_2 R T$ ή $p_2 = \frac{n_2 R T}{A L_2} \quad (2)$.

Επειδή το έμβολο ισορροπεί, ισχύει: $p_1 = p_2$

ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $\frac{n_1 RT}{AL_1} = \frac{n_2 RT}{AL_2}$ ή $\frac{n_1}{n_2} = \frac{L_1}{L_2}$ ή $\frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2}$ ή $n_1 = 1,5n_2$ (3).

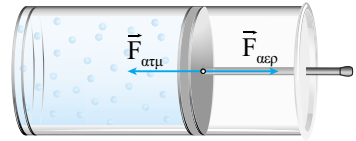
Τα ολικά mol $n_{ολ}$ του αερίου και στα δύο μέρη του δοχείου είναι $n_{ολ} = 2$ mol. Είναι:

$n_{ολ} = n_1 + n_2$ ή λόγω της σχέσης (3): $n_{ολ} = 2,5n_2$ ή $n_2 = 0,8$ mol.

Από τη σχέση (3), για $n_2 = 0,8$ mol, προκύπτει: $n_1 = 1,2$ mol.

62. Σωστή επιλογή είναι η α.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο στην οριζόντια διεύθυνση είναι η δύναμη $\vec{F}_{αερ}$ από το αέριο και η δύναμη $\vec{F}_{ατμ}$ από την ατμόσφαιρα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Επειδή το έμβολο ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F_{αερ} - F_{ατμ} = 0 \quad \text{ή} \quad F_{αερ} = F_{ατμ} \quad \text{ή} \quad pA = p_{ατμ}A \quad \text{ή} \quad p = p_{ατμ}.$$

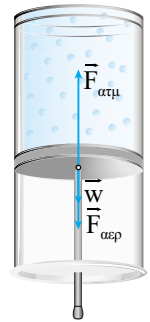
63. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω p η πίεση του αερίου και $p_{ατμ}$ η ατμοσφαιρική πίεση. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο στη θέση ισορροπίας του είναι: το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}_{αερ}$ από το αέριο και η δύναμη $\vec{F}_{ατμ}$ από την ατμόσφαιρα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Επειδή το έμβολο ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F_{ατμ} - w - F_{αερ} = 0 \quad \text{ή} \quad F_{αερ} = F_{ατμ} - w \quad \text{ή} \quad \frac{F_{αερ}}{A} = \frac{F_{ατμ}}{A} - \frac{w}{A}$$

$$\text{ή} \quad p = p_{ατμ} - \frac{w}{A}.$$



Επομένως, στη θέση ισορροπίας του εμβόλου η πίεση του αερίου είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

64. Σωστή επιλογή είναι η β.

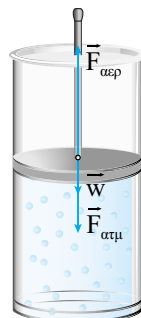
Έστω p η πίεση του αερίου και $p_{ατμ}$ η ατμοσφαιρική πίεση. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο στη θέση ισορροπίας του είναι: το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}_{αερ}$ από το αέριο και η δύναμη $\vec{F}_{ατμ}$ από την ατμόσφαιρα, όπως απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.

Επειδή το έμβολο ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{ή} \quad F_{\text{αερ}} - F_{\text{ατμ}} - w = 0 \quad \text{ή} \quad F_{\text{αερ}} = F_{\text{ατμ}} + w \quad \text{ή} \quad \frac{F_{\text{αερ}}}{A} = \frac{F_{\text{ατμ}}}{A} + \frac{w}{A}$$

$$\text{ή} \quad p = p_{\text{ατμ}} + \frac{w}{A}.$$

Επομένως, στη θέση ισορροπίας του εμβόλου η πίεση του αερίου είναι μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση.



65. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω p_A η αρχική πίεση του αερίου. Είναι: $p_A = 1 \text{ atm}$.

Έστω p_B η τελική πίεση του αερίου είναι: $p_B = 2 \text{ atm}$.

Έστω V_A και V_B ο αρχικός και ο τελικός όγκος του αερίου αντίστοιχα. Η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισόθερμη. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad V_A = 2V_B.$$

Έστω m μάζα του αερίου. Η αρχική πυκνότητα ρ_A του αερίου δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_A = \frac{m}{V_A} \quad (1).$$

Η τελική πυκνότητα του αερίου δίνεται από τη σχέση: $\rho_B = \frac{m}{V_B} \quad (2).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \rho_B = 2\rho_A.$

66. Σωστή επιλογή είναι η α.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πυκνότητα του αερίου παραμένει σταθερή κατά τη

διάρκεια της μεταβολής AB. Η πυκνότητα του αερίου δίνεται από τη σχέση: $\rho = \frac{m}{V} \quad (1),$

όπου m η μάζα του αερίου και V ο όγκος του. Επειδή η μάζα του αερίου είναι σταθερή και η πυκνότητα του αερίου διατηρείται σταθερή κατά τη μεταβολή AB, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός κατά τη μεταβολή AB. Επομένως, η μεταβολή AB είναι ισόχωρη μεταβολή.

Έστω p_A και p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση A και B αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι $p_A < p_B$.

Έστω T_A και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A και B αντίστοιχα. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{p_A}{p_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad (2).$$

Επειδή είναι $p_A < p_B$, από τη σχέση (2) προκύπτει ότι: $T_A < T_B$ (3).

Έστω $\bar{K}_A$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην κατάσταση Α.

$$\text{Είναι: } \bar{K}_A = \frac{3}{2} kT_A \quad (4).$$

Έστω $\bar{K}_B$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην κατάσταση Β.

$$\text{Είναι: } \bar{K}_B = \frac{3}{2} kT_B \quad (5).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) έχουμε: $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{T_A}{T_B}$

ή λόγω της σχέσης (3): $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} < 1$ ή $\bar{K}_B > \bar{K}_A$.

67. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Σε μια ισόθερμη εκτόνωση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η απόλυτη θερμοκρασία T του αερίου παραμένει σταθερή.

Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{K} = \frac{3}{2} kT \quad (1).$$

Επειδή η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι **η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου σε μια ισόθερμη εκτόνωση παραμένει σταθερή.**

68. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω T_A η αρχική και T_B η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι: $T_B > T_A$ (1).

Έστω $\bar{K}_A$ η αρχική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου και $\bar{K}_B$ η τελική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου. Είναι:

$$\bar{K}_A = \frac{3}{2} kT_A \quad (2) \quad \text{και} \quad \bar{K}_B = \frac{3}{2} kT_B \quad (3).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) έχουμε: $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{T_A}{T_B}$

ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} < 1$ ή $\bar{K}_B > \bar{K}_A$.

69. Σωστή επιλογή είναι η β.

$$\text{Είναι: } \bar{K} = \frac{3}{2} kT \quad (1).$$

Έστω T' η νέα απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και K' η νέα μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου ($\bar{K}' = 2K$). Είναι: $\bar{K}' = \frac{3}{2} kT' \quad (2).$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε:

$$\frac{\bar{K}'}{K} = \frac{T'}{T} \quad \text{ή} \quad \frac{T'}{T} = 2 \quad \text{ή} \quad T' = 2T.$$

70. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω p_A η πίεση, V_A ο όγκος και T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην αρχική του κατάσταση Α. Έστω p_B η πίεση, V_B ο όγκος και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην τελική του κατάσταση Β. Είναι: $V_B = 4V_A$.

Έστω $\bar{K}_A$ και $\bar{K}_B$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην αρχική του κατάσταση Α και στην τελική του κατάσταση Β αντίστοιχα. Είναι:

$$\bar{K}_B = 4\bar{K}_A \quad \text{ή} \quad \frac{3}{2} kT_B = 4 \cdot \frac{3}{2} kT_A \quad \text{ή} \quad T_B = 4T_A.$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad (1).$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{p_A V_A}{p_B V_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{p_A V_A}{p_B 4V_A} = \frac{T_A}{4T_A} \quad \text{ή} \quad p_B = p_A.$$

71. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω T η αρχική και T' η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι: $T' = 2T$.

Έστω $\bar{K}$ η αρχική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου. Είναι:

$$\bar{K} = \frac{3}{2} kT \quad (1).$$

Έστω $\bar{K}'$ η τελική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου. Είναι:

$$\bar{K}' = \frac{3}{2} kT' \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε:

$$\frac{\bar{K}'}{\bar{K}} = \frac{T'}{T} \quad \text{ή} \quad \frac{\bar{K}'}{\bar{K}} = 2 \quad \text{ή} \quad \bar{K}' = 2\bar{K}.$$

72. Σωστή επιλογή είναι η α.

Εφόσον η πίεση του αερίου είναι συνεχώς ίση με την ατμοσφαιρική πίεση, η μεταβολή AB που εκτελεί το αέριο είναι ισοβαρής μεταβολή. Έστω V_A ο όγκος και T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A και V_B ο όγκος και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{AL_A}{T_A} = \frac{AL_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{T_A L_B}{L_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 2T_A.$$

Έστω $\bar{K}_A$ η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην κατάσταση A. Είναι:

$$\bar{K}_A = \frac{3}{2} kT_A \quad (1).$$

Έστω $\bar{K}_B$ η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην κατάσταση B. Είναι:

$$\bar{K}_B = \frac{3}{2} kT_B \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = 0,5.$

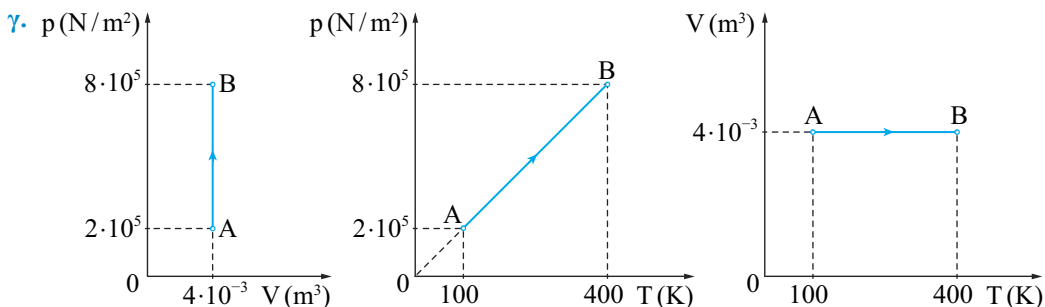
ΘΕΜΑΤΑ Γ

73. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

α. Ισόχωρη μεταβολή.

$$\frac{p}{T} = \text{σταθ.}, \text{ για } V = \text{σταθ. (Νόμος του Charles).}$$

β. $p_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

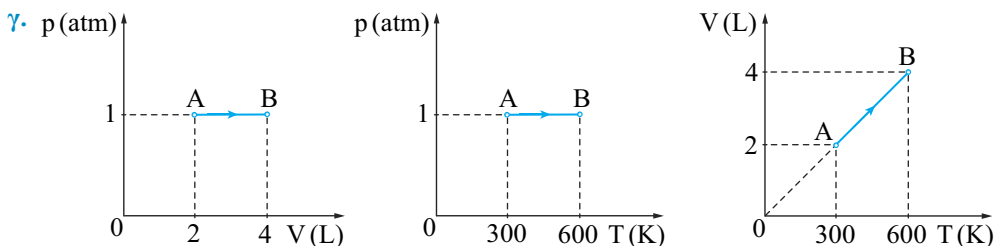


74. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

α. Ισοβαρής μεταβολή.

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ.}, \text{ για } p = \text{σταθ. (Νόμος του Gay - Lussac).}$$

β. $T_2 = 600 \text{ K}$.

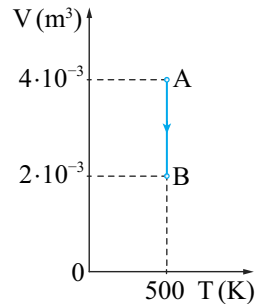
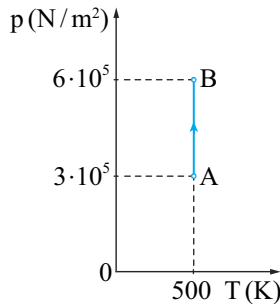
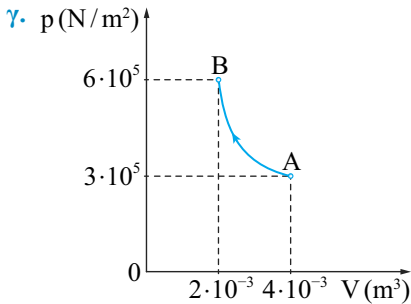


75. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 3.

α. Ισόθερμη μεταβολή.

$pV = \text{σταθ.}$, για $T = \text{σταθ.}$ (Νόμος του Boyle).

β. $p_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.



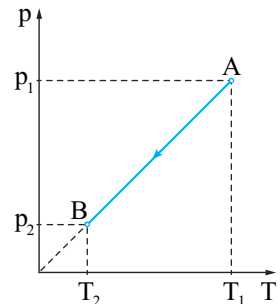
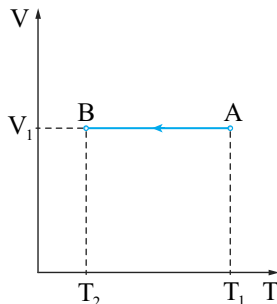
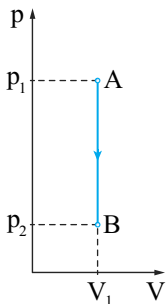
76. α. Εφόσον ο όγκος του δοχείου είναι σταθερός και η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μειώνεται, η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι **ισόχωρη ψύξη**. Η ισόχωρη μεταβολή περιγράφεται από τον νόμο του Charles, ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου ο όγκος διατηρείται σταθερός είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του.

β. Έστω p_2 η τελική πίεση του αερίου. Από τον νόμο του Charles έχουμε:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \quad \text{ή} \quad p_2 = 1 \text{ atm.}$$

γ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p-V$, $V-T$ και $p-T$.



77. α. Έστω T η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

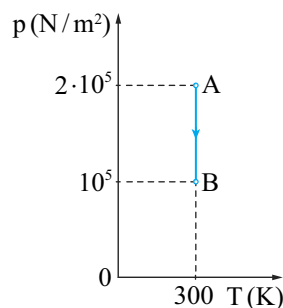
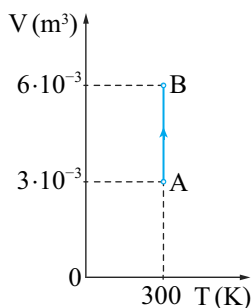
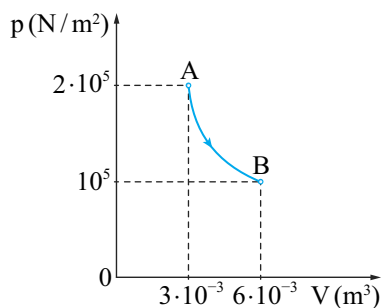
$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \quad \text{ή} \quad T_A = 300 \text{ K}.$$

β. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι: $V_B = 2V_A$ ή $V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Boyle έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} \quad \text{ή} \quad p_B = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p-V$, $V-T$ και $p-T$.



78. α. Εφόσον η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή, η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισοβαρής. Η μαθηματική διατύπωση του νόμου που περιγράφει την ισοβαρή μεταβολή είναι:

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ.}, \quad \text{για } p = \text{σταθ.} \quad (\text{Νόμος του Gay - Lussac}).$$

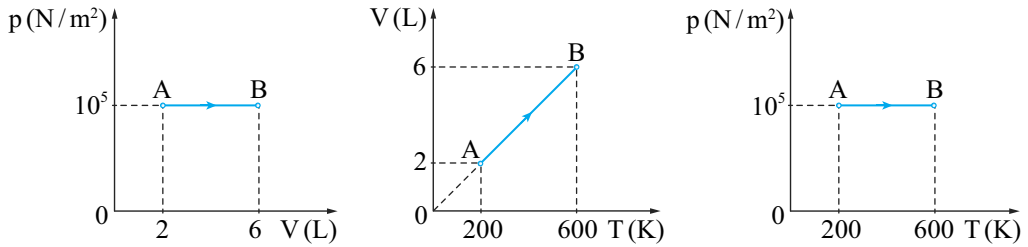
β. Έστω p η πίεση του αερίου. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχουμε:

$$pV_1 = nRT_1 \quad \text{ή} \quad p = \frac{nRT_1}{V_1} \quad \text{ή} \quad p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω T_2 η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Από τον νόμο του Gay - Lussac έχουμε:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} \quad \text{ή} \quad T_2 = 600 \text{ K}.$$

δ. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p-V$, $V-T$ και $p-T$.



79. α. Παρατηρούμε ότι στο δοθέν διάγραμμα η ευθεία AB διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Επομένως, από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πίεση του αερίου κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία του. Συνεπώς, η μεταβολή AB που εκτελεί το αέριο είναι **ισόχωρη θέρμανση**.

β. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πίεση του αερίου στην κατάσταση A είναι $p_A = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και η απόλυτη θερμοκρασία του στην ίδια κατάσταση είναι $T_A = 300 \text{ K}$.

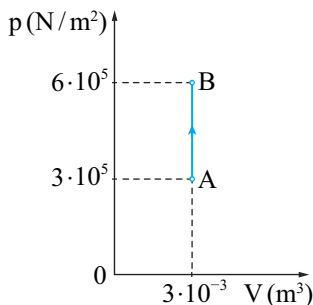
Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad V_A = \frac{nRT_A}{p_A} \quad \text{ή} \quad V_A = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

γ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_B = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

δ. Στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



80. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB παραμένει σταθερή: $T = 200 \text{ K}$. Επομένως, η μεταβολή AB είναι **ισόθερμη**. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι η πίεση του αερίου κατά τη διάρκεια

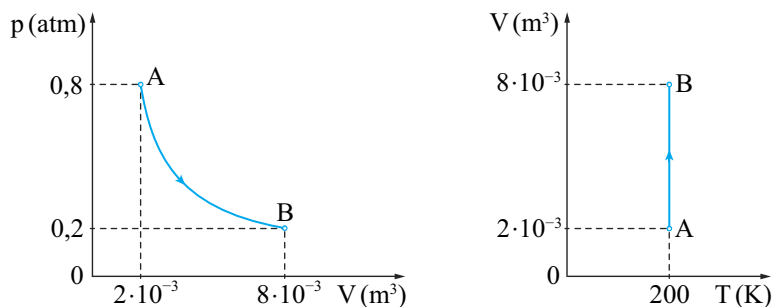
της ισόθερμης μεταβολής AB μειώνεται. Σύμφωνα με τον νόμο του Boyle, για την ισόθερμη μεταβολή, η πίεση του αερίου είναι αντιστρόφως ανάλογη με τον όγκο του. Επομένως, εφόσον η πίεση του αερίου μειώνεται κατά τη διάρκεια της ισόθερμης μεταβολής AB, ο όγκος του αυξάνεται. Συνεπώς, η μεταβολή AB χαρακτηρίζεται ως **ισόθερμη εκτόνωση**.

β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή AB έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad V_B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

γ. Έστω ρ_B η πυκνότητα του αερίου στην κατάσταση B. Είναι: $\rho_B = \frac{m}{V_B}$ ή $\rho_B = 100 \text{ kg/m}^3$.

δ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p - V$ και $V - T$.



81. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι ο όγκος του αερίου είναι ανάλογος της απόλυτης θερμοκρασίας του (η ευθεία AB διέρχεται από την αρχή των αξόνων). Επομένως, η μεταβολή AB είναι **ισοβαρής**. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι ο όγκος και η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μειώνονται κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB. Συνεπώς, η μεταβολή AB είναι **ισοβαρής συμπίεση – ψύξη**.

β. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A είναι $V_A = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και η απόλυτη θερμοκρασία του στην ίδια κατάσταση είναι $T_A = 300 \text{ K}$.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad p_A = \frac{nRT_A}{V_A} \quad \text{ή} \quad p_A = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω m η μάζα του αερίου. Είναι:

$$n = \frac{m}{M} \quad \text{ή} \quad m = nM \quad \text{ή} \quad m = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg}.$$

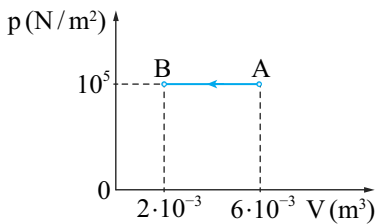
Έστω ρ_A η πυκνότητα του αερίου στην κατάσταση Α. Είναι: $\rho_A = \frac{m}{V_A}$ ή $\rho_A = 0,16 \text{ kg/m}^3$.

γ. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β είναι $T_B = 100 \text{ K}$.

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{V_A T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

δ. Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος απεικονίζεται γραφικά η πίεση του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ.



82. α. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Είναι:

$$T_A = (\theta_A + 273) \text{ K} \quad \text{ή} \quad T_A = 300 \text{ K}.$$

Ο αριθμός n των mol του ιδανικού αερίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$p_A V = nRT_A \quad \text{ή} \quad n = \frac{p_A V}{RT} \quad \text{ή} \quad n = 0,2 \text{ mol}.$$

β. Έστω m η μάζα του αερίου. Είναι: $n = \frac{m}{M}$ ή $m = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

Έστω ρ η πυκνότητα του αερίου. Είναι: $\rho = \frac{m}{V}$ ή $\rho = 0,048 \text{ kg/m}^3$.

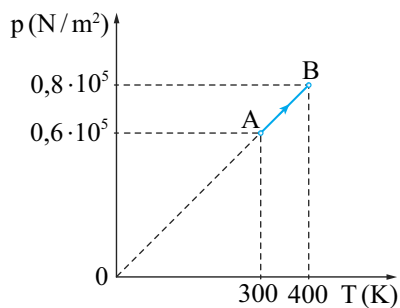
γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι:

$$T_B = (\theta_B + 273) \text{ K} \quad \text{ή} \quad T_B = 400 \text{ K}.$$

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad p_B = 0,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

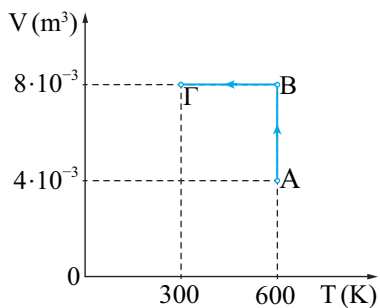
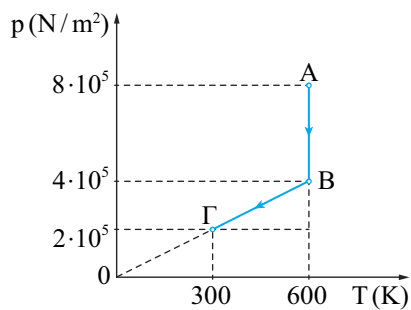
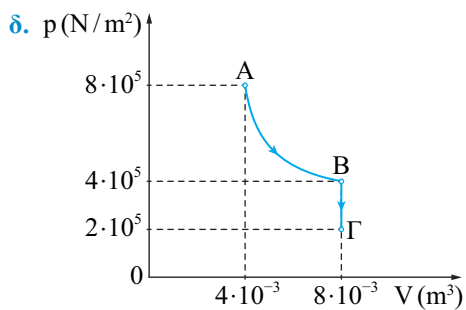
δ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p-T$ για τη μεταβολή AB του αερίου.



83. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

α. AB: Ισόθερμη εκτόνωση, BΓ: Ισόχωρη ψύξη.

β. $V_B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. **γ.** $p_\Gamma = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.



84. α. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{V_A T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad V_B = 3 \text{ L.}$$

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση B. Επειδή η μεταβολή AB του αερίου είναι ισοβαρής, ισχύει:

$$p_B = p_A \quad \text{ή} \quad p_B = 1,5 \text{ atm.}$$

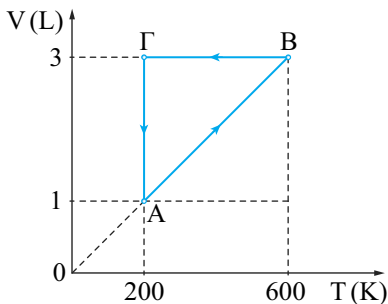
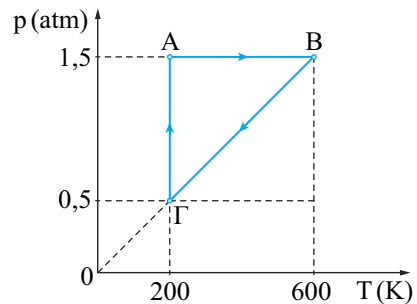
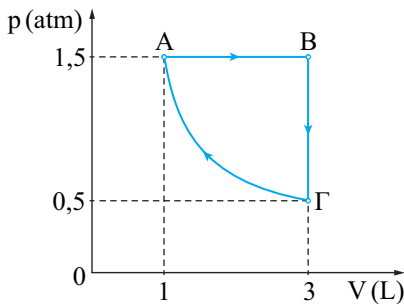
Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισόθερμη, ισχύει:

$$T_\Gamma = T_A \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 200 \text{ K.}$$

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = \frac{p_B T_\Gamma}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 0,5 \text{ atm.}$$

γ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p - V$, $p - T$ και $V - T$.



85. α. Επειδή κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή, η μεταβολή AB είναι ισοβαρής θέρμανση. Επειδή κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ η θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη συμπίεση.

β. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = 600 \text{ K}.$$

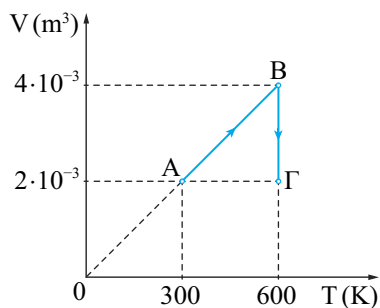
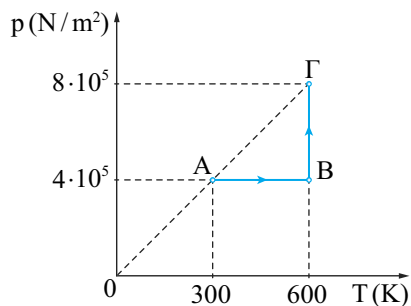
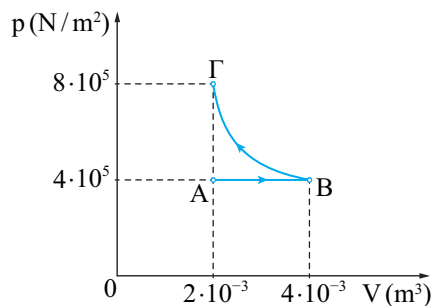
γ. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής ισχύει:

$$p_B = p_A \quad \text{ή} \quad p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

δ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p-V$, $p-T$ και $V-T$.



86. α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad V_A = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A}{2} \quad \text{ή} \quad p_B = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, ισχύει:

$$T_B = T_A \quad \text{ή} \quad T_B = 400 \text{ K}.$$

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισοβαρής, ισχύει:

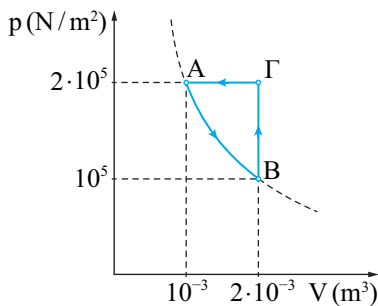
$$p_\Gamma = p_A \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ.

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = \frac{p_\Gamma T_B}{p_B} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 800 \text{ K}.$$

δ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



87. α. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι:

$$V_B = 2V_A \quad \text{ή} \quad V_B = 8 \text{ L} \quad \text{ή} \quad V_B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} \quad \text{ή} \quad p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

β. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη ισχύει:

$$T_B = T_A \quad \text{ή} \quad T_B = 600 \text{ K}.$$

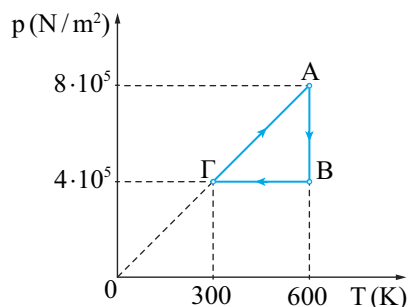
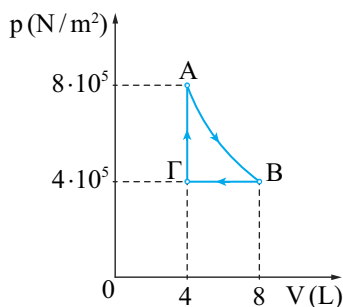
Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισόχωρη, ισχύει:

$$V_\Gamma = V_A \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 4 \text{ L}.$$

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = \frac{V_\Gamma T_B}{V_B} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 300 \text{ K.}$$

γ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p-V$ και $p-T$.



88. α. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \quad \text{ή} \quad T_A = 400 \text{ K.}$$

β. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή ΑΒ έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $T_B = 800 \text{ K.}$

γ. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$ ή $p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Είναι: $T_\Gamma = \frac{T_B}{2}$ ή $T_\Gamma = 400 \text{ K.}$

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΒΓ έχουμε: $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ ή $p_\Gamma = \frac{p_B T_\Gamma}{T_B}$ ή $p_\Gamma = 10^5 \text{ N/m}^2$.

δ. Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη, ισχύει:

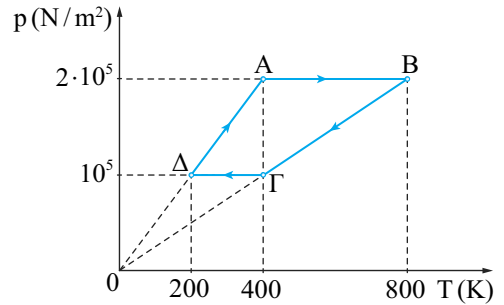
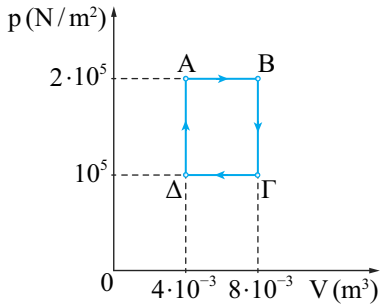
$$V_\Gamma = V_B \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Έστω V_Δ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΔΑ είναι ισόχωρη, ισχύει: $V_\Delta = V_A$ ή $V_\Delta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω T_Δ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Δ. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΓΔ έχουμε:

$$\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \quad \text{ή} \quad T_\Delta = \frac{V_\Delta T_\Gamma}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad T_\Delta = 200 \text{ K.}$$

ε. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p - V$, $p - T$.



89. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. $p = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. β. $V_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. γ. $V_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. δ. $\Delta h = 0,1 \text{ m}$.

90. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.

α. $p = 1,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. β. $V_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. γ. $\Delta h = 0,25 \text{ m}$.

91. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_1 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. β. $F_{\text{αερ}} = 800 \text{ N}$. γ. $p_2 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ atm}$. δ. $\ell_2 = 0,4 \text{ m}$.

92. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.

α. $T_1 = 200 \text{ K}$. β. $\bar{K}_1 = 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. γ. $T_2 = 800 \text{ K}$. δ. $\bar{K}_2 = 16,56 \cdot 10^{-21} \text{ J}$.

93. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

α. $T_1 = 300 \text{ K}$. β. $\bar{K}_1 = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. γ. $T_2 = 100 \text{ K}$. δ. $\bar{K}_2 = 2,07 \cdot 10^{-21} \text{ J}$.

94. α. Έστω T_1 η αρχική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχουμε:

$$p_1 V = nRT_1 \quad \text{ή} \quad p_1 V = \frac{m}{M} RT_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = \frac{mRT_1}{VM} \quad \text{ή} \quad p_1 = \frac{\rho RT_1}{M} \quad \text{ή} \quad T_1 = \frac{p_1 M}{\rho R} \quad \text{ή} \quad T_1 = 300 \text{ K}.$$

β. Έστω $\bar{K}_1$ η αρχική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου. Είναι:

$$\bar{K}_1 = \frac{3}{2} kT_1 \quad \text{ή} \quad \bar{K}_1 = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

γ. Έστω T_2 η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και $\bar{K}_2$ η τελική μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του. Είναι:

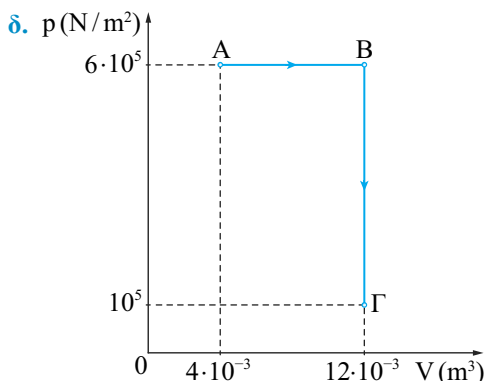
$$\bar{K}_2 = 4\bar{K}_1 \quad \text{ή} \quad \frac{3}{2} kT_2 = 4 \cdot \frac{3}{2} kT_1 \quad \text{ή} \quad T_2 = 4T_1 \quad \text{ή} \quad T_2 = 1.200 \text{ K}.$$

δ. Επειδή ο όγκος του δοχείου είναι σταθερός, η μεταβολή που εκτελεί το αέριο είναι ισόχωρη. Έστω p_2 η τελική πίεση του αερίου. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

95. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 10.

α. $T_B = 600 \text{ K}.$ **β.** $\frac{\bar{K}_B}{\bar{K}_A} = 3.$ **γ.** $p_\Gamma = 10^5 \text{ N/m}^2.$



96. α. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων στην κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 300 \text{ K}.$$

β. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι: $V_B = 2V_A$ ή $V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} \quad \text{ή} \quad p_B = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, ισχύει:

$$T_B = T_A \quad \text{ή} \quad T_B = 300 \text{ K}.$$

Η ζητούμενη μεταβολή $\Delta \bar{K}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta \bar{K} = \bar{K}_B - \bar{K}_A \quad \text{ή} \quad \Delta \bar{K} = \frac{3}{2} k T_B - \frac{3}{2} k T_A \quad \text{ή} \quad \Delta \bar{K} = 0.$$

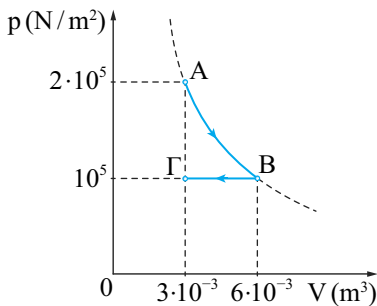
δ. Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ και $\bar{K}_\Gamma$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στην ίδια κατάσταση. Είναι:

$$\bar{K}_\Gamma = \frac{\bar{K}_B}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{3}{2} k T_\Gamma = \frac{1}{2} \frac{3}{2} k T_B \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = \frac{T_B}{2} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 150 \text{ K}.$$

Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = \frac{V_B T_\Gamma}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

ε. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



97. α. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Είναι:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 200 \text{ K.}$$

β. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Έστω $\bar{K}_A$ και $\bar{K}_B$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα.

$$\text{Είναι: } \bar{K}_B = 3\bar{K}_A \quad \text{ή} \quad \frac{3}{2}kT_B = 3\frac{3}{2}kT_A \quad \text{ή} \quad T_B = 3T_A \quad \text{ή} \quad T_B = 600 \text{ K.}$$

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη

$$\text{μεταβολή AB έχουμε: } \frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad p_B = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισόχωρη, ισχύει: $V_B = V_A$ ή $V_B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Είναι: $V_\Gamma = \frac{V_B}{2}$ ή $V_\Gamma = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη με-

$$\text{ταβολή ΒΓ έχουμε: } p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = \frac{p_B V_B}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

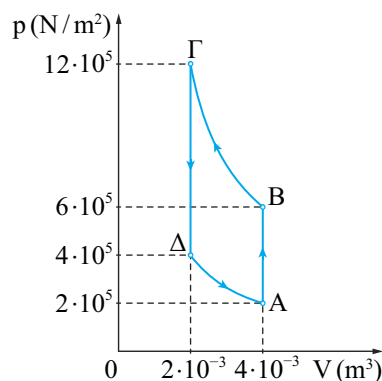
δ. Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Gamma = T_B$ ή $T_\Gamma = 600 \text{ K}$.

Έστω T_Δ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΔΑ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Delta = T_A$ ή $T_\Delta = 200 \text{ K}$.

Έστω p_Δ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Δ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΓΔ έχουμε:

$$\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta} \quad \text{ή} \quad p_\Delta = \frac{p_\Gamma T_\Delta}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Delta = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

ε. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



98. α. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι:

$$T_B = \frac{T_A}{3} \quad \text{ή} \quad T_B = 200 \text{ K.}$$

Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισόβαρη μεταβολή ΑΒ έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $V_B = \frac{V_A T_B}{T_A}$ ή $V_B = 2 \text{ L.}$

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$ ή $p_B = 4 \text{ atm.}$

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Είναι: $p_\Gamma = \frac{p_B}{2}$ ή $p_\Gamma = 2 \text{ atm.}$

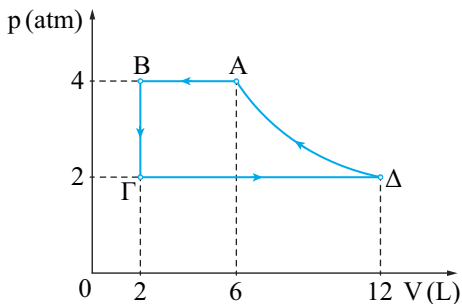
Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΒΓ έχουμε: $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ ή $T_\Gamma = 100 \text{ K.}$

γ. Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη, ισχύει: $V_\Gamma = V_B$ ή $V_\Gamma = 2 \text{ L.}$

Έστω T_Δ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΔΑ είναι ισόθερμη ισχύει: $T_\Delta = T_A$ ή $T_\Delta = 600 \text{ K.}$

Έστω V_Δ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή ΓΔ έχουμε: $\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta}$ ή $V_\Delta = \frac{V_\Gamma T_\Delta}{T_\Gamma}$ ή $V_\Delta = 12 \text{ L.}$

δ. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



99. α. Επειδή ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ, η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη θέρμανση. Επειδή η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ, η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής εκτόνωση. Επειδή η θερμο-

κρασία του αερίου παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΓΔ, η μεταβολή ΓΔ είναι ισόθερμη συμπίεση.

β. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Είναι:

$$T_B = 2T_A \text{ ή } T_B = 600 \text{ K.}$$

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \text{ ή } p_B = \frac{p_A T_B}{T_A} \text{ ή } p_B = 4 \text{ atm.}$$

γ. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη, ισχύει: $V_B = V_A$ ή $V_B = 4 \text{ L.}$

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \text{ ή } V_\Gamma = \frac{V_B T_\Gamma}{T_B} \text{ ή } V_\Gamma = 8 \text{ L.}$$

δ. Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_\Gamma = p_B$ ή $p_\Gamma = 4 \text{ atm.}$

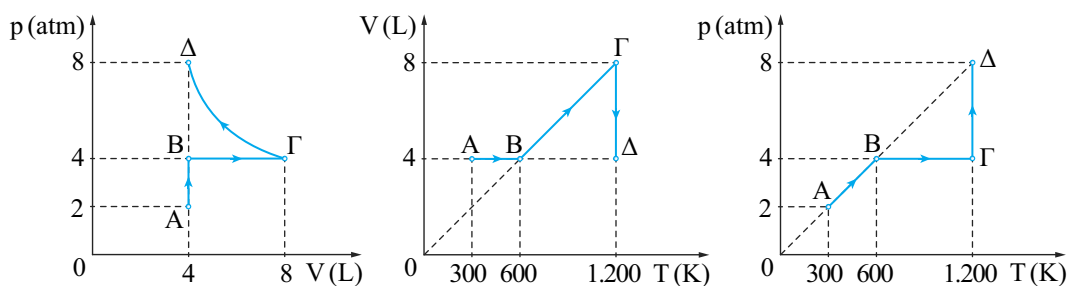
Έστω V_Δ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Είναι: $V_\Delta = V_A$ ή $V_\Delta = 4 \text{ L.}$

Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΓΔ έχουμε:

$$p_\Gamma V_\Gamma = p_\Delta V_\Delta \text{ ή } p_\Delta = \frac{p_\Gamma V_\Gamma}{V_\Delta} \text{ ή } p_\Delta = 8 \text{ atm.}$$

ε. Έστω T_Δ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΓΔ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Delta = T_\Gamma$ ή $T_\Delta = 1.200 \text{ K.}$

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p - V$, $V - T$ και $p - T$.



100. α. Έστω T_A και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα. Έστω $\bar{K}_A$ και $\bar{K}_B$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα. Είναι: $\bar{K}_B = 2\bar{K}_A$ ή $\frac{3}{2}kT_B = 2\frac{3}{2}kT_A$ ή $T_B = 2T_A$.

Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $V_B = 8 \text{ L}$.

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$ ή $p_B = 2 \text{ atm}$.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Είναι: $p_\Gamma = \frac{p_B}{2}$ ή $p_\Gamma = 1 \text{ atm}$.

Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ.

Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΒΓ έχουμε: $p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma$ ή $V_\Gamma = 16 \text{ L}$.

γ. Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Gamma = T_B$ ή $T_\Gamma = 2T_A$.

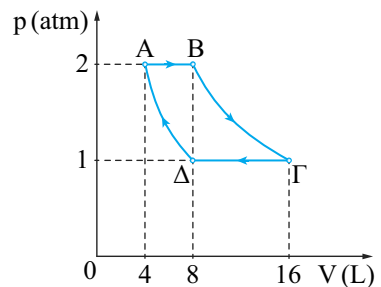
Έστω T_Δ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΔΑ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Delta = T_A$.

Έστω V_Δ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΓΔ έχουμε: $\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta}$ ή $V_\Delta = \frac{T_\Delta V_\Gamma}{T_\Gamma}$ ή $V_\Delta = 8 \text{ L}$.

δ. Έστω p_Δ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΓΔ είναι ισοβαρής, ισχύει:

$$p_\Delta = p_\Gamma \text{ ή } p_\Delta = 1 \text{ atm}.$$

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.



101. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή, ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται. Συνεπώς, η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής θέρμανση.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ η πίεση του αερίου είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του (η ευθεία ΒΓ διέρχεται από την αρχή των

αζόνων), ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μειώνεται. Συνεπώς, η μεταβολή ΒΓ είναι **ισόχωρη ψύξη**.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΓΑ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, ενώ η πίεση του αυξάνεται. Επομένως, η μεταβολή ΓΑ είναι **ισόθερμη**. Σε μια ισόθερμη μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου η πίεση του μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τον όγκο του. Συνεπώς, κατά τη διάρκεια της ισόθερμης μεταβολής ΓΑ, ο όγκος του αερίου μειώνεται και η μεταβολή ΓΑ χαρακτηρίζεται ως **ισόθερμη συμπίεση**.

β. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.

γ. Έστω T_A , T_B και T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις Α, Β και Γ αντίστοιχα. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Gamma = T_A$.

Έστω p_B και p_Γ η πίεση του αερίου στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$p_B = 4 \text{ atm} \text{ και } p_\Gamma = 2 \text{ atm}.$$

Από τον νόμο του Charles για τη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

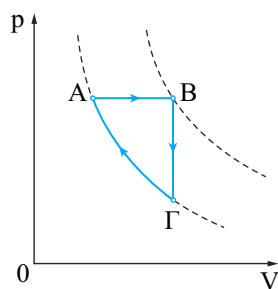
$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{p_B}{p_\Gamma} = \frac{T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad \frac{T_B}{T_A} = 2 \quad \text{ή} \quad \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}.$$

Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια $\bar{K}_A$ των μορίων του αερίου στην κατάσταση Α δίνεται από τη σχέση: $\bar{K}_A = \frac{3}{2} k T_A$ (1).

Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια $\bar{K}_B$ των μορίων του αερίου στην κατάσταση Β δίνεται από τη σχέση: $\bar{K}_B = \frac{3}{2} k T_B$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{T_A}{T_B}$ ή $\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{1}{2}$.

δ. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την **ισοβαρή** μεταβολή ΑΒ έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $V_B = \frac{V_A T_B}{T_A}$ ή $V_B = 4 \text{ L}$.



102. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία του (η ευθεία ΑΒ διέρχεται

από την αρχή των αζόνων), ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται. Επομένως, η μεταβολή AB είναι **ισοβαρής εκτόνωση**.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του αυξάνεται. Επομένως, η μεταβολή ΒΓ είναι **ισόχωρη θέρμανση**.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΓΔ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, ενώ ο όγκος του μειώνεται. Επομένως, η μεταβολή ΓΔ είναι **ισόθερμη συμπίεση**.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΔΑ ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του μειώνεται. Επομένως, η μεταβολή ΔΑ είναι **ισόχωρη ψύξη**.

β. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα $p - V$.

γ. Έστω V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $V_A = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω T_A και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις Α και Β αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$T_A = 100 \text{ K} \quad \text{και} \quad T_B = 200 \text{ K}.$$

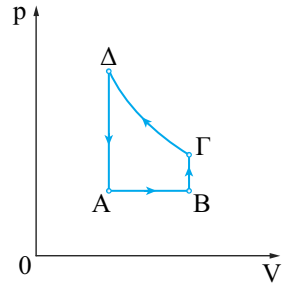
Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $V_B = \frac{T_B V_A}{T_A}$ ή $V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

δ. Έστω p_A η πίεση του αερίου στην κατάσταση Α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $p_A V_A = nRT_A$ ή $p_A = \frac{nRT_A}{V_A}$ ή $p_A = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισοβαρής ισχύει: $p_B = p_A$ ή $p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $T_\Gamma = 400 \text{ K}$.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΒΓ έχουμε: $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ ή $p_\Gamma = \frac{p_B T_\Gamma}{T_B}$ ή $p_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.



Έστω V_{Γ} ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη, ισχύει:

$$V_{\Gamma} = V_{\text{B}} \quad \text{ή} \quad V_{\Gamma} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Έστω V_{Δ} ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει:

$$V_{\Delta} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Έστω p_{Δ} η πίεση του αερίου στην κατάσταση Δ. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη

$$\text{μεταβολή ΓΔ έχουμε: } p_{\Gamma} V_{\Gamma} = p_{\Delta} V_{\Delta} \quad \text{ή} \quad p_{\Delta} = \frac{p_{\Gamma} V_{\Gamma}}{V_{\Delta}} \quad \text{ή} \quad p_{\Delta} = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

103. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, ενώ η θερμοκρασία του αυξάνεται. Επομένως, **η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη θέρμανση.**

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΒΓ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, ενώ ο όγκος του αυξάνεται. Επομένως, **η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη εκτόνωση.**

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΓΔ ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, ενώ η θερμοκρασία του μειώνεται. Επομένως, **η μεταβολή ΓΔ είναι ισόχωρη ψύξη.**

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΔΑ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, ενώ ο όγκος του μειώνεται. Επομένως, **η μεταβολή ΔΑ είναι ισόθερμη συμπίεση.**

β. Έστω T_{A} και T_{B} η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α και Β αντίστοιχα.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $T_{\text{A}} = 300 \text{ K}$ και $T_{\text{B}} = 600 \text{ K}$

Έστω p_{B} η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη

$$\text{μεταβολή ΑΒ έχουμε: } \frac{p_{\text{A}}}{T_{\text{A}}} = \frac{p_{\text{B}}}{T_{\text{B}}} \quad \text{ή} \quad p_{\text{B}} = \frac{p_{\text{A}} T_{\text{B}}}{T_{\text{A}}} \quad \text{ή} \quad p_{\text{B}} = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω V_{B} και V_{Γ} ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β και Γ αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει: $V_{\text{B}} = 4 \text{ L}$ και $V_{\Gamma} = 8 \text{ L}$.

Έστω p_{Γ} η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη με-

$$\text{ταβολή ΒΓ έχουμε: } p_{\text{B}} V_{\text{B}} = p_{\Gamma} V_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_{\Gamma} = \frac{p_{\text{B}} V_{\text{B}}}{V_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad p_{\Gamma} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω T_{B} και T_{Γ} η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ και Δ αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει: $T_{\Gamma} = 600 \text{ K}$ και $T_{\Delta} = 300 \text{ K}$.

Έστω p_Δ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Δ . Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή $\Gamma\Delta$ έχουμε: $\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta}$ ή $p_\Delta = \frac{p_\Gamma T_\Delta}{T_\Gamma}$ ή $p_\Delta = 10^5 \text{ N/m}^2$.

δ. Έστω V_Δ και V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ και A αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει: $V_\Delta = 8 \text{ L}$ και $V_A = 4 \text{ L}$.

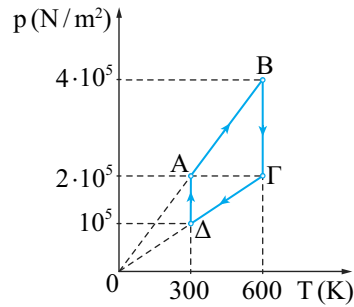
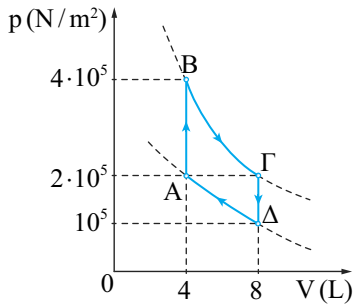
Έστω ρ_Δ η πυκνότητα του αερίου στην κατάσταση Δ . Είναι: $\rho_\Delta = \frac{m}{V_\Delta}$ (1),

όπου m η μάζα του αερίου.

Έστω ρ_A η πυκνότητα του αερίου στην κατάσταση A . Είναι: $\rho_A = \frac{m}{V_A}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{\rho_\Delta}{\rho_A} = \frac{V_A}{V_\Delta}$ ή $\frac{\rho_\Delta}{\rho_A} = \frac{1}{2}$.

ε. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζονται τα ζητούμενα διαγράμματα $p - V$ και $p - T$.



Κεφάλαιο 5ο: Θερμοδυναμική

ΘΕΜΑΤΑ Α

Θέματα πολλαπλής επιλογής

13. δ	14. β	15. γ	16. α	17. γ	18. β	19. δ	20. β
21. γ	22. α	23. β	24. δ	25. α	26. β	27. β	28. γ
29. β	30. β	31. α	32. δ	33. δ	34. α	35. β	36. δ
37. β	38. δ	39. γ	40. β	41. γ	42. γ	43. α	44. β
45. β	46. α	47. α	48. δ	49. γ	50. α	51. δ	52. β
53. β	54. δ	55. δ					

Θέματα του τύπου «Σωστό ή Λάθος»

56.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ
57.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
58.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
59.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
60.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ
61.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ
62.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
63.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
64.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Λ
65.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ
66.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
67.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ

68. Σωστή επιλογή είναι η α.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής BA ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία του. Επομένως, η μεταβολή BA είναι ισοβαρής.

Έστω T_A και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις A και B αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει: $T_A = 300 \text{ K}$ και $T_B = 600 \text{ K}$.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι ο όγκος του αερίου στην κατάσταση B είναι:

$$V_B = 2 \text{ L} \quad \text{ή} \quad V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Έστω V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισο-

$$\text{βαρή μεταβολή BA έχουμε: } \frac{V_B}{T_B} = \frac{V_A}{T_A} \quad \text{ή} \quad V_A = \frac{V_B T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_A = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Έστω p η σταθερή πίεση υπό τη οποία πραγματοποιείται η μεταβολή BA. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση B έχουμε:

$$pV_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad p = \frac{nRT_B}{V_B} \quad \text{ή} \quad p = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

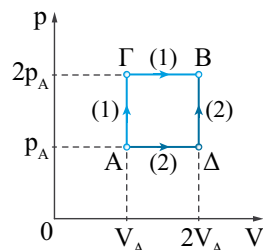
Το ζητούμενο έργο W_{BA} υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{BA} = p\Delta V$ ή $W_{BA} = p(V_A - V_B)$

$$\text{ή} \quad W_{BA} = -600 \text{ J}.$$

69. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω p_A η πίεση και V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A.

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται σε διάγραμμα πίεσης – όγκου ($p - V$) οι δύο διαφορετικοί τρόποι (1) και (2), με τους οποίους το αέριο μπορεί να μεταβεί από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B, διπλασιάζοντας την πίεση του ($p_B = 2p_A$) και τον όγκο του ($V_B = 2V_A$).



Με τον τρόπο (1) το αέριο εκτελεί, αρχικά, μια ισόχωρη θέρμανση ΑΓ και στη συνέχεια μια ισοβαρή εκτόνωση ΓΒ. Το έργο W_1 που παράγει το αέριο σε αυτήν την περίπτωση δίνεται από τη σχέση: $W_1 = W_{AG} + W_{GB}$ ή $W_1 = 0 + p\Delta V$ ή $W_1 = 2p_A(V_B - V_A)$

$$\text{ή} \quad W_1 = 2p_A(2V_A - V_A) \quad \text{ή} \quad W_1 = 2p_A V_A (1).$$

Με τον τρόπο (2) το αέριο εκτελεί, αρχικά, μια ισοβαρή εκτόνωση ΑΔ και στη συνέχεια μια ισόχωρη θέρμανση ΔΒ. Το έργο W_2 που παράγει το αέριο σε αυτήν την περίπτωση δίνεται από τη σχέση: $W_2 = W_{\Delta\Delta} + W_{\Delta\beta}$ ή $W_2 = p\Delta V + 0$ ή $W_2 = p_A (V_\Delta - V_A)$

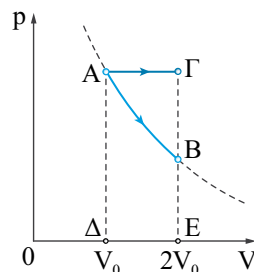
$$\text{ή } W_2 = p_A (2V_A - V_A) \text{ ή } W_2 = p_A V_A (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{W_1}{W_2} = 2.$

70. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω ότι το αέριο βρίσκεται, αρχικά, στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α στην οποία ο όγκος του είναι V_0 .

Το αέριο μπορεί να διπλασιάσει τον όγκο του εάν υποβληθεί είτε σε ισόθερμη μεταβολή ΑΒ, είτε σε ισοβαρή μεταβολή ΑΓ, όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα $p - V$ του διπλανού σχήματος.



Έστω $W_{\text{ΑΓ}}$ το έργο που παράγει το αέριο κατά την ισοβαρή μεταβολή ΑΓ. Είναι:

$W_{\text{ΑΓ}} = +E_{(\text{ΑΓΕΔ})}$ (1) όπου $E_{(\text{ΑΓΕΔ})}$ το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου ΑΓΕΔ που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Έστω $W_{\text{ΑΒ}}$ το έργο που παράγει το αέριο κατά την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$W_{\text{ΑΒ}} = +E_{(\text{ΑΒΕΔΑ})}$ (2) όπου $E_{(\text{ΑΒΕΔΑ})}$ το εμβαδόν της επιφάνειας ΑΒΕΔΑ που περικλείεται από την καμπύλη ΑΒ και τον άξονα των όγκων.

Όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα είναι: $E_{(\text{ΑΓΕΔ})} > E_{(\text{ΑΒΕΔΑ})}$

ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $W_{\text{ΑΓ}} > W_{\text{ΑΒ}}.$

71. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω n ο αριθμός mol του αερίου και T_1 η αρχική απόλυτη θερμοκρασία του. Είναι:

$$T_1 = (25 + 273) \text{ K} \text{ ή } T_1 = 298 \text{ K}.$$

Έστω U_1 η αρχική εσωτερική ενέργεια του αερίου. Είναι: $U_1 = \frac{3}{2} nRT_1$ (1).

Έστω T_2 η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι:

$$T_2 = (50 + 273) \text{ K} \text{ ή } T_2 = 323 \text{ K}.$$

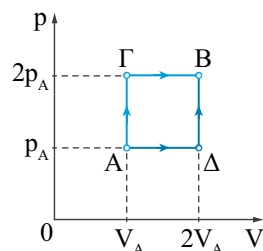
Έστω U_2 η τελική εσωτερική ενέργεια του αερίου. Είναι: $U_2 = \frac{3}{2} nRT_2$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ ή } \frac{U_2}{U_1} = 1,08 \text{ ή } U_2 = 1,08 U_1.$$

72. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω p_A η πίεση και V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Α. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται σε διάγραμμα πίεσης – όγκου ($p - V$) οι δύο διαφορετικοί τρόποι (1) και (2), με τους οποίους το αέριο μπορεί να μεταβεί από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β διπλασιάζοντας την πίεσή του ($p_B = 2p_A$) και τον όγκο του ($V_B = 2V_A$).



Με τον τρόπο (1) το αέριο εκτελεί, αρχικά, μια ισόχωρη μεταβολή ΑΓ και στη συνέχεια μια ισοβαρή μεταβολή ΓΒ. Το έργο W_1 που παράγει το αέριο σε αυτήν την περίπτωση δίνεται από τη σχέση: $W_1 = W_{A\Gamma} + W_{\Gamma B}$ ή $W_1 = 0 + p\Delta V$ ή $W_1 = 2p_A(V_B - V_A)$ ή $W_1 = 2p_A(2V_A - V_A)$ ή $W_1 = 2p_A V_A$ (1).

Με τον τρόπο (2) το αέριο εκτελεί, αρχικά, μια ισοβαρή ΑΔ και στη συνέχεια μια ισόχωρη μεταβολή ΔΒ. Το έργο W_2 που παράγει το αέριο σε αυτήν την περίπτωση δίνεται από τη σχέση: $W_2 = W_{A\Delta} + W_{\Delta B}$ ή $W_2 = p\Delta V + 0$ ή $W_2 = p_A(V_\Delta - V_A)$ ή $W_2 = p_A(2V_A - V_A)$ ή $W_2 = p_A V_A$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\frac{W_1}{W_2} = 2$.

73. Σωστή επιλογή είναι η β.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου $\Delta U^{A \rightarrow \Gamma}$ κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = U_\Gamma - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}nRT_\Gamma - \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}nR(T_\Gamma - T_A)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}(nRT_\Gamma - nRT_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}(p_\Gamma V_\Gamma - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}(p_2 V_1 - p_1 V_1)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U^{A \rightarrow \Gamma} = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1.$$

74. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω p η αρχική πίεση του αερίου. Έστω p' η τελική πίεση και T' η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. Είναι: $p' = 3p$.

Επειδή ο όγκος του δοχείου είναι σταθερός, η μεταβολή που υφίσταται το αέριο είναι ισόχωρη. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$\frac{p}{T} = \frac{p'}{T'} \quad \text{ή} \quad T' = \frac{p'T}{p} \quad \text{ή} \quad T' = 3T.$$

Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισόχωρη μεταβολή. Εί-

$$\text{ναι: } \Delta U = U_{\text{τελ}} - U_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2}nRT' - \frac{3}{2}nRT \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2}nR(T' - T) \quad \text{ή} \quad \Delta U = 3nRT.$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για την ισόχωρη μεταβολή έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad Q = \Delta U + 0 \quad \text{ή} \quad Q = 3nRT.$$

75. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω ότι, αρχικά, το αέριο βρίσκεται στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α με πίεση p_A , όγκο V_A και απόλυτη θερμοκρασία T_A και μεταβαίνει στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β με πίεση p_B , όγκο V_B και απόλυτη θερμοκρασία T_B . Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad (1), \quad \text{όπου } n \text{ ο αριθμός mol του αερίου.}$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad p_A V_B = nRT_B \quad (2).$$

Έστω W το έργο που παράγει το αέριο κατά την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$W = p_A \Delta V \quad \text{ή} \quad W = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W = p_A V_B - p_A V_A$$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } W = nRT_B - nRT_A \quad \text{ή} \quad W = nR(T_B - T_A) \quad (3).$$

Η μεταβολή ΔU της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ δίνεται

$$\text{από τη σχέση: } \Delta U = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2}nRT_B - \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) \quad (4).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{W}{\Delta U} = \frac{2}{3} \quad \text{ή} \quad W = \frac{2}{3}\Delta U \quad (5).$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή λόγω της σχέσης (5): } Q = \frac{5}{3}\Delta U.$$

76. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω T_1 η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \quad (1), \quad \text{όπου } n \text{ ο αριθμός mol του αερίου.}$$

Έστω T_2 η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση B έχουμε:

$$p_2 V_2 = nRT_2 \quad \text{ή} \quad \frac{p_1}{2} 2V_1 = nRT_2 \quad \text{ή} \quad p_1 V_1 = nRT_2 \quad (2).$$

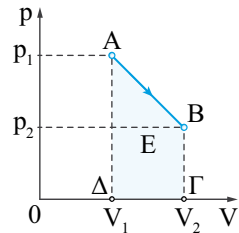
Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nRT_2 - \frac{3}{2} nRT_1 \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} (nRT_2 - nRT_1)$$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } \Delta U = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_1 V_1) \quad \text{ή} \quad \Delta U = 0.$$

Έστω W το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή AB.

Επειδή η μεταβολή AB είναι εκτόνωση, το έργο W του αερίου είναι θετικό ($W > 0$) και ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν E του τραpezίου ABΓΔ που φαίνεται στο διάγραμμα $p - V$ του διπλανού σχήματος.



$$\text{Δηλαδή, είναι: } W = +E \quad \text{ή} \quad W = +\frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) \quad \text{ή} \quad W = \frac{p_1 + \frac{p_1}{2}}{2} (2V_1 - V_1) \quad \text{ή} \quad W = \frac{3}{4} p_1 V_1.$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή AB έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad Q = \frac{3}{4} p_1 V_1.$$

77. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω Q η θερμότητα που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της ισοβαρούς μεταβολής. Είναι: $Q = +500 \text{ J}$.

Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διάρκεια της ισοβαρούς μεταβολής. Είναι: $\Delta U = +400 \text{ J}$.

Έστω W το έργο που παράγει το αέριο κατά τη διάρκεια της ισοβαρούς μεταβολής. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: $Q = \Delta U + W$ ή $W = 100 \text{ J}$.

Έστω p η πίεση του αερίου και A το εμβαδόν της επιφάνειας του εμβόλου. Κατά τη διάρκεια της ισοβαρούς μεταβολής ασκείται στο έμβολο σταθερή δύναμη μέτρου $F = 2.000 \text{ N}$ από το αέριο. Είναι: $p = \frac{F}{A}$ (1).

Έστω Δx η ζητούμενη μετατόπιση του εμβόλου. Είναι: $W = p\Delta V$ ή $W = pA\Delta x$

ή λόγω της σχέσης (1): $W = F\Delta x$ ή $\Delta x = 0,05 \text{ m}$ ή $\Delta x = 5 \text{ cm}$.

78. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω T_A , T_B και T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις Α, Β και Γ αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι οι καταστάσεις Β και Γ ανήκουν στην ίδια ισόθερμη καμπύλη. Επομένως ισχύει: $T_B = T_\Gamma$.

Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή ΑΒ.

$$\text{Είναι: } \Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR (T_B - T_A)$$

ή $\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR (T_\Gamma - T_A)$ (1), όπου n ο αριθμός mol του αερίου και R η σταθερά των ιδανικών αερίων.

Έστω $\Delta U_{A\Gamma}$ η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια του αερίου κατά την ισόχωρη μεταβολή ΑΓ.

$$\text{Είναι: } \Delta U_{A\Gamma} = U_\Gamma - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{A\Gamma} = \frac{3}{2} nRT_\Gamma - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{A\Gamma} = \frac{3}{2} nR (T_\Gamma - T_A) \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $\Delta U_{AB} = \Delta U_{A\Gamma}$ (3).

Έστω W_{AB} το έργο του αερίου στην ισοβαρή μεταβολή ΑΒ. Επειδή κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ ο όγκος του αερίου αυξάνεται ισχύει: $W_{AB} > 0$ (4).

Έστω Q_{AB} το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$ (5).

Έστω $Q_{A\Gamma}$ το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΓ. Είναι: $Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + W_{A\Gamma}$ ή $Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + 0$ ή $Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma}$ (6).

Από τις σχέσεις (5) και (6), λόγω των σχέσεων (3) και (4), προκύπτει: $Q_{AB} > Q_{A\Gamma}$.

79. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω p_A η πίεση και V_A ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε: $p_A V_A = nRT_A$ (1).

Έστω p_B η πίεση και V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad p_A V_B = nRT_B \quad (2).$$

Έστω W_1 το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$W_1 = p_A \Delta V \quad \text{ή} \quad W_1 = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W_1 = p_A V_B - p_A V_A$$

ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $W_{AB} = nRT_B - nRT_A$ ή $W_{AB} = nR (T_2 - T_1)$ (3).

Έστω ΔU_1 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή AB.

$$\text{Είναι: } \Delta U_1 = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2}nRT_2 - \frac{3}{2}nRT_1 \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1) \quad (4).$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή AB έχουμε:

$$Q_1 = \Delta U_1 + W_1 \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (3) και (4): } Q_1 = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) \quad (5).$$

Έστω p_Γ η πίεση και V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Γ έχουμε: $p_\Gamma V_\Gamma = nRT_1$ (6).

Έστω ΔU_2 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι:

$$\Delta U_2 = U_\Gamma - U_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_2 = \frac{3}{2}nRT_1 - \frac{3}{2}nRT_2 \quad \text{ή} \quad \Delta U_2 = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_2 = -\frac{3}{2}nR(T_2 - T_1).$$

Έστω W_2 το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι: $W_2 = 0$.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$Q_2 = \Delta U_2 + W_2 \quad \text{ή} \quad Q_2 = -\frac{3}{2}nR(T_2 - T_1) \quad (7).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (5) και (7) έχουμε: $\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{5}{3}$ ή $Q_1 = -\frac{5}{3}Q_2$.

80. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω ΔU_v η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και W_v το έργο του αερίου κατά την ισόχωρη θέρμανση. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για την ισόχωρη μεταβολή που εκτελεί το αέριο έχουμε:

$$Q_v = \Delta U_v + W_v \quad \text{ή} \quad Q_v = \Delta U_v + 0 \quad \text{ή} \quad Q_v = \frac{3}{2}nR\Delta T \quad (1).$$

Έστω ΔU_p η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και W_p το έργο του αερίου κατά την ισοβαρή θέρμανση. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για την ισοβαρή μεταβολή που εκτελεί το αέριο έχουμε:

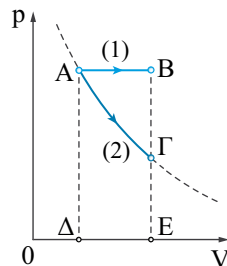
$$Q_p = \Delta U_p + W_p \quad \text{ή} \quad Q_p = \frac{3}{2}nR\Delta T + p\Delta V \quad \text{ή} \quad Q_p = \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T \quad \text{ή} \quad Q_p = \frac{5}{2}nR\Delta T \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) έχουμε: $\frac{Q_p}{Q_v} = \frac{5}{3}$.

81. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω W_1 το έργο του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή AB. Επειδή ο όγκος του αερίου αυξάνεται κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB ισχύει: $W_1 > 0$.

Το έργο W_1 είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν E_1 του παραλληλογράμμου ABEΔ που φαίνεται στο διάγραμμα $p-V$ του διπλανού σχήματος. Δηλαδή, είναι: $W_1 = E_1$ (1).



Έστω V_A ο όγκος και T_A η απόλυτη θερμοκρασία στην κατάσταση A.

Έστω V_B ο όγκος και T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{T_B}{T_A} = \frac{V_B}{V_A} \quad (2).$$

Επειδή είναι: $V_B > V_A$, από τη σχέση (2) προκύπτει: $T_B > T_A$ (3).

Έστω ΔU_1 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή μεταβολή AB.

$$\text{Είναι: } \Delta U_1 = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) \quad (4).$$

Από τη σχέση (4), λόγω της σχέσης (3) προκύπτει: $\Delta U_1 > 0$ (5).

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή AB έχουμε: $Q_1 = \Delta U_1 + W_1$ (6).

Έστω W_2 το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΑΓ. Επειδή ο όγκος του αερίου αυξάνεται κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΓ, ισχύει: $W_2 > 0$.

Το έργο W_2 είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν E_2 της επιφάνειας ΑΓΕΔΑ που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Δηλαδή, είναι: $W_2 = E_2$ (7).

Έστω ΔU_2 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισόθερμη μεταβολή ΑΓ.

$$\text{Είναι: } \Delta U_2 = 0 \quad (8).$$

Από τις σχέσεις (5) και (8) προκύπτει ότι: $\Delta U_1 > \Delta U_2$ (9).

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή ΑΓ έχουμε: $Q_2 = \Delta U_2 + W_2$ (10).

Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει ότι: $E_1 > E_2$ ή λόγω των σχέσεων (1) και (7):

$$W_1 > W_2 \quad (11).$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (9) και (11) προκύπτει: $\Delta U_1 + W_1 > \Delta U_2 + W_2$

ή λόγω των σχέσεων (6) και (10): $Q_1 > Q_2$.

82. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω p_1 η αρχική πίεση και V_1 ο αρχικό όγκος του αερίου. Από την καταστατική εξίσωση για

$$\text{την αρχική κατάσταση του αερίου έχουμε: } p_1 V_1 = nRT_1 \quad \text{ή} \quad p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} \quad (1),$$

όπου n ο αριθμός mol του αερίου και R η σταθερά των ιδανικών αερίων.

Έστω p_2 η πίεση, V_2 ο όγκος και T_2 η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην τελική του κατά-

$$\text{σταση. Είναι: } \frac{V_{\text{τελ}}}{V_{\text{αρχ}}} = \frac{1}{9} \quad \text{ή} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{9} \quad \text{ή} \quad \frac{V_1}{V_2} = 9.$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την τελική κατάσταση του αερίου

$$\text{έχουμε: } p_2 V_2 = nRT_2 \quad \text{ή} \quad p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} \quad (2).$$

Από τον νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή που εκτελεί το αέριο έχουμε:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad \text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } \frac{nRT_1}{V_1} V_1^\gamma = \frac{nRT_2}{V_2} V_2^\gamma \quad \text{ή} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\text{ή} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{ή} \quad T_2 = T_1 9^{0.4} \quad \text{ή} \quad T_2 = 2,4 T_1 \quad \text{ή} \quad T_2 = 703,2 \text{ K}.$$

Έστω θ_2 η τελική θερμοκρασία του αερίου στην κλίμακα Κελσίου. Είναι:

$$T_2 = \theta_2 + 273 \quad \text{ή} \quad \theta_2 = (T_2 - 273)^\circ \text{C} \quad \text{ή} \quad \theta_2 = 430,2^\circ \text{C}.$$

83. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \quad (1), \quad \text{όπου } n \text{ ο αριθμός mol του ιδανικού αερίου και } R \text{ η σταθερά των ιδανικών αερίων.}$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

$$p_2 V_2 = nRT_2 \quad (2).$$

Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την αδιαβατική μεταβολή

$$AB. \text{ Είναι: } \Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_2 - \frac{3}{2} nRT_1 \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (nRT_2 - nRT_1)$$

$$\text{ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \quad (3).$$

Έστω Q_{AB} η θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Από

$$\text{τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: } Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad 0 = \Delta U_{AB} + W_{AB}$$

$$\text{ή} \quad W_{AB} = -\Delta U_{AB} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (3): } W_{AB} = -\frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

84. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω W το έργο του αερίου κατά την αδιαβατική εκτόνωση. Είναι: $W > 0$ (1).

Έστω Q η θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την αδιαβατική εκτόνωση. Είναι: $Q = 0$.

Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την αδιαβατική εκτόνωση.

$$\text{Είναι: } \Delta U = U_{\text{τελ}} - U_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nRT_{\text{τελ}} - \frac{3}{2} nRT_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nR (T_{\text{τελ}} - T_{\text{αρχ}}) \quad (2),$$

όπου n ο αριθμός mol του αερίου, R η σταθερά των ιδανικών αερίων και $T_{\text{αρχ}}$ και $T_{\text{τελ}}$ η αρχική και η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για την αδιαβατική μεταβολή έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad 0 = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad \Delta U = -W \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):}$$

$$\Delta U < 0 \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (2):}$$

$$\frac{3}{2} nR (T_{\text{τελ}} - T_{\text{αρχ}}) < 0 \quad \text{ή} \quad T_{\text{τελ}} - T_{\text{αρχ}} < 0 \quad \text{ή} \quad T_{\text{τελ}} < T_{\text{αρχ}}.$$

Επομένως, κατά την αδιαβατική εκτόνωση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, **η απόλυτη θερμοκρασία του ελαττώνεται.**

85. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω W_1 και W_2 το έργο του αερίου κατά τις μεταβολές AB και AG αντίστοιχα. Επειδή οι παραπάνω μεταβολές είναι εκτονώσεις, τα έργα W_1 και W_2 είναι θετικά. Το έργο W_1 ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν E_1 που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής AB και τον άξονα των όγκων. Δηλαδή, είναι: $W_1 = E_1 > 0$ (1).

Το έργο W_2 ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν E_2 που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής AG και τον άξονα των όγκων. Δηλαδή, είναι: $W_2 = E_2 > 0$ (2).

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $E_1 > E_2$

ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): $W_1 > W_2$ (3).

Έστω ΔU_1 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB . Είναι:

$$\Delta U_1 = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} nR (T_B - T_A) \quad (4).$$

Έστω V_A και V_B ο όγκος του αερίου στις καταστάσεις A και B αντίστοιχα. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι: $V_A = V$ και $V_B = 2V$.

Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή AB έχουμε: $\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$ ή $T_B = 2T_A$ (5).

Από τη σχέση (4), λόγω της σχέσης (5), προκύπτει: $\Delta U_1 = \frac{3}{2}nRT_A > 0$ (6).

Έστω ΔU_2 η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισόθερμη μεταβολή ΑΓ.

Είναι: $\Delta U_2 = U_\Gamma - U_A$ ή $\Delta U_2 = \frac{3}{2}nRT_\Gamma - \frac{3}{2}nRT_A$ ή $\Delta U_2 = 0$ (7).

Από τις σχέσεις (6) και (7) προκύπτει: $\Delta U_1 > \Delta U_2$ (8).

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή ΑΒ έχουμε: $Q_1 = \Delta U_1 + W_1$ (9)

ή λόγω των σχέσεων (1) και (6): $Q_1 > 0$ (10).

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή ΑΓ έχουμε: $Q_2 = \Delta U_2 + W_2$ (11)

ή λόγω των σχέσεων (2) και (7): $Q_2 > 0$ (12).

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (3) και (8) έχουμε: $W_1 + \Delta U_1 > W_2 + \Delta U_2$

ή λόγω των σχέσεων (9) και (11): $Q_1 > Q_2$ ή λόγω των σχέσεων (10) και (12):

$Q_1 > Q_2 > 0$ (13).

Έστω Q_3 η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά την αδιαβατική μεταβολή ΑΔ. Είναι: $Q_3 = 0$ (14).

Από τις σχέσεις (13) και (14) προκύπτει ότι: $Q_1 > Q_2 > Q_3$.

86. Σωστή επιλογή είναι η α.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για μια θερμική μηχανή προκύπτει:

$Q = \Delta U + W$ ή $Q = 0 + W$ ή $Q_h + Q_c = W$ ή $Q_h - |Q_c| = W$ ή $Q_h = W + |Q_c|$ (1).

Επειδή σε μια θερμική μηχανή ισχύει: $W > 0$, από τη σχέση (1) προκύπτει: $Q_h > |Q_c|$.

87. Σωστή επιλογή είναι η α.

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής (1) δίνεται από τη σχέση:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h_1}} \quad (1).$$

Έστω Q_{h_2} η θερμότητα που προσφέρεται στη θερμική μηχανή (2). Είναι: $Q_{h_2} = 2Q_{h_1}$.

Έστω W_2 το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή (2). Είναι: $W_2 = 4W_1$.

Ο συντελεστής απόδοσης e_2 της θερμικής μηχανής (2) δίνεται από τη σχέση:

$$e_2 = \frac{W_2}{Q_{h_2}} \quad \text{ή} \quad e_2 = \frac{4W_1}{2Q_{h_1}} \quad \text{ή} \quad e_2 = 2 \frac{W_1}{Q_{h_1}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$e_2 = 2e_1.$$

88. Σωστή επιλογή είναι η α.

Το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή είναι $W = 2.000 \text{ J}$ και η θερμότητα που απορροφά από το περιβάλλον είναι $Q_h = 8.000 \text{ J}$.

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι: $e = \frac{W}{Q_h}$ ή $e = 0,25$.

Συνεπώς, η απόδοση A της θερμικής μηχανής είναι: $A = e \cdot 100\%$ ή $A = 25\%$.

89. Σωστή επιλογή είναι η α.

Για τη θερμική μηχανή (1) ισχύει: $e_1 = \frac{W_1}{Q_{h_1}}$ (1).

Για τη θερμική μηχανή (2) ισχύει: $e_2 = \frac{W_2}{Q_{h_2}}$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{e_1}{e_2} = \frac{W_1 Q_{h_2}}{W_2 Q_{h_1}}$

$$\text{ή } \frac{e_1}{e_2} = \frac{3W_2 Q_{h_2}}{W_2 2Q_{h_2}} \quad \text{ή} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{2}.$$

90. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω Q_h το ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $Q_h = 10.000 \text{ J}$. Έστω Q_c το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η θερμική μηχανή στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $Q_c = -5.000 \text{ J}$.

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι: $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$ ή $e = 0,5$.

Η απόδοση A της θερμικής μηχανής είναι: $A = e \cdot 100\%$ ή $A = 50\%$.

91. Σωστή επιλογή είναι η β.

Από το δοθέν σχήμα προκύπτει ότι η θερμική μηχανή που απεικονίζεται στο διάγραμμα (I) απορροφά θερμότητα $Q_{h_1} = 1.000 \text{ J}$ από τη θερμή δεξαμενή και παράγει ωφέλιμο έργο $W_1 = 1.000 \text{ J}$, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Δηλαδή, είναι: $W_1 = Q_{h_1}$.

Σύμφωνα με τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο, είναι αδύνατον να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα που απορροφά σε ωφέλιμο έργο. Συνεπώς, η θερμική μηχανή του διαγράμματος (I) παραβιάζει τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο και δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

Από το δοθέν σχήμα προκύπτει ότι η θερμική μηχανή που απεικονίζεται στο διάγραμμα (III), απορροφά από τη θερμή δεξαμενή ποσό θερμότητας $Q_{h_3} = 1.000 \text{ J}$, παράγει ωφέλιμο έργο

$W_3 = 300 \text{ J}$ και αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή ποσό θερμότητας $|Q_{c_3}| = 1.300 \text{ J}$, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της.

Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, ισχύει:

$$W_3 = Q_{h_3} - |Q_{c_3}| \quad \text{ή} \quad 300 = 1.000 - 1.300 \quad \text{ή} \quad 300 = -300 \text{ (άτοπο).}$$

Επομένως, η θερμική μηχανή του διαγράμματος (III) παραβιάζει τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο και δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

Από το δοθέν σχήμα προκύπτει ότι η θερμική μηχανή που απεικονίζεται στο διάγραμμα (II) απορροφά από τη θερμή δεξαμενή ποσό θερμότητας $Q_{h_2} = 1.000 \text{ J}$, παράγει ωφέλιμο έργο $W_2 = 300 \text{ J}$ και αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή ποσό θερμότητας $|Q_{c_2}| = 700 \text{ J}$, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο ισχύει:

$$W_2 = Q_{h_2} - |Q_{c_2}| \quad \text{ή} \quad 300 = 300 \text{ (ισχύει).}$$

Επομένως, η θερμική μηχανή του διαγράμματος II δεν παραβιάζει τον πρώτο και τον δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο και είναι δυνατόν να κατασκευαστεί.

92. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της.

$$\text{Είναι: } e = \frac{W}{Q_h} \quad \text{ή} \quad W = 800 \text{ J.}$$

$$\text{Έστω } P \text{ η ισχύς της θερμικής μηχανής. Είναι: } P = \frac{W_{\text{ολ}}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = \frac{NW}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = fW$$

$$\text{ή } P = 8.000 \text{ W} \quad \text{ή} \quad P = 8 \text{ kW.}$$

93. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω W το ωφέλιμο έργο και Q_c η θερμότητα που αποβάλλει η θερμική μηχανή Carnot στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $W = \frac{2}{3}|Q_c|$.

$$\text{Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: } W = Q_h - |Q_c| \quad \text{ή} \quad Q_h = \frac{5}{3}|Q_c|.$$

$$\text{Για τη θερμική μηχανή Carnot ισχύει: } \frac{Q_h}{|Q_c|} = \frac{T_h}{T_c} \quad \text{ή} \quad \frac{T_h}{T_c} = \frac{5}{3} \quad \text{ή} \quad T_c = \frac{3}{5}T_h.$$

94. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή Carnot σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$ ή $W = W_1 + W_2 - |W_3| - |W_4|$ ή $W = 3.000 \text{ J}$.

Έστω Q_h το ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή Carnot σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $Q_h = W_1$ ή $Q_h = 10.000 \text{ J}$.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι:

$$e_c = \frac{W}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e_c = 0,3.$$

95. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω T_h η απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής και T_c η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της θερμικής μηχανής Carnot. Ο συντελεστής απόδοσης e_c θερμικής μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = \frac{T_h - T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = \frac{\Delta T}{T_h} \quad (1).$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι, εφόσον η διαφορά ΔT μεταξύ της απόλυτης θερμοκρασίας της θερμής δεξαμενής και της απόλυτης θερμοκρασίας της ψυχρής δεξαμενής είναι σταθερή, ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot είναι μεγαλύτερος όσο χαμηλότερη είναι η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής.

96. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = \frac{T_h - T_c}{T_h} \quad (1).$$

όπου T_h η απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής και T_c η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής Carnot.

Εφόσον η απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής T_h είναι σταθερή ($T_h = 300 \text{ K}$), από τη σχέση (1), προκύπτει ότι, όσο χαμηλότερη είναι η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής, τόσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot. Συνεπώς, η μηχανή Carnot θα έχει μεγαλύτερη απόδοση, όταν λειτουργεί στη σκιά της Σελήνης, στο Διάστημα.

97. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των απόλυτων θερμοκρασιών T_1 και T_2 . Είναι:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ή} \quad e_c = 1 - \frac{T}{1,5T} \quad \text{ή} \quad e_c = \frac{1}{3}.$$

Έστω Q_h η θερμότητα που απορροφά η θερμική μηχανή από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση:

$$e = \frac{W}{Q_h} \quad (1).$$

Επειδή δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή που να έχει μεγαλύτερη απόδοση από μια θερμική μηχανή Carnot, η οποία λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες ακραίες απόλυτες θερμοκρασίες T_1 και T_2 , ισχύει:

$$e < e_c \quad \text{ή} \quad \text{λόγω της σχέσης (1):} \quad \frac{W}{Q_h} < \frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad Q_h > 3W \quad \text{ή} \quad Q_{h(\min)} = 3W.$$

98. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω e_c ο αρχικός συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot. Είναι:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = 0,25.$$

Έστω e'_c ο νέος συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot. Είναι:

$$e'_c = e_c + \frac{80}{100} e_c \quad \text{ή} \quad e'_c = 1,8e_c \quad \text{ή} \quad e'_c = 0,45.$$

Έστω T'_c η νέα απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής Carnot. Είναι:

$$e'_c = 1 - \frac{T'_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad \frac{T'_c}{T_h} = (1 - e'_c) \quad \text{ή} \quad T'_c = (1 - e'_c) T_h \quad \text{ή} \quad T'_c = 220 \text{ K}.$$

Έστω ΔT_c η μεταβολή της απόλυτης θερμοκρασίας της ψυχρής δεξαμενής. Είναι:

$$\Delta T_c = T'_c - T_c \quad \text{ή} \quad \Delta T_c = -80 \text{ K}.$$

99. Σωστή επιλογή είναι η α.

Έστω Q_h η θερμότητα που απορροφά η θερμική μηχανή από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $Q_h = 10.000 \text{ J}$.

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι: $e = 0,5$.

Έστω Q_c η θερμότητα που αποβάλλει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της στην

ψυχρή δεξαμενή. Είναι: $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \quad \text{ή} \quad |Q_c| = (1 - e) Q_h \quad \text{ή} \quad |Q_c| = 5.000 \text{ J}.$

100. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω Q_h το ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή Carnot από τη θερμή δεξαμενή και Q_c το ποσό θερμότητας που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της είναι ίσο με $Q_h - |Q_c|$. Συνεπώς, ισχύει: $Q_h - |Q_c| = 1.200 \text{ J}$.

Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της.

Είναι: $W = Q_h - |Q_c|$ ή $W = 1.200 \text{ J}$.

Είναι: $e_c = \frac{W}{Q_h}$ ή $Q_h = 2.400 \text{ J}$.

101. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω T_h η αρχική απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής της μηχανής Carnot. Είναι:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad \frac{T_c}{T_h} = 1 - e \quad \text{ή} \quad \frac{T_c}{T_h} = 0,25 \quad \text{ή} \quad T_h = 4T_c.$$

Έστω T'_h η τελική απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής της μηχανής Carnot. Είναι:

$$e' = 1 - \frac{T_c}{T'_h} \quad \text{ή} \quad \frac{T_c}{T'_h} = 1 - e' \quad \text{ή} \quad \frac{T_c}{T'_h} = 0,5 \quad \text{ή} \quad T'_h = 2T_c.$$

Το ζητούμενο ποσοστό μείωσης της απόλυτης θερμοκρασίας της θερμής δεξαμενής είναι:

$$\pi = \frac{|T'_h - T_h|}{T_h} \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \pi = 50\%.$$

102. Σωστή επιλογή είναι η β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής Carnot η οποία λειτουργεί μεταξύ των ίδιων απόλυτων θερμοκρασιών που λειτουργεί η δεδομένη θερμική μηχανή δίνεται από τη σχέση:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ή} \quad \frac{T_1}{T_2} = 1 - e \quad \text{ή} \quad \frac{T_1}{T_2} = 0,5 \quad \text{ή} \quad T_2 = 2T_1.$$

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{V_A}{T_1} = \frac{V_B}{T_2} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{V_A T_2}{T_1} \quad \text{ή} \quad V_B = 2V_A.$$

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΓΔ έχουμε:

$$\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \quad \text{ή} \quad \frac{V_\Gamma}{T_2} = \frac{V_\Delta}{T_1} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = \frac{T_2 V_\Delta}{T_1} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 2V_B \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 4V_A.$$

103. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών στις οποίες λειτουργεί η θερμική μηχανή που θέλει να κατασκευάσει ο μαθητής. Είναι: $e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $e_c = 0,5$.

Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή που θέλει να κατασκευάσει ο μαθητής σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $W = 3|Q_c|$.

Έστω Q_h η θερμότητα που απορροφά από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της η θερμική μηχανή που θέλει να κατασκευάσει ο μαθητής. Είναι:

$$W = Q_h - |Q_c| \quad \text{ή} \quad Q_h = 4|Q_c|.$$

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής που θέλει να κατασκευάσει ο μαθητής.

$$\text{Είναι: } e = \frac{W}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e = 0,75.$$

Επειδή είναι: $e > e_c$, η θερμική μηχανή που θέλει να κατασκευάσει ο μαθητής δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

104. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών στις οποίες λειτουργεί η θερμική μηχανή. Είναι:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = 0,25.$$

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής και Q_c το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η θερμική μηχανή στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι:

$$e \leq e_c \quad \text{ή} \quad 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \leq 0,25 \quad \text{ή} \quad \frac{|Q_c|}{Q_h} \geq 0,75 \quad \text{ή} \quad |Q_c| \geq 750 \text{ J}.$$

105. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω $e_{c(1)}$ ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot (1). Είναι:

$$e_{c(1)} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_{c(1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (1).$$

Έστω $e_{c(2)}$ ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot (2). Είναι:

$$e_{c(2)} = 1 - \frac{T'_c}{T'_h} \quad \text{ή} \quad e_{c(2)} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $e_{C(1)} = e_{C(2)}$ (3).

Είναι: $e_{C(1)} = \frac{W_1}{Q_1}$ (4) και $e_{C(2)} = \frac{W_2}{Q_2}$ (5).

Από τη σχέση (3), λόγω των σχέσεων (4) και (5), έχουμε: $\frac{W_1}{Q_1} = \frac{W_2}{Q_2}$ ή $W_2 = \frac{W_1 Q_2}{Q_1}$

ή $W_2 = 2W_1$.

106. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι: $e_c = 0,4$.

Έστω T_h η απόλυτη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής της μηχανής Carnot. Είναι:

$T_h = (227 + 273) \text{ K}$ ή $T_h = 500 \text{ K}$.

Έστω T_c η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής Carnot. Είναι:

$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $\frac{T_c}{T_h} = 1 - e_c$ ή $T_c = (1 - e_c)T_h$ ή $T_c = 300 \text{ K}$.

Έστω θ_c η θερμοκρασία στην κλίμακα Κελσίου της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής Carnot.

Είναι: $T_c = \theta_c + 273$ ή $\theta_c = 27^\circ \text{C}$.

107. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών που λειτουργεί η θερμική μηχανή. Είναι:

$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $e_c = \frac{1}{7}$

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι:

$e = \frac{1}{2}e_c$ ή $e = \frac{1}{14}$ ή $1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{1}{14}$ ή $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{13}{14}$.

108. Σωστή επιλογή είναι η β.

Έστω e_c ο αρχικός συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι:

$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $e_c = 0,5$.

Έστω e'_c ο νέος συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot. Είναι:

$e'_c = e_c + \frac{50}{100}e_c$ ή $e'_c = 1,5e_c$ ή $e'_c = 0,75$.

Έστω T'_c η νέα απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της θερμικής μηχανής Carnot.

Είναι: $e'_c = 1 - \frac{T'_c}{T_h}$ ή $T'_c = (1 - e'_c)T_h$ ή $T'_c = 125 \text{ K}$.

Έστω ΔT_c η μεταβολή της απόλυτης θερμοκρασίας της ψυχρής δεξαμενής της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι:

$$\Delta T_c = T'_c - T_c \quad \text{ή} \quad \Delta T_c = -125 \text{ K}.$$

Επομένως, για να αυξηθεί ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot κατά 50%, πρέπει η απόλυτη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της να μειωθεί κατά 125 K.

109. Σωστή επιλογή είναι η α.

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής (Carnot) Α δίνεται από τη σχέση:

$$e_A = 1 - \frac{T_{c(A)}}{T_{h(A)}} \quad \text{ή} \quad \frac{T_{c(A)}}{T_{h(A)}} = 1 - e_A \quad (1).$$

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής (Carnot) Β δίνεται από τη σχέση:

$$e_B = 1 - \frac{T_{c(B)}}{T_{h(B)}} \quad \text{ή} \quad e_B = 1 - 2 \frac{T_{c(A)}}{T_{h(A)}} \quad \text{ή λόγω της σχέσης (1):}$$

$$e_B = 1 - 2(1 - e_A) \quad \text{ή} \quad e_B = 2e_A - 1.$$

ΘΕΜΑΤΑ Γ

110. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 1.

$$\alpha. p_A = 10^5 \text{ N/m}^2. \quad \beta. V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3. \quad \gamma. W_{AB} = +300 \text{ J}. \quad \delta. U_A = +450 \text{ J}.$$

$$\epsilon. \Delta U_{AB} = +450 \text{ J}.$$

111. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 2.

$$\alpha. W = 0. \quad \beta. U_1 = +600 \text{ J}. \quad \gamma. \Delta U = +600 \text{ J}. \quad \delta. Q = +600 \text{ J}.$$

112. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 3.

$$\alpha. p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2. \quad \beta. \frac{U_A}{U_B} = 1. \quad \gamma. \Delta U_{AB} = 0. \quad \delta. Q_{AB} = +2.240 \text{ J}.$$

113. α. Έστω W_{AB} το έργο που παράγει το αέριο κατά την ισοβαρή μεταβολή AB. Είναι:

$$W_{AB} = p\Delta V \quad \text{ή} \quad W_{AB} = nR\Delta T \quad \text{ή} \quad W_{AB} = nR(T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.200 \text{ J}.$$

β. Έστω U_A η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση A. Είναι:

$$U_A = \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad U_A = +600 \text{ J}.$$

γ. Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +1.800 \text{ J}.$$

δ. Έστω Q_{AB} η θερμότητα που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB.

$$\text{Είναι: } Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = +3.000 \text{ J}.$$

114. α. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 600 \text{ K}.$$

Έστω U_A η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση A. Είναι:

$$U_A = \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad U_A = 1.800 \text{ J}.$$

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής A. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή AB έχουμε: $p_A V_A = p_B V_B$ ή $p_B = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

γ. Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισόθερμη μεταβολή AB. Είναι: $\Delta U = 0$.

δ. Έστω W το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισόθερμη μεταβολή AB. Είναι:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad W = Q \quad \text{ή} \quad W = -8.400 \text{ J}.$$

115. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία του. Επομένως, η μεταβολή AB είναι ισοβαρής.

β. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A είναι:

$$V_A = 4 \text{ L} \quad \text{ή} \quad V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A είναι $T_A = 800 \text{ K}$, ενώ η απόλυτη θερμοκρασία του στην κατάσταση B είναι $T_B = 200 \text{ K}$.

Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{T_B V_A}{T_A} \quad \text{ή} \quad V_B = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

γ. Έστω W το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB. Είναι: $W = p_A (V_B - V_A)$ ή $W = -900 \text{ J}$.

δ. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση B. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$.

Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διάρκεια της μεταβολής

$$\text{AB. Είναι: } \Delta U = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} p_B V_B - \frac{3}{2} p_A V_A$$

$$\text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U = -1.350 \text{ J}.$$

ε. Έστω Q το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad Q = -2.250 \text{ J}.$$

116. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 4.

α. $U_A = 900 \text{ J}$, $U_B = 3.600 \text{ J}$. **β.** $\Delta U_{AB} = +2.700 \text{ J}$. **γ.** $W_{AB} = +900 \text{ J}$. **δ.** $Q_{AB} = +3.600 \text{ J}$.

117. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α η πίεση του αερίου είναι $p_A = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και ο όγκος του είναι $V_A = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Α έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 400 \text{ K}.$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β η πίεση του αερίου είναι $p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και ο όγκος του είναι $V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε:

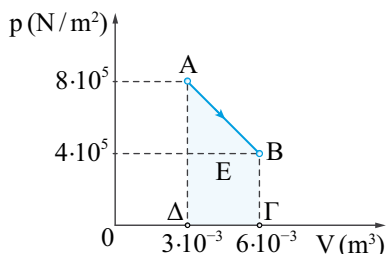
$$p_B V_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad T_B = 400 \text{ K}.$$

Επειδή είναι: $T_B = T_A$, τα σημεία Α και Β ανήκουν στην ίδια ισόθερμη καμπύλη.

β. Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = 0.$$

γ. Έστω W_{AB} το έργο που ανταλλάξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ. Επειδή κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ ο όγκος του αερίου αυξάνεται, το έργο W_{AB} του αερίου είναι θετικό ($W_{AB} > 0$) και αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν Ε του τραapeζίου ΑΒΓΔ που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



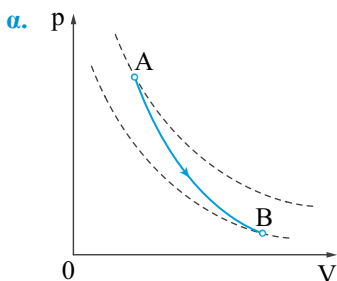
Συνεπώς, είναι:

$$W_{AB} = +E \quad \text{ή} \quad W_{AB} = + \frac{(4 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^5) \text{ N/m}^2}{2} (6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) \text{ m}^3 \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.800 \text{ J}.$$

δ. Έστω Q_{AB} το ποσό θερμότητας που ανταλλάξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = +1.800 \text{ J}.$$

118. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 5.



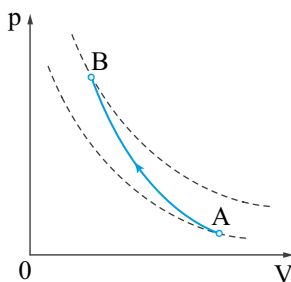
β. $p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

γ. $T_B = 200 \text{ K}$.

δ. $\Delta U = -7.200 \text{ J}$.

ε. $W = +7.200 \text{ J}$.

119. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του ακόλουθου σχήματος παριστάνεται γραφικά (ποιοτικά) η αδιαβατική μεταβολή AB.



β. Έστω p_A η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad p_A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B. Από τον νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή AB έχουμε:

$$p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad \text{ή} \quad p_B = p_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma \quad \text{ή} \quad p_B = p_A 8^{\frac{5}{3}} \quad \text{ή} \quad p_B = p_A (2^3)^{\frac{5}{3}} \quad \text{ή} \quad p_B = 2^5 p_A$$

$$\text{ή} \quad p_B = 32p_A \quad \text{ή} \quad p_B = 48 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση B έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad T_B = 1.200 \text{ K}.$$

Έστω U_B η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση B. Είναι: $U_B = \frac{3}{2} nRT_B$

$$\text{ή} \quad U_B = 7.200 \text{ J}.$$

δ. Έστω ΔU η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την αδιαβατική μεταβολή AB. Είναι:

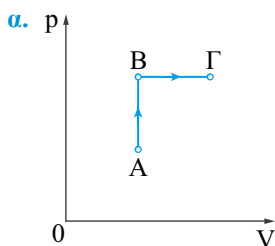
$$\Delta U = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U = +5.400 \text{ J}.$$

ε. Το ποσό θερμότητας Q που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την αδιαβατική μεταβολή AB είναι ίσο με μηδέν ($Q = 0$).

Έστω W το έργο που παράγει το αέριο κατά την αδιαβατική μεταβολή AB. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad 0 = \Delta U + W \quad \text{ή} \quad W = -\Delta U \quad \text{ή} \quad W = -5.400 \text{ J}.$$

120. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 6.



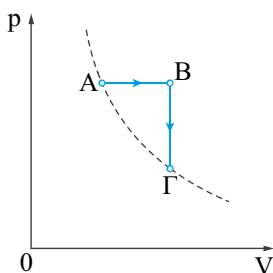
β. $p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_\Gamma = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

γ. $W_{\text{ολ}} = +2.400 \text{ J}$.

δ. $\Delta U_{AB} = +1.800 \text{ J}$, $\Delta U_{B\Gamma} = +3.600 \text{ J}$.

ε. $Q_{AB} = +1.800 \text{ J}$, $Q_{B\Gamma} = +6.000 \text{ J}$.

121. α. Στο διάγραμμα $p - V$ του ακόλουθου σχήματος παριστάνονται γραφικά (ποιοτικά) οι μεταβολές AB και BΓ που εκτελεί το αέριο.



β. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε:

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 400 \text{ K}.$$

Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{V_B T_A}{V_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 800 \text{ K}.$$

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_B = p_A$ ή $p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ. Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή BΓ έχουμε:

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = \frac{p_B T_\Gamma}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = \frac{p_B T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω W_{AB} το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = p_A V_A \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +800 \text{ J}.$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισόχωρη μεταβολή BΓ. Είναι: $W_{B\Gamma} = 0$.

Το ζητούμενο συνολικό έργο $W_{o\lambda}$ είναι: $W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma}$ ή $W_{o\lambda} = +800 \text{ J}$.

δ. Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR (T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +1.200 \text{ J}.$$

Έστω Q_{AB} το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Είναι: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$ ή $Q_{AB} = +2.000 \text{ J}$.

ε. Έστω $\Delta U_{B\Gamma}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή BΓ. Είναι:

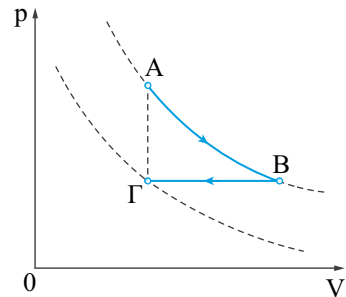
$$\Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2} nR (T_\Gamma - T_B) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{B\Gamma} = -1.200 \text{ J}.$$

Έστω $Q_{B\Gamma}$ το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή BΓ. Είναι: $Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma}$ ή $Q_{B\Gamma} = -1.200 \text{ J}$.

122. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του διπλανού σχήματος παρουσιάζονται γραφικά (ποιοτικά) οι μεταβολές AB και BΓ που εκτελεί το αέριο.

β. Έστω V_B ο όγκος του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B. Είναι:

$$V_B = 2V_A \quad \text{ή} \quad V_B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$



Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} \quad \text{ή} \quad p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_B = T_A$.

Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = \frac{V_B T_\Gamma}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

γ. Έστω W_{AB} το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισόθερμη μεταβολή ΑΒ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = 0 + W_{AB} \quad \text{ή} \quad W_{AB} = Q_{AB} \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.120 \text{ J}.$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι:

$$W_{B\Gamma} = p_B (V_\Gamma - V_B) \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = -800 \text{ J}.$$

Έστω $W_{ολ}$ το συνολικό έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ. Είναι:

$$W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = +320 \text{ J}.$$

δ. Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής, ισχύει: $p_\Gamma = p_B$ ή $p_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω $\Delta U_{ολ}$ η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ. Είναι:

$$\Delta U_{ολ} = U_\Gamma - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{ολ} = \frac{3}{2} nRT_\Gamma - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{ολ} = \frac{3}{2} p_\Gamma V_\Gamma - \frac{3}{2} p_A V_A$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{ολ} = \frac{3}{2} (p_\Gamma V_\Gamma - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{ολ} = -1.200 \text{ J}.$$

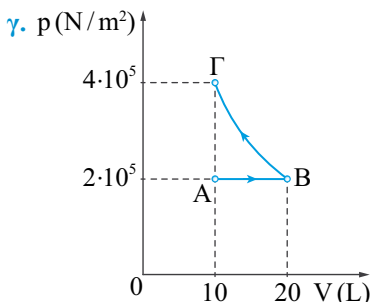
ε. Έστω $Q_{ολ}$ το συνολικό ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ. Είναι:

$$Q_{ολ} = \Delta U_{ολ} + W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = -880 \text{ J}.$$

123. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 7.

α. $p_A = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

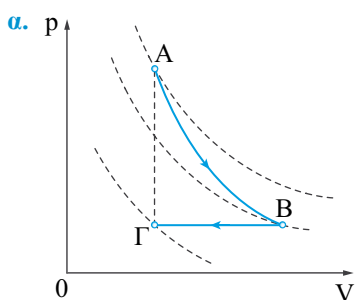
β. $V_B = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $p_r = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.



δ. $W_{ολ} = -800 \text{ J}$.

ε. $Q_{AB} = +5.000 \text{ J}$.

124. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 8.



β. $p_B = 10^5 \text{ N/m}^2$.

γ. $W_{ολ} = W_{AB} + W_{BΓ} \text{ ή } W_{ολ} = +2.900 \text{ J}$.

δ. $Q_{ολ} = -1.750 \text{ J}$.

125. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 9.

α. $W = 500 \text{ J}$.

β. $e = 0,5$.

γ. $P = 5.000 \text{ W}$.

126. α. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της ισούται με τη διαφορά της απόλυτης τιμής του ποσού θερμότητας $|Q_c|$ που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της από το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Δηλαδή, είναι:

$$Q_h - |Q_c| = 400 \text{ J} \quad (1).$$

Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $W = Q_h - |Q_c| \text{ ή } W = 400 \text{ J}$.

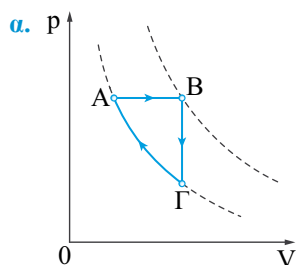
β. Είναι: $e = \frac{W}{Q_h}$ ή $Q_h = \frac{W}{e}$ ή $Q_h = 2.000 \text{ J}$.

γ. Από τη σχέση (1), για $Q_h = 2.000 \text{ J}$, προκύπτει: $|Q_c| = 1.600 \text{ J}$.

δ. Έστω P η ωφέλιμη μηχανική ισχύς που αποδίδει η θερμική μηχανή. Είναι:

$$P = \frac{W_{\text{ολ}}}{t} \quad \text{ή} \quad P = \frac{NW}{t} \quad \text{ή} \quad P = fW \quad \text{ή} \quad P = 8.000 \text{ W}.$$

127. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 10.

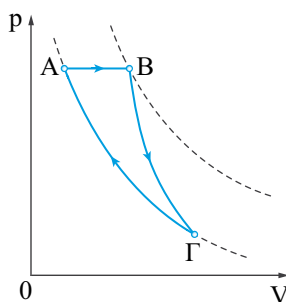


β. $W_{\text{ολ}} = +360 \text{ J}$.

γ. $Q_h = 2.000 \text{ J}$.

δ. $e = 0,18$.

128. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του ακόλουθου σχήματος απεικονίζεται γραφικά (ποιοτικά) η κυκλική μεταβολή που υφίσταται το αέριο.



β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΓΑ έχουμε:

$$p_{\Gamma} V_{\Gamma} = p_A V_A \quad \text{ή} \quad p_{\Gamma} = \frac{p_A V_A}{V_{\Gamma}} \quad \text{ή} \quad p_{\Gamma} = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω W_{AB} το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +9.600 \text{ J}.$$

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση B. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισοβαρής, ισχύει:
 $p_B = p_A$ ή $p_B = 32 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή BΓ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad 0 = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = -\Delta U_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = -(U_\Gamma - U_B)$$

$$\text{ή} \quad W_{B\Gamma} = U_B - U_\Gamma \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = \frac{3}{2}nRT_B - \frac{3}{2}nRT_\Gamma \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = \frac{3}{2}p_B V_B - \frac{3}{2}p_\Gamma V_\Gamma$$

$$\text{ή} \quad W_{B\Gamma} = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_\Gamma V_\Gamma) \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = +14.400 \text{ J.}$$

Έστω $W_{\text{ολ}}$ το συνολικό έργο που παράγεται από το αέριο κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής ABΓΑ που εκτελεί. Είναι:

$$W_{\text{ολ}} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = +12.800 \text{ J.}$$

δ. Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2}nRT_B - \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(nRT_B - nRT_A)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +14.400 \text{ J.}$$

Έστω Q_{AB} το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Είναι: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$ ή $Q_{AB} = +24.000 \text{ J}$.

Κατά τη διάρκεια της αδιαβατικής μεταβολής BΓ το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον ($Q_{B\Gamma} = 0$), ενώ κατά τη διάρκεια της ισόθερμης συμπίεσης ΓΑ το αέριο αποβάλλει θερμότητα προς το περιβάλλον ($Q_{\Gamma A} < 0$).

Επομένως, το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής είναι:

$$Q_h = Q_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_h = 24.000 \text{ J.}$$

ε. Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι:

$$e = \frac{W_{\text{ολ}}}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e = 0,53.$$

129. α. Από τον νόμο του Gay – Lussac για την ισοβαρή μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{V_A T_B}{T_A} \quad \text{ή} \quad V_B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

β. Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β. Επειδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισοβαρής, ισχύει:

$$p_B = p_A \quad \text{ή} \quad p_B = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = \frac{p_B V_B}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη, ισχύει:

$$T_\Gamma = T_B \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 600 \text{ K}.$$

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΓΔ έχουμε:

$$\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta} \quad \text{ή} \quad p_\Delta = \frac{p_\Gamma T_\Delta}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad p_\Delta = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω W_{AB} το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.600 \text{ J}.$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΓ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: $Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma}$ ή $Q_{B\Gamma} = 0 + W_{B\Gamma}$ ή $W_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma}$ ή $W_{B\Gamma} = +2.240 \text{ J}$.

Έστω $W_{\Gamma\Delta}$ το έργο του αερίου κατά την ισόχωρη μεταβολή ΓΔ. Είναι: $W_{\Gamma\Delta} = 0$.

Έστω $W_{\Delta A}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΔΑ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: $Q_{\Delta A} = \Delta U_{\Delta A} + W_{\Delta A}$ ή $Q_{\Delta A} = 0 + W_{\Delta A}$ ή $W_{\Delta A} = Q_{\Delta A}$ ή $W_{\Delta A} = -2.240 \text{ J}$.

Έστω $W_{o\lambda}$ το συνολικό έργο που παράγει το αέριο κατά την κυκλική μεταβολή. Είναι:

$$W_{o\lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} \quad \text{ή} \quad W_{o\lambda} = +1.600 \text{ J}.$$

δ. Το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά η θερμική μηχανή σε κύκλο λειτουργίας είναι:

$Q_h = Q_{AB} + Q_{B\Gamma}$ (1), όπου Q_{AB} το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΒ.

Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (nRT_B - nRT_A)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +2.400 \text{ J}.$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = +4.000 \text{ J}.$$

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι: $e = \frac{W_{o\lambda}}{Q_h}$

$$\text{ή λόγω της σχέσης (1): } e = \frac{W_{o\lambda}}{Q_{AB} + Q_{B\Gamma}} \quad \text{ή} \quad e = 0,256.$$

130. α. Έστω e_c ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής Carnot. Είναι:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad \text{ή} \quad e_c = 0,25.$$

β. Έστω W το ωφέλιμο έργο που παράγει η θερμική μηχανή Carnot σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι:

$$e_c = \frac{W}{Q_h} \quad \text{ή} \quad W = e_c Q_h \quad \text{ή} \quad W = 500 \text{ J}.$$

γ. Έστω Q_c το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η θερμική μηχανή Carnot στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι:

$$W = Q_h - |Q_c| \quad \text{ή} \quad |Q_c| = 1.500 \text{ J} \quad \text{ή} \quad Q_c = -1.500 \text{ J}.$$

δ. Έστω P η ισχύς που αποδίδει η θερμική μηχανή Carnot. Είναι:

$$P = \frac{W_{\text{ολ}}}{t} \quad \text{ή} \quad P = \frac{NW}{t} \quad \text{ή} \quad P = fW \quad \text{ή} \quad P = 2.500 \text{ W}.$$

131. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 11.

α. $e_c = 0,4.$

β. $Q_h = 1.000 \text{ J}.$

γ. $Q_c = -600 \text{ J}.$

δ. $\frac{W_{AB}}{W_{\Gamma A}} = -\frac{5}{3}.$

132. Βλέπε λύση βασικής άσκησης 12.

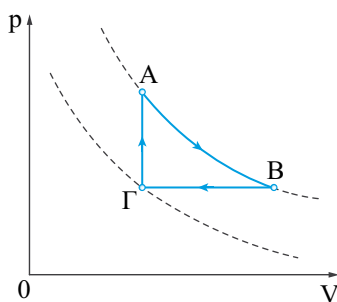
α. $T_c = 300 \text{ K}.$

β. $e_c = 0,5.$

γ. $W = 2.500 \text{ J}.$

δ. $\frac{W_{BF}}{W_{\Delta A}} = -1.$

133. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του ακόλουθου σχήματος παριστάνεται γραφικά (ποιοτικά) η κυκλική μεταβολή που εκτελεί το αέριο.



β. Από τον νόμο του Boyle για την ισόθερμη μεταβολή AB έχουμε:

$$p_A V_A = p_B V_B \quad \text{ή} \quad p_B = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Επειδή η μεταβολή AB είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_B = T_A$ ή $T_B = 600 \text{ K}$.

Έστω V_Γ ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισόχωρη, ισχύει: $V_\Gamma = V_A$ ή $V_\Gamma = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = \frac{V_\Gamma T_B}{V_B} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 300 \text{ K}.$$

δ. Έστω W_{AB} το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή AB έχουμε:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = 0 + W_{AB} \quad \text{ή} \quad W_{AB} = Q_{AB} \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.440 \text{ J}.$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι:

$$W_{B\Gamma} = p_B (V_\Gamma - V_B) \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = -900 \text{ J}.$$

Έστω $W_{\Gamma A}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΓΑ. Είναι:

$$W_{\Gamma A} = 0.$$

Το συνολικό έργο $W_{ολ}$ που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την παραπάνω μεταβολή μηχανή είναι: $W_{ολ} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A}$ ή $W_{ολ} = +540 \text{ J}$.

ε. Έστω ΔU_{BG} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή BG. Είναι:

$$\Delta U_{BG} = U_G - U_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BG} = \frac{3}{2}nRT_G - \frac{3}{2}nRT_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BG} = \frac{3}{2}p_G V_G - \frac{3}{2}p_B V_B$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{BG} = \frac{3}{2}(p_G V_G - p_B V_B) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BG} = -1.350 \text{ J}.$$

Έστω Q_{BG} η θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή BG. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή BG έχουμε:

$$Q_{BG} = \Delta U_{BG} + W_{BG} \quad \text{ή} \quad Q_{BG} = -2.250 \text{ J}.$$

Έστω ΔU_{GA} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή GA. Είναι:

$$\Delta U_{GA} = U_A - U_G \quad \text{ή} \quad \Delta U_{GA} = \frac{3}{2}nRT_A - \frac{3}{2}nRT_G \quad \text{ή} \quad \Delta U_{GA} = \frac{3}{2}p_A V_A - \frac{3}{2}p_G V_G$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{GA} = \frac{3}{2}(p_A V_A - p_G V_G) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{GA} = +1.350 \text{ J}.$$

Έστω Q_{GA} η θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή GA. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{GA} = \Delta U_{GA} + W_{GA} \quad \text{ή} \quad Q_{GA} = \Delta U_{GA} + 0 \quad \text{ή} \quad Q_{GA} = +1.350 \text{ J}.$$

134. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής AB η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή. Επομένως, η μεταβολή AB είναι ισοβαρής. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A είναι $V_A = 4 \text{ L}$, ενώ ο όγκος του στην κατάσταση B είναι $V_B = 8 \text{ L}$. Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{V_B T_A}{V_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 600 \text{ K}.$$

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής BG ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός.

Επομένως, η μεταβολή BG είναι ισόχωρη. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι η πίεση του αερίου στην κατάσταση B είναι $p_B = 4 \text{ atm}$, ενώ η πίεσή του στην κατάσταση Γ είναι $p_G = 2 \text{ atm}$.

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή BG έχουμε:

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_G}{T_G} \quad \text{ή} \quad T_G = \frac{p_G T_B}{p_B} \quad \text{ή} \quad T_G = 300 \text{ K}.$$

β. Η εσωτερική ενέργεια U_A του αερίου στην κατάσταση Α δίνεται από τη σχέση:

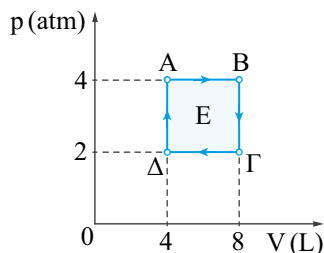
$$U_A = \frac{3}{2} nRT_A \quad (1).$$

Η εσωτερική ενέργεια U_Γ του αερίου στην κατάσταση Γ δίνεται από τη σχέση:

$$U_\Gamma = \frac{3}{2} nRT_\Gamma \quad (2).$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε: $\frac{U_A}{U_\Gamma} = 1$.

γ. Επειδή η γραφική παράσταση της κυκλικής μεταβολής στο δοθέν διάγραμμα $p - V$ διαγράφεται κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού, το συνολικό έργο $W_{ολ}$ που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον είναι θετικό. Το συνολικό έργο $W_{ολ}$ είναι αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν E του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ που φαίνεται στο διάγραμμα $p - V$ του διπλανού σχήματος.



Συνεπώς, είναι:

$$W_{ολ} = +E \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = (AB) \cdot (B\Gamma) \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = +(4-2) \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot (8-4) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{ή} \quad W_{ολ} = +800 \text{ J}.$$

δ. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η πίεση p_A του αερίου στην κατάσταση Α είναι $p_A = 4 \text{ atm}$.

Έστω W_{AB} το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +1.600 \text{ J}.$$

Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΑΒ. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} p_B V_B - \frac{3}{2} p_A V_A$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +2.400 \text{ J}.$$

Έστω Q_{AB} το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΑΒ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_{AB} = +4.000 \text{ J}.$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι:

$$W_{B\Gamma} = 0.$$

Έστω $\Delta U_{B\Gamma}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι:

$$\Delta U_{B\Gamma} = U_{\Gamma} - U_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2}nRT_{\Gamma} - \frac{3}{2}nRT_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2}p_{\Gamma}V_{\Gamma} - \frac{3}{2}p_BV_B$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2}(p_{\Gamma}V_{\Gamma} - p_BV_B) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{B\Gamma} = -2.400 \text{ J.}$$

Έστω $Q_{B\Gamma}$ το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή BΓ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad Q_{B\Gamma} = -2.400 \text{ J.}$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\frac{Q_{AB}}{Q_{B\Gamma}} = -\frac{5}{3}.$

ε. Έστω $Q_{ολ}$ το συνολικό ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την κυκλική μεταβολή ABΓΔΑ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{ολ} = \Delta U_{ολ} + W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = 0 + W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_{ολ} = +800 \text{ J.}$$

135. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του διπλανού σχήματος παριστάνεται γραφικά (ποιοτικά) η κυκλική μεταβολή που υφίσταται το αέριο.

β. Είναι: $U_A = \frac{3}{2}nRT_A \quad \text{ή} \quad T_A = 400 \text{ K.}$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση B. Από τον νόμο του Charles για τη μεταβολή AB έχουμε:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{p_B T_A}{p_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 1.200 \text{ K.}$$

Έστω U_B η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση B. Είναι:

$$U_B = \frac{3}{2}nRT_B \quad \text{ή} \quad U_B = 3.600 \text{ J.}$$

δ. Έστω W_{AB} το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι: $W_{AB} = 0.$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή BΓ. Είναι:

$$W_{B\Gamma} = p_B(V_{\Gamma} - V_B) \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = 3p_A(2V_A - V_A) \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = 3p_A V_A \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = 3nRT_A$$

$$\text{ή} \quad W_{B\Gamma} = 2.400 \text{ J.}$$

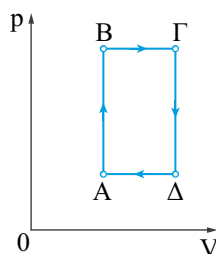
Έστω $W_{\Gamma\Delta}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΓΔ. Είναι: $W_{\Gamma\Delta} = 0.$

Έστω p_{Δ} η πίεση του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΔΑ είναι ισοβαρής ισχύει:

$$p_{\Delta} = p_A.$$

Έστω V_{Δ} ο όγκος του αερίου στην κατάσταση Δ. Επειδή η μεταβολή ΓΔ είναι ισόχωρη, ισχύει:

$$V_{\Delta} = V_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_{\Delta} = 2V_A.$$



Έστω $W_{\Delta A}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΔA . Είναι:

$$W_{\Delta A} = p_{\Delta} (V_A - V_{\Delta}) \quad \text{ή} \quad W_{\Delta A} = p_{\Delta} (V_A - 2V_A) \quad \text{ή} \quad W_{\Delta A} = -p_{\Delta} V_A \quad \text{ή} \quad W_{\Delta A} = -nRT_A$$

$$\text{ή} \quad W_{\Delta A} = -800 \text{ J.}$$

Έστω $W_{\text{ολ}}$ το ζητούμενο συνολικό έργο. Είναι: $W_{\text{ολ}} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} + W_{\Delta A}$

$$\text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = +1.600 \text{ J.}$$

136. α. Στο διάγραμμα $p-V$ του διπλανού σχήματος παριστάνεται γραφικά (ποιοτικά) η κυκλική μεταβολή $AB\Gamma A$.

β. Από τον νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή AB

$$\text{έχουμε: } p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad \text{ή} \quad p_B = p_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma \quad \text{ή} \quad p_B = p_A \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{5}{3}}$$

$$\text{ή} \quad p_B = p_A \frac{2}{(2^3)^{\frac{5}{3}}} \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A}{2^5} \quad \text{ή} \quad p_B = \frac{p_A}{32}$$

$$\text{ή} \quad p_B = 0,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων στην κατάσταση B έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \quad \text{ή} \quad T_B = 100 \text{ K.}$$

γ. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση A . Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση A έχουμε: $p_A V_A = nRT_A$ ή $T_A = 400 \text{ K}$.

Έστω W_{AB} το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή AB . Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο

$$\text{έχουμε: } Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad 0 = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad W_{AB} = -\Delta U_{AB}$$

$$\text{ή} \quad W_{AB} = -\frac{3}{2} nR (T_B - T_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = +900 \text{ J.}$$

Έστω $W_{B\Gamma}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή $B\Gamma$. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο

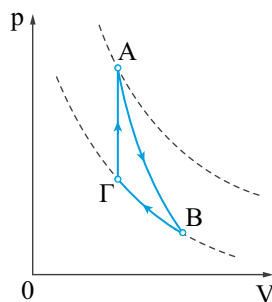
$$\text{έχουμε: } Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad Q_{B\Gamma} = 0 + W_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma} \quad \text{ή} \quad W_{B\Gamma} = -420 \text{ J.}$$

Έστω $W_{\Gamma A}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΓA . Είναι: $W_{\Gamma A} = 0$.

Το συνολικό έργο που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την κυκλική μεταβολή $AB\Gamma A$ είναι: $W_{\text{ολ}} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A}$ ή $W_{\text{ολ}} = +480 \text{ J}$.

Έστω $Q_{\text{ολ}}$ το συνολικό ποσό θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά την κυκλική μεταβολή $AB\Gamma A$. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{\text{ολ}} = \Delta U_{\text{ολ}} + W_{\text{ολ}} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = 0 + W_{\text{ολ}} \quad \text{ή} \quad Q_{\text{ολ}} = +480 \text{ J.}$$



δ. Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη, ισχύει: $T_\Gamma = T_B$ ή $T_\Gamma = 100 \text{ K}$.

Έστω $\Delta U_{\Gamma A}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή ΓΑ. Είναι:

$$\Delta U_{\Gamma A} = U_A - U_\Gamma \quad \text{ή} \quad \Delta U_{\Gamma A} = \frac{3}{2} nRT_A - \frac{3}{2} nRT_\Gamma \quad \text{ή} \quad \Delta U_{\Gamma A} = \frac{3}{2} nR(T_A - T_\Gamma)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{\Gamma A} = +900 \text{ J.}$$

Έστω $Q_{\Gamma A}$ το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΓΑ. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q_{\Gamma A} = \Delta U_{\Gamma A} + W_{\Gamma A} \quad \text{ή} \quad Q_{\Gamma A} = +900 \text{ J.}$$

Έστω Q_h το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ. Είναι: $Q_h = Q_{\Gamma A}$ ή $Q_h = 900 \text{ J}$.

Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι:

$$e = \frac{W_{\text{ολ}}}{Q_h} \quad \text{ή} \quad e = 0,53.$$

137. α. Στο διάγραμμα $p - V$ του διπλανού σχήματος παριστάνεται γραφικά (ποιοτικά) η κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ που εκτελεί το αέριο.

β. Είναι: $W_{AB} = p_A(V_B - V_A)$ ή $W_{AB} = 3p_A V_A$

$$\text{ή} \quad V_A = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

γ. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β. Από τον νόμο του Gay – Lussac για τη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

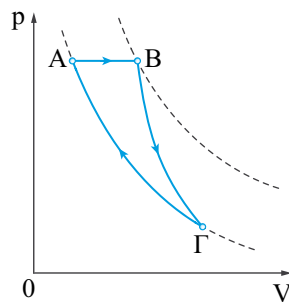
$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = 4T_A.$$

Έστω p_B η πίεση του αερίου στην κατάσταση Β. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Β έχουμε: $p_B V_B = nRT_B$ ή $p_B = \frac{nRT_B}{V_B}$ (1).

όπου n ο αριθμός mol του ιδανικού αερίου και R η σταθερά των ιδανικών αερίων.

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Γ. Επειδή η μεταβολή ΓΑ είναι ισόθερμη ισχύει: $T_\Gamma = T_A$.

Έστω p_Γ η πίεση του αερίου στην κατάσταση Γ. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση Γ έχουμε: $p_\Gamma V_\Gamma = nRT_\Gamma$ ή $p_\Gamma = \frac{nRT_\Gamma}{V_\Gamma}$ (2).



Από τον νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή ΒΓ έχουμε:

$p_B V_B^\gamma = p_\Gamma V_\Gamma^\gamma$ ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$\frac{nRT_B}{V_B} V_B^\gamma = \frac{nRT_\Gamma}{V_\Gamma} V_\Gamma^\gamma \quad \text{ή} \quad T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma^{\frac{2}{3}} = \frac{T_B}{T_\Gamma} V_B^{\frac{2}{3}} \quad \text{ή} \quad \left(V_\Gamma^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{4T_A}{T_A}\right)^{\frac{3}{2}} \left(V_B^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{ή} \quad V_\Gamma = (2^2)^{\frac{3}{2}} V_B \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 8V_B \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 32V_A \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

δ. Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (nRT_B - nRT_A)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = +4.500 \text{ J}.$$

Έστω Q_h το ποσό θερμότητας που απορροφά η θερμική μηχανή από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι:

$$Q_h = Q_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_h = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad \text{ή} \quad Q_h = 7.500 \text{ J}.$$

Έστω Q_c το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η θερμική μηχανή στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας της. Είναι: $Q_c = Q_{\Gamma A}$. Είναι:

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \quad \text{ή} \quad |Q_c| = (1 - e) Q_h \quad \text{ή} \quad |Q_c| = 3.465 \text{ J} \quad \text{ή} \quad Q_c = -3.465 \text{ J} \quad \text{ή} \quad Q_{\Gamma A} = -3.465 \text{ J}.$$

138. α. Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β η πίεση του αερίου είναι $p_B = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και ο όγκος του είναι $V_B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Έστω T_B η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση θερμοδυναμική ισορροπίας Β έχουμε: $p_B V_B = nRT_B$ (1).

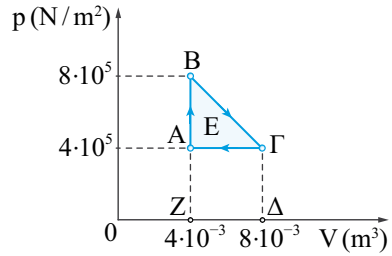
Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ η πίεση του αερίου είναι $p_\Gamma = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και ο όγκος του είναι $V_\Gamma = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Έστω T_Γ η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ. Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ έχουμε: $p_\Gamma V_\Gamma = nRT_\Gamma$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{p_B V_B}{p_\Gamma V_\Gamma} = \frac{T_B}{T_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{T_B}{T_\Gamma} = 1 \quad \text{ή} \quad T_B = T_\Gamma.$$

β. Έστω $W_{ολ}$ το συνολικό έργο που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ABΓΑ. Επειδή το αέριο στο δοθέν διάγραμμα $p-V$ διαγράφει την κυκλική μεταβολή ABΓΑ κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού, το ολικό έργο $W_{ολ}$ είναι θετικό ($W_{ολ} > 0$) και αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν E του τριγώνου ABΓ που φαίνεται στο διάγραμμα $p-V$ του διπλανού σχήματος.



Συνεπώς, ισχύει:

$$W_{ολ} = +E \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = + \frac{(8 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) \cdot (8 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5)}{2} \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = +800 \text{ J}.$$

γ. Έστω Q_h η θερμότητα που απορροφά το αέριο από το περιβάλλον κατά την κυκλική μεταβολή ABΓΑ. Είναι: $Q_h = Q_{AB} + Q_{BΓ} + Q_{ΓΑ}$ (1).

Έστω ΔU_{AB} η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή AB. Είναι:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BA} = \frac{3}{2} (nRT_B - nRT_A)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{BA} = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BA} = +2.400 \text{ J}.$$

Έστω Q_{AB} η θερμότητα που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή AB. Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$ ή $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + 0$

$$\text{ή} \quad Q_{AB} = +2.400 \text{ J}.$$

Έστω $W_{BΓ}$ το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή BΓ. Επειδή το αέριο εκτονώνεται κατά τη διάρκεια της μεταβολής BΓ είναι: $W_{BΓ} > 0$.

Το έργο $W_{BΓ}$ είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν $E_{ZBΓΔ}$ του τραπεζίου ZBΓΔ που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Είναι:

$$W_{BΓ} = +E_{ZBΓΔ} \quad \text{ή} \quad W_{BΓ} = + \frac{(8 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5) \text{ N/m}^2}{2} \cdot (8 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) \text{ m}^3$$

$$\text{ή} \quad W_{BΓ} = +2.400 \text{ J}.$$

Έστω $\Delta U_{BΓ}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη μεταβολή BΓ. Είναι:

$$\Delta U_{BΓ} = U_{\Gamma} - U_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BΓ} = \frac{3}{2} nRT_{\Gamma} - \frac{3}{2} nRT_B \quad \text{ή} \quad \Delta U_{BΓ} = \frac{3}{2} nR(T_{\Gamma} - T_B)$$

$$\text{ή} \quad \Delta U_{BΓ} = 0.$$

Έστω $Q_{B\Gamma}$ το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον κατά τη μεταβολή ΒΓ. Είναι: $Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma}$ ή $Q_{B\Gamma} = +2.400 \text{ J}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) έχουμε: $Q_h = 4.800 \text{ J}$.

δ. Έστω e ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής. Είναι: $e = \frac{W}{Q_h}$ ή $e = \frac{1}{6}$.

ε. Έστω T_A η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Α. Έστω T_h και T_c η απόλυτη θερμοκρασία της θερμής και της ψυχρής δεξαμενής αντίστοιχα μιας θερμικής μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών του κύκλου ΑΒΓΑ. Είναι:

$$T_h = T_B \text{ και } T_c = T_A.$$

Ο συντελεστής απόδοσης e_c της μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \text{ ή } e_c = 1 - \frac{T_A}{T_B} \quad (3).$$

Από τον νόμο του Charles για την ισόχωρη μεταβολή ΑΒ έχουμε:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \text{ ή } T_B = \frac{P_B T_A}{P_A} \text{ ή } T_B = \frac{2P_A T_A}{P_A} \text{ ή } T_B = 2T_A.$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (3) έχουμε: $e_c = 0,5$.



ΕΛΛΗΝΟ
ΕΚΔΟΤΙΚΗ

ellinoekdotiki.gr



[ellinoekdotiki](https://www.facebook.com/ellinoekdotiki)



[ellinoekdotikipublishing](https://www.instagram.com/ellinoekdotikipublishing)